

1. 이차함수의 그래프를 이용하여 이차부등식 $x^2 + x - 6 > 0$ 을 풀면?

① $x < -3$ 또는 $x > 2$

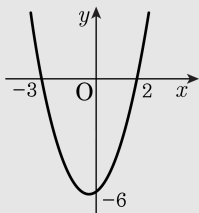
② $x < -2$ 또는 $x > 3$

③ $x < -1$ 또는 $x > 4$

④ $x < 0$ 또는 $x > 5$

⑤ $x < 1$ 또는 $x > 6$

해설



이차방정식 $x^2 + x - 6 = 0$ 에서 $(x + 3)(x - 2) = 0$

$\therefore x = -3$ 또는 $x = 2$

$f(x) = x^2 + x - 6$ 으로 놓으면 $y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고

이차부등식 $f(x) > 0$ 의 해는 $x < -3$ 또는 $x > 2$

2. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - 2x + 1 > 0 \\ 2x^2 - 9x - 18 \leq 0 \end{cases}$ 을 만족하는 정수해의 개수는?

- ① 7개 ② 8개 ③ 9개 ④ 10개 ⑤ 11개

해설

$$\begin{cases} x^2 - 2x + 1 > 0 & \cdots (가) \\ 2x^2 - 9x - 18 \leq 0 & \cdots (나) \end{cases}$$

(가)에서 $(x-1)^2 > 0$

$\therefore x \neq 1$ 인 모든 실수

(나)에서 $(2x+3)(x-6) \leq 0$

$$\therefore -\frac{3}{2} \leq x \leq 6$$

따라서 공통 범위를 구하면

$$-\frac{3}{2} \leq x \leq 6, x \neq 1$$

이 범위를 만족하는 정수는
-1, 0, 2, 3, 4, 5, 6이다.

3. 다음 중에서 성립하지 않는 것은?

① $a^2 \geq 0$

② $a^2 + b^2 \geq 0$

③ $a^2 = 0 \Leftrightarrow a = 0$

④ $a^2 + b^2 = 0 \Leftrightarrow a = b = 0$

⑤ $a > b \Leftrightarrow ab > 0$

해설

① $a^2 \geq 0$ (항상 성립)

② $a^2 + b^2 \geq 0$ (항상 성립)

③ $a^2 = 0 \Leftrightarrow a = 0$ (항상 성립)

④ $a^2 + b^2 = 0 \Leftrightarrow a = b = 0$ (항상 성립)

⑤ $a > b \Leftrightarrow ab > 0$

(반례: $a > 0, b < 0$ 이면 $a > b$ 이지만 $ab < 0$ 이다.)

4. 다음 부등식의 해가 없을 때, 상수 m 의 값의 합은?

$$m^2x - 1 > m(x - 1)$$

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$m^2x - 1 > m(x - 1)$ 에서

$$m^{2x} - 1 > mx - m$$

$$\therefore (m^2 - m)x > 1 - m \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

㉠의 해가 없어야 하므로

$$m^2 - m = 0, 1 - m \geq 0$$

$$m^2 - m = 0 \text{에서 } m(m - 1) = 0$$

$$\therefore m = 0 \text{ 또는 } 1 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$1 - m \geq 0 \text{에서 } m \leq 1 \cdots \textcircled{\text{㉢}}$$

따라서 ㉡, ㉢에서 $m = 0$ 또는 $m = 1$

5. $ax + b > 0$ 의 해가 $x < 2$ 일 때, $(a + b)x < 5b$ 의 해는?

① $x > 5$

② $x > 10$

③ $x < 1$

④ $x < 5$

⑤ $x < 10$

해설

$ax + b > 0$ 에서 $ax > -b$

해가 $x < 2$ 이므로

$a < 0 \dots\dots \textcircled{\text{㉠}}$

$-\frac{b}{a} = 2 \dots\dots \textcircled{\text{㉡}}$

$\textcircled{\text{㉡}}$ 을 정리하면 $b = -2a \dots\dots \textcircled{\text{㉢}}$

$\textcircled{\text{㉢}}$ 에서 $b = -2a$ 를 $(a + b)x < 5b$ 에 대입하면

$(a - 2a)x < 5 \cdot (-2a), -ax < -10a$

$\textcircled{\text{㉠}}$ 에서 $a < 0$ 이므로 $x < 10$

6. 연립부등식 $\begin{cases} 2x + 3 > -3 + x \\ 5x + 1 \leq 3x - 1 \end{cases}$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-6 < x \leq -1$

해설

$$\begin{cases} 2x + 3 > -3 + x \\ 5x + 1 \leq 3x - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -6 \\ x \leq -1 \end{cases}$$

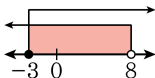
$$\therefore -6 < x \leq -1$$

7. 연립부등식

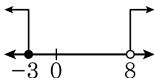
$$\begin{cases} 2(x-4) < x \\ 2x+3 \leq 3(x+2) \end{cases}$$

의 해를 수직선 위에 바르게 나타낸 것은?

