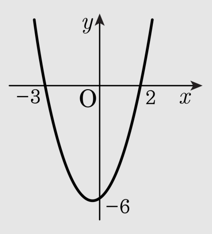
1. 이차함수의 그래프를 이용하여 이차부등식 $x^2 + x - 6 > 0$을 풀면?

① $x < -3$ 또는 $x > 2$　　② $x < -2$ 또는 $x > 3$

③ $x < -1$ 또는 $x > 4$　　④ $x < 0$ 또는 $x > 5$

⑤ $x < 1$ 또는 $x > 6$

해설



이차방정식 $x^2 + x - 6 = 0$ 에서 $(x+3)(x-2) = 0$

$\therefore x = -3$ 또는 $x = 2$

$f(x) = x^2 + x - 6$ 으로 놓으면 $y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고

이차부등식 $f(x) > 0$ 의 해는 $x < -3$ 또는 $x > 2$

2. 연립부등식 $\begin{cases} x^2-2x+1>0 \\ 2x^2-9x-18\le 0 \end{cases}$ 을 만족하는 정수해의 개수는?

① 7 개 ② 8 개 ③ 9 개 ④ 10 개 ⑤ 11 개

해설

$\begin{cases} x^2-2x+1>0 & \cdots (가) \\ 2x^2-9x-18\le 0 & \cdots (나) \end{cases}$

(가)에서 $(x-1)^2>0$

$\therefore x\ne 1$인 모든 실수

(나)에서 $(2x+3)(x-6)\le 0$

$\therefore -\frac{3}{2}\le x\le 6$

따라서 공통 범위를 구하면

$-\frac{3}{2}\le x\le 6, x\ne 1$

이 범위를 만족하는 정수는

-1, 0, 2, 3, 4, 5, 6이다.

3. 다음 중에서 성립하지 않는 것은?

① $a^2 \geq 0$ ② $a^2 + b^2 \geq 0$

③ $a^2 = 0 \Leftrightarrow a = 0$ ④ $a^2 + b^2 = 0 \Leftrightarrow a = b = 0$

⑤ $a > b \Leftrightarrow ab > 0$

해설

① $a^2 \geq 0$ (항상 성립)
② $a^2 + b^2 \geq 0$ (항상 성립)
③ $a^2 = 0 \Leftrightarrow a = 0$ (항상 성립)
④ $a^2 + b^2 = 0 \Leftrightarrow a = b = 0$ (항상 성립)
⑤ $a > b \Leftrightarrow ab > 0$
(반례 : $a > 0$, $b < 0$이면 $a > b$이지만 $ab < 0$이다.)

4. 다음 부등식의 해가 없을 때, 상수 m의 값의 합은?

$$m^2x - 1 > m(x-1)$$

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$m^2x - 1 > m(x-1)$ 에서

$m^{2x} - 1 > mx - m$

$\therefore (m^2 - m)x > 1 - m \cdots$ ㉠

㉠의 해가 없어야 하므로

$m^2 - m = 0,\ 1 - m \geq 0$

$m^2 - m = 0$에서 $m(m-1) - 0$

$\therefore m = 0$ 또는 $1 \cdots$ ㉡

$1 - m \geq 0$에서 $m \leq 1 \cdots$ ㉢

따라서 ㉡, ㉢에서 $m = 0$ 또는 $m = 1$

5. $ax+b>0$의 해가 $x<2$일 때, $(a+b)x<5b$의 해는?

① $x>5$ ② $x>10$ ③ $x<1$

④ $x<5$ ⑤ $x<10$

해설

$ax+b>0$에서 $ax>-b$

해가 $x<2$이므로

$a<0$ ······㉠

$-\dfrac{b}{a}=2$ ······㉡

㉡을 정리하면 $b=-2a$ ······㉢

㉢에서 $b=-2a$를 $(a+b)x<5b$에 대입하면

$(a-2a)x<5\cdot(-2a)$, $-ax<-10a$

㉠에서 $a<0$이므로 $x<10$

6. 연립부등식 $\begin{cases} 2x+3 > -3+x \\ 5x+1 \le 3x-1 \end{cases}$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-6 < x \le -1$

해설

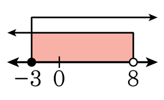
$\begin{cases} 2x+3 > -3+x \\ 5x+1 \le 3x-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -6 \\ x \le -1 \end{cases}$

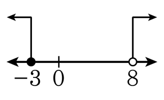
$\therefore -6 < x \le -1$

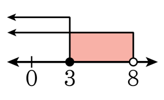
7. 연립부등식

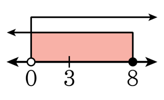
$$\begin{cases} 2(x-4) < x \\ 2x+3 \leq 3(x+2) \end{cases}$$

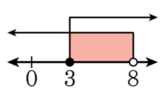
의 해를 수직선 위에 바르게 나타낸 것은?

① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

1. $2(x-4) < x,\ \ x < 8$
2. $2x+3 \leq 3(x+2),\ \ x \geq -3$

공통된 해를 찾으면 $-3 \leq x < 8$

8. 연립부등식 $\begin{cases} 0.5-0.3x<0.1x-0.3 \\ 4-x \ge \dfrac{x-8}{3} \end{cases}$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수는?

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$i)$ $0.5-0.3x<0.1x-0.3$ 의 양변에 10 을 곱하면
$5-3x<x-3$, $x>2$
$ii)$ $4-x \ge \dfrac{x-8}{3}$ 의 양변에 3 을 곱하면
$12-3x \ge x-8$, $x \le 5$
$\therefore$ $2<x \le 5$ 이므로 만족하는 자연수는 3, 4, 5 즉, 3 개이다.

9. 연립부등식 $\begin{cases} 2x+5<3x+2 \\ \dfrac{x-5}{4}<-\dfrac{x+1}{2} \end{cases}$ 을 만족시키는 정수의 개수는?

① 0　② 1　③ 2　④ 3　⑤ 4

해설

(ⅰ) $2x+5<3x+2$, $x>3$

(ⅱ) $\dfrac{x-5}{4}<-\dfrac{x+1}{2}$, $x<1$

따라서 연립부등식을 만족시키는 정수는 없다.

10. 다음 연립부등식을 풀어라.

$$\begin{cases} x^2 - 2x + 1 \le 0 \\ x^2 + 2x + 2 \ge 0 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 1$

해설

$x^2 - 2x + 1 \le 0 \rightarrow (x-1)^2 \le 0$
$(x-1)^2$은 항상 0 이상이므로
만족하는 해는 $x = 1$이 유일
$x^2 + 2x + 2 = (x+1)^2 + 1 > 0$
$\rightarrow (x+1)^2 + 1 \ge 1$
$\therefore$ 모든 실수
$\therefore x = 1$

11. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - x - 6 \le 0 \\ 4x^2 - 8x + 3 \ge 0 \end{cases}$ 을 풀면?

① $-2 \le x \le \frac{1}{2}$ 또는 $\frac{3}{2} \le x \le 3$
② $-2 \le x \le \frac{1}{2}$ 또는 $2 \le x \le 3$
③ $-2 \le x \le \frac{1}{2}$ 또는 $\frac{3}{2} \le x \le 2$
④ $-2 \le x \le 1$ 또는 $\frac{3}{2} \le x \le 3$
⑤ $-2 \le x \le 1$ 또는 $\frac{3}{2} \le x \le 2$

해설

$\begin{cases} x^2 - x - 6 \le 0 & \cdots ㉠ \\ 4x^2 - 8x + 3 \ge 0 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠ $(x-3)(x+2) \le 0$
$-2 \le x \le 3$
㉡ $(2x-3)(2x-1) \ge 0$
$x \ge \frac{3}{2}, \quad x \le \frac{1}{2}$
㉠과 ㉡의 공통범위 :
$-2 \le x \le \frac{1}{2}, \quad \frac{3}{2} \le x \le 3$

12. 연립부등식 $\begin{cases} 15x-4<6x+5 \\ 2x+a\le 3x-2 \end{cases}$ 을 동시에 만족하는 정수의 개수가 3개일 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $-5\le a<-4$ ② $-5<a\le -4$ ③ $-2\le a<-1$
④ $-2<a\le -1$ ⑤ $-1\le a<0$

해설

$15x-4<6x+5$, $x<1$
$2x+a\le 3x-2$, $x\ge a+2$
연립부등식의 해는 $a+2\le x<1$ 이고 만족하는 정수가 3개이기 위해서
$-3<a+2\le -2$
$\therefore\ -5<a\le -4$

13. 부등식 $|x|+|x-2| \le 3$을 풀면 $m \le x \le n$이다. $m+n$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

i) $x < 0$일 때

$-x - x + 2 - 3 \le 0$

$-2x \le 1$

$\therefore\ -\frac{1}{2} \le x < 0$

ii) $0 \le x < 2$일 때

$x - x + 2 \le 3$

$\therefore\ 0 \le x < 2$

iii) $x \ge 2$일 때

$2x - 2 \le 3$

$2x \le 5$

$\therefore\ 2 \le x \le \frac{5}{2}$

i), ii), iii) 에서 $-\frac{1}{2} \le x \le \frac{5}{2}$

$\therefore m = -\frac{1}{2},\ n = \frac{5}{2},\ \ m + n = 2$

14. 부등식 $\left|\frac{1}{2}-\frac{1}{3}x\right| \le 1$을 만족하는 자연수 x의 개수를 구하면?

① 13 개 ② 9 개 ③ 6 개 ④ 4 개 ⑤ 2 개

해설

$-1 \le \frac{1}{2}-\frac{1}{3}x \le 1$

$-6 \le 3-2x \le 6$

$-9 \le -2x \le 3$

$\therefore -\frac{3}{2} \le x \le \frac{9}{2}$

그런데 x는 자연수 이므로 1, 2, 3, 4이다.

