

1. 부등식 $(a - b)x + (b - 2a) > 0$ 의 해가 $x > \frac{3}{2}$ 일 때, 부등식 $ax^2 + (a + 2b)x + (a + 3b) < 0$ 의 해를 구하면?

① $3 < x < 7$

② $-3 < x < 1$

③ $x < 2, x > 3$

④ $-1 < x < 2$

⑤ $x < -2, x > 4$

해설

$(a - b)x > 2a - b$ 의 해가 $x > \frac{3}{2}$ 이라면

$a - b > 0, \frac{2a - b}{a - b} = \frac{3}{2}$ 이어야 한다.

$\therefore a = -b, b < 0$

준 부등식 $-bx^2 + bx + 2b < 0$ 에서

$x^2 - x - 2 < 0, (x - 2)(x + 1) < 0$

$\therefore -1 < x < 2$

2. 부등식 $|x^2 - 4x - 6| \leq 6$ 의 해를 구하면?

① $-2 \leq x < 6$

② $0 \leq x \leq 4$

③ $x \leq -2$ 또는 $x \geq 6$

④ $-2 \leq x \leq 0$ 또는 $4 \leq x \leq 6$

⑤ $x \leq 0$ 또는 $x \geq 4$

해설

$$|x^2 - 4x - 6| \leq 6 \text{에서}$$

$$\frac{-6 < x^2 - 4x - 6 \leq 6}{\textcircled{1} \qquad \qquad \textcircled{2}}$$

$$\textcircled{1}\text{에서 } x^2 - 4x \geq 0, x(x - 4) \geq 0 \\ \therefore x \leq 0 \text{ 또는 } x \geq 4$$

$$\textcircled{2}\text{에서 } x^2 - 4x - 12 \leq 0, (x + 2)(x - 6) \leq 0 \\ \therefore -2 \leq x \leq 6$$

따라서 공통 범위를 구하면

$$-2 \leq x \leq 0 \text{ 또는 } 4 \leq x \leq 6$$

3. 부등식 $3[x]^2 + [x] - 10 \leq 0$ 의 해는? (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수)

① $-3 \leq x < 1$

② $-3 \leq x < 2$

③ $-2 \leq x < 1$

④ $-2 \leq x < 2$

⑤ $-2 \leq x < 3$

해설

$$3[x]^2 + [x] - 10 \leq 0 \text{ 이므로}$$

$$([x] + 2)(3[x] - 5) \leq 0$$

$$-2 \leq [x] \leq \frac{5}{3}$$

$[x]$ 는 정수이므로

$$-2 \leq [x] \leq 1$$

$$\therefore -2 \leq x < 2$$

4. 이차부등식 $x^2 - 2kx + 2k \leq 0$ 이 해를 갖지 않을 때, 실수 k 값의 범위는?

① $-1 \leq k \leq 0$

② $-2 < k < 0$

③ $0 \leq x \leq 2$

④ $0 < k < 2$

⑤ $k < 0$, 또는 $k > 2$

해설

주어진 이차부등식이 해를 갖지 않으려면
방정식 $x^2 - 2kx + 2k = 0$ 이 허근을 가져야 하므로

$$\frac{D}{4} = k^2 - 2k < 0, \quad k(k - 2) < 0$$

$$\therefore 0 < k < 2$$

5. 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 + ax + a$ 가 -3 보다 항상 크기 위한 상수 a 의 값의 범위는?

- ① $-4 < a < 3$ ② $-2 < a < 4$ ③ $-2 < a < 6$
④ $2 < a < 4$ ⑤ $2 < a < 6$

해설

$x^2 + ax + a > -3, x^2 + ax + (a + 3) > 0$
모든 실수 x 에 대하여 성립하려면
이차방정식 $x^2 + ax + (a + 3) = 0$ 의 판별식을
 D 라 할 때,
 $D < 0$ 이어야 하므로
 $D = a^2 - 4(a + 3) < 0$
 $a^2 - 4a - 12 < 0, (a - 6)(a + 2) < 0$
 $\therefore -2 < a < 6$

6. 이차부등식 $x^2 + 2x + a < 0$ 의 해가 $-4 < x < 2$ 일 때, a 의 값을 구하여라.(단, a 는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

해가 $-4 < x < 2$ 이므로

$$(x+4)(x-2) < 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = x^2 + 2x + a$$

$$\therefore a = -8$$

7. 이차부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 을 만족하는 x 의 범위가 $-2 < x < 1$ 일 때, 부등식 $cx^2 - ax + b < 0$ 을 만족하는 x 의 범위는?