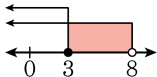
①



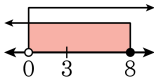
②



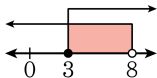
③



④



⑤



해설

1. $2(x-4) < x, x < 8$

2. $2x+3 \leq 3(x+2), x \geq -3$

공통된 해를 찾으려면 $-3 \leq x < 8$

8. 연립부등식 $\begin{cases} 0.5 - 0.3x < 0.1x - 0.3 \\ 4 - x \geq \frac{x-8}{3} \end{cases}$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수는?

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

i) $0.5 - 0.3x < 0.1x - 0.3$ 의 양변에 10 을 곱하면

$$5 - 3x < x - 3, x > 2$$

ii) $4 - x \geq \frac{x-8}{3}$ 의 양변에 3 을 곱하면

$$12 - 3x \geq x - 8, x \leq 5$$

$\therefore 2 < x \leq 5$ 이므로 만족하는 자연수는 3, 4, 5 즉, 3 개이다.

9. 연립부등식 $\begin{cases} 2x + 5 < 3x + 2 \\ \frac{x-5}{4} < -\frac{x+1}{2} \end{cases}$ 을 만족시키는 정수의 개수는?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

(i) $2x + 5 < 3x + 2, x > 3$

(ii) $\frac{x-5}{4} < -\frac{x+1}{2}, x < 1$

따라서 연립부등식을 만족시키는 정수는 없다.

10. 다음 연립부등식을 풀어라.

$$\begin{cases} x^2 - 2x + 1 \leq 0 \\ x^2 + 2x + 2 \geq 0 \end{cases}$$

▶ 답:

▷ 정답: $x = 1$

해설

$$x^2 - 2x + 1 \leq 0 \rightarrow (x - 1)^2 \leq 0$$

$(x - 1)^2$ 은 항상 0 이상이므로

만족하는 해는 $x = 1$ 이 유일

$$x^2 + 2x + 2 = (x + 1)^2 + 1 > 0$$

$$\rightarrow (x + 1)^2 + 1 \geq 1$$

∴ 모든 실수

$$\therefore x = 1$$

11. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - x - 6 \leq 0 \\ 4x^2 - 8x + 3 \geq 0 \end{cases}$ 을 풀면?

- ① $-2 \leq x \leq \frac{1}{2}$ 또는 $\frac{3}{2} \leq x \leq 3$
 ② $-2 \leq x \leq \frac{1}{2}$ 또는 $2 \leq x \leq 3$
 ③ $-2 \leq x \leq \frac{1}{2}$ 또는 $\frac{3}{2} \leq x \leq 2$
 ④ $-2 \leq x \leq 1$ 또는 $\frac{3}{2} \leq x \leq 3$
 ⑤ $-2 \leq x \leq 1$ 또는 $\frac{3}{2} \leq x \leq 2$

해설

$$\begin{cases} x^2 - x - 6 \leq 0 & \cdots \textcircled{㉠} \\ 4x^2 - 8x + 3 \geq 0 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

$$\textcircled{㉠} (x-3)(x+2) \leq 0$$

$$-2 \leq x \leq 3$$

$$\textcircled{㉡} (2x-3)(2x-1) \geq 0$$

$$x \geq \frac{3}{2}, \quad x \leq \frac{1}{2}$$

㉠과 ㉡의 공통범위 :

$$-2 \leq x \leq \frac{1}{2}, \quad \frac{3}{2} \leq x \leq 3$$

12. 연립부등식 $\begin{cases} 15x - 4 < 6x + 5 \\ 2x + a \leq 3x - 2 \end{cases}$ 을 동시에 만족하는 정수의 개수가

3개일 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $-5 \leq a < -4$

② $-5 < a \leq -4$

③ $-2 \leq a < -1$

④ $-2 < a \leq -1$

⑤ $-1 \leq a < 0$

해설

$$15x - 4 < 6x + 5, x < 1$$

$$2x + a \leq 3x - 2, x \geq a + 2$$

연립부등식의 해는 $a + 2 \leq x < 1$ 이고 만족하는 정수가 3개이기
위해서

$$-3 < a + 2 \leq -2$$

$$\therefore -5 < a \leq -4$$

13. 부등식 $|x| + |x-2| \leq 3$ 을 풀면 $m \leq x \leq n$ 이다. $m+n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

i) $x < 0$ 일 때

$$-x - x + 2 - 3 \leq 0$$

$$-2x \leq 1$$

$$\therefore -\frac{1}{2} \leq x < 0$$

ii) $0 \leq x < 2$ 일 때

$$x - x + 2 \leq 3$$

$$\therefore 0 \leq x < 2$$

iii) $x \geq 2$ 일 때

$$2x - 2 \leq 3$$

$$2x \leq 5$$

$$\therefore 2 \leq x \leq \frac{5}{2}$$

i), ii), iii)에서 $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{5}{2}$

$$\therefore m = -\frac{1}{2}, n = \frac{5}{2}, m+n=2$$

14. 부등식 $\left| \frac{1}{2} - \frac{1}{3}x \right| \leq 1$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수를 구하면?