15. 부등식 $|x^2-5x+5| \le 1$을 만족하는 정수 x의 개수는?

① 1개　② 2개　③ 3개　④ 4개　⑤ 5개

해설

$|x^2-5x+5| \le 1$

$\Rightarrow \quad x^2-5x+5 \ge -1, \quad x^2-5x+5 \le 1$

ⅰ) $x^2-5x+5 \ge -1$

$x^2-5x+6 \ge 0$

$\Rightarrow \quad (x-2)(x-3) \ge 0$

$\Rightarrow \quad x \le 2$ 또는 $x \ge 3$

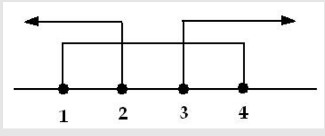
ⅱ) $x^2-5x+5 \le 1$

$x^2-5x+4 \le 0$

$\Rightarrow \quad (x-1)(x-4) \le 0$

$\Rightarrow \quad 1 \le x \le 4$

공통부분을 구하면,



$\Rightarrow \quad 1 \le x \le 2$ 또는 $3 \le x \le 4$

$\therefore \quad x = 1, 2, 3, 4$

16. 부등식 $ax^2 + 5x + b > 0$ 을 풀어서 $2 < x < 3$ 이라는 해가 구해졌다. 이 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = 6$

해설

$ax^2 + 5x + b > 0$ ⋯⋯㉠
해가 $2 < x < 3$ 이 되는 이차부등식은
$(x-2)(x-3) < 0$ 전개하면
$x^2 - 5x + 6 < 0$ ⋯⋯㉡
㉠과 일차항의 계수를 맞추기위해
양변에 -1 을 곱하면
$-x^2 + 5x - 6 > 0$ ⋯⋯㉢
㉠, ㉢이 일치해야 하므로 $a = -1$, $b = -6$

17. 임의의 실수 x 에 대하여 이차함수 $y = x^2 + 2x + 3$ 의 그래프가 항상 직선 $y = kx + 2$ 의 위쪽에 있을 때, 정수 k 의 개수를 구하면?

① 1개　② 2개　③ 3개　④ 4개　⑤ 5개

해설

이차함수의 그래프가 항상
직선의 위쪽에 있으므로
$x^2 + 2x + 3 > kx + 2$, $x^2 + (2 - k)x + 1 > 0$
모든 실수 x 에 대하여 성립해야 하므로
$D = (2 - k)^2 - 4 < 0,\ k(k - 4) < 0$
$\therefore\ 0 < k < 4$
따라서 정수 k 는 1, 2, 3 의 3개이다.

18. <보기> x에 대한 부등식 $ax^2+4ax+5a>0$의 설명으로 옳은 것은 모두 고른 것은?

보기

㉠ $a>0$일 때 해는 모든 실수이다.
㉡ $a=0$일 때 해는 $x=0$뿐이다.
㉢ $a<0$일 때 해는 없다.

① ㉠　② ㉠, ㉡　③ ㉠, ㉢
④ ㉡, ㉢　⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$ax^2+4ax+5a>0$에서
$a(x^2+4x+5)>0,\ a\{(x+2)^2+1\}>0$
㉠ $a>0$일 때 $(x+2)^2+1>0$ ∴ 모든 실수
㉡ $a=0$일 때 $0\cdot\{(x+2)^2+1\}>0$ ∴ 해는 없다.
㉢ $a<0$일 때 $(x+2)^2+1<0$ ∴ 해는 없다.

19. 실수 x에 대하여 $[x]$는 x를 넘지 않는 최대 정수를 나타낸다고 한다. 이차부등식 $2[x]^2-[x]-6<0$의 해를 바르게 구한 것은?

① $-1 \le x < 2$　② $x \le -1$　③ $x \ge 1$
④ $x \le 1$　⑤ $x \le -1,\ x \ge 2$

해설

$2[x]^2-[x]-6<0$에서
$([x]-2)(2[x]+3)<0$
$\therefore -\dfrac{3}{2}<[x]<2$
$-1 \le [x] < 2$　$\therefore -1 \le x < 2$

20. 이차부등식 $x^2-2kx+2k \le 0$이 해를 갖지 않을 때, 실수 k 값의 범위는?

① $-1 \le k \le 0$
② $-2 < k < 0$
③ $0 \le x \le 2$
④ $0 < k < 2$
⑤ $k < 0$, 또는 $k > 2$

해설

주어진 이차부등식이 해를 갖지 않으려면
방정식 $x^2-2kx+2k=0$이 허근을 가져야 하므로
$\frac{D}{4}=k^2-2k<0,\ \ k(k-2)<0$
$\therefore 0<k<2$