① 13개

② 9개

③ 6개

④ 4개

⑤ 2개

해설

$$-1 \leq \frac{1}{2} - \frac{1}{3}x \leq 1$$

$$-6 \leq 3 - 2x \leq 6$$

$$-9 \leq -2x \leq 3$$

$$\therefore -\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{9}{2}$$

그런데 x 는 자연수 이므로 1, 2, 3, 4이다.

15. 부등식 $|x^2 - 5x + 5| \leq 1$ 을 만족하는 정수 x 의 개수는?

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

$$|x^2 - 5x + 5| \leq 1$$

$$\Rightarrow x^2 - 5x + 5 \geq -1, \quad x^2 - 5x + 5 \leq 1$$

$$\text{i) } x^2 - 5x + 5 \geq -1$$

$$x^2 - 5x + 6 \geq 0$$

$$\Rightarrow (x-2)(x-3) \geq 0$$

$$\Rightarrow x \leq 2 \text{ 또는 } x \geq 3$$

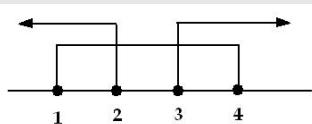
$$\text{ii) } x^2 - 5x + 5 \leq 1$$

$$x^2 - 5x + 4 \leq 0$$

$$\Rightarrow (x-1)(x-4) \leq 0$$

$$\Rightarrow 1 \leq x \leq 4$$

공통부분을 구하면,



$$\Rightarrow 1 \leq x \leq 2 \text{ 또는 } 3 \leq x \leq 4$$

$$\therefore x = 1, 2, 3, 4$$

16. 부등식 $ax^2 + 5x + b > 0$ 을 풀어서 $2 < x < 3$ 이라는 해가 구해졌다.
이 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = 6$

해설

$$ax^2 + 5x + b > 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

해가 $2 < x < 3$ 이 되는 이차부등식은

$(x - 2)(x - 3) < 0$ 전개하면

$$x^2 - 5x + 6 < 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠과 일차항의 계수를 맞추기 위해

양변에 -1 을 곱하면

$$-x^2 + 5x - 6 > 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

㉠, ㉢이 일치해야 하므로 $a = -1$, $b = -6$

17. 임의의 실수 x 에 대하여 이차함수 $y = x^2 + 2x + 3$ 의 그래프가 항상 직선 $y = kx + 2$ 의 위쪽에 있을 때, 정수 k 의 개수를 구하면?

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

이차함수의 그래프가 항상

직선의 위쪽에 있으므로

$$x^2 + 2x + 3 > kx + 2, x^2 + (2 - k)x + 1 > 0$$

모든 실수 x 에 대하여 성립해야 하므로

$$D = (2 - k)^2 - 4 < 0, k(k - 4) < 0$$

$$\therefore 0 < k < 4$$

따라서 정수 k 는 1, 2, 3 의 3 개이다.

18. <보기> x 에 대한 부등식 $ax^2 + 4ax + 5a > 0$ 의 설명으로 옳은 것은 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $a > 0$ 일 때 해는 모든 실수이다.
㉡ $a = 0$ 일 때 해는 $x = 0$ 뿐이다.
㉢ $a < 0$ 일 때 해는 없다.

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$ax^2 + 4ax + 5a > 0$ 에서

$a(x^2 + 4x + 5) > 0$, $a\{(x+2)^2 + 1\} > 0$

㉠ $a > 0$ 일 때 $(x+2)^2 + 1 > 0 \therefore$ 모든 실수

㉡ $a = 0$ 일 때 $0 \cdot \{(x+2)^2 + 1\} > 0 \therefore$ 해는 없다.

㉢ $a < 0$ 일 때 $(x+2)^2 + 1 < 0 \therefore$ 해는 없다.

19. 실수 x 에 대하여 $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대 정수를 나타낸다고 한다.
이차부등식 $2[x]^2 - [x] - 6 < 0$ 의 해를 바르게 구한 것은?

- ① $-1 \leq x < 2$ ② $x \leq -1$ ③ $x \geq 1$
④ $x \leq 1$ ⑤ $x \leq -1, x \geq 2$

해설

$$2[x]^2 - [x] - 6 < 0 \text{에서}$$

$$([x] - 2)(2[x] + 3) < 0$$

$$\therefore -\frac{3}{2} < [x] < 2$$

$$-1 \leq [x] < 2 \quad \therefore -1 \leq x < 2$$

20. 이차부등식 $x^2 - 2kx + 2k \leq 0$ 이 해를 갖지 않을 때, 실수 k 값의 범위는?

① $-1 \leq k \leq 0$

② $-2 < k < 0$

③ $0 \leq x \leq 2$

④ $0 < k < 2$

⑤ $k < 0, 또는 k > 2$

해설

주어진 이차부등식이 해를 갖지 않으려면

방정식 $x^2 - 2kx + 2k = 0$ 이 허근을 가져야 하므로

$$\frac{D}{4} = k^2 - 2k < 0, \quad k(k - 2) < 0$$

$$\therefore 0 < k < 2$$