- ① $-2 < x < 1$ ② $-1 < x < \frac{1}{2}$ ③ $-\frac{1}{2} < x < 2$
④ $\frac{1}{2} < x < 1$ ⑤ $\frac{1}{2} < x < 2$

해설

$ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $-2 < x < 1$ 이므로

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} < 0 (a < 0)$$

$$\Leftrightarrow (x+2)(x-1) = x^2 + x - 2 < 0$$

$$\therefore \frac{b}{a} = 1, \frac{c}{a} = -2$$

$cx^2 - ax + b < 0$ 에서

양변을 a 로 나누면

$$\frac{c}{a}x^2 - x + \frac{b}{a} > 0 \Leftrightarrow -2x^2 - x + 1 > 0$$

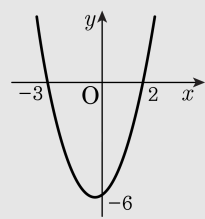
$$2x^2 + x - 1 < 0, (2x-1)(x+1) < 0$$

$$\therefore -1 < x < \frac{1}{2}$$

8. 이차함수의 그래프를 이용하여 이차부등식 $x^2 + x - 6 > 0$ 을 풀면?

- ① $x < -3$ 또는 $x > 2$ ② $x < -2$ 또는 $x > 3$
③ $x < -1$ 또는 $x > 4$ ④ $x < 0$ 또는 $x > 5$
⑤ $x < 1$ 또는 $x > 6$

해설



이차방정식 $x^2 + x - 6 = 0$ 에서 $(x + 3)(x - 2) = 0$

$\therefore x = -3$ 또는 $x = 2$

$f(x) = x^2 + x - 6$ 으로 놓으면 $y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고

이차부등식 $f(x) > 0$ 의 해는 $x < -3$ 또는 $x > 2$

9. 연립부등식 $\begin{cases} 2x^2 + 3x - 2 \leq 0 \\ 2x^2 + x - 3 < 0 \end{cases}$ 을 풀면?

- ① $-2 < x \leq \frac{1}{2}$ ② $-2 < x \leq 1$ ③ $-\frac{3}{2} < x \leq 1$
④ $-\frac{3}{2} < x \leq \frac{1}{2}$ ⑤ $1 < x \leq 2$

해설

$$\begin{cases} 2x^2 + 3x - 2 \leq 0 & \cdots (가) \\ 2x^2 + x - 3 < 0 & \cdots (나) \end{cases}$$

(가)에서 $(2x - 1)(x + 2) \leq 0$

$$\therefore -2 \leq x \leq \frac{1}{2}$$

(나)에서 $(2x + 3)(x - 1) < 0$

$$\therefore -\frac{3}{2} < x < 1$$

따라서 공통 범위를 구하면

$$-\frac{3}{2} < x \leq \frac{1}{2}$$

10. 두 부등식 $x^2 - 2x - 3 > 0$,
 $x^2 + ax + b \leq 0$ 에 대하여
두 부등식 중 적어도 하나를 만족하는 x 의 값은 실수 전체이고, 두
부등식을 동시에 만족하는 x 의 값은 $3 < x \leq 4$ 일 때, $a + b$ 의 값을
구하면?

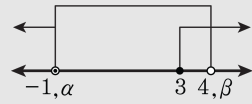
① -6 ② -7 ③ -8 ④ -9 ⑤ -10

해설

$$(x+1)(x-3) > 0 \Rightarrow x < -1 \text{ 또는 } x > 3$$

$$x^2 + ax + b \leq 0 \Rightarrow \alpha \leq x \leq \beta \text{ 라 하자}$$

주어진 조건을 만족하려면



$$\therefore \alpha = -1, \beta = 4$$

$$(x+1)(x-4) = x^2 - 3x - 4$$

$$a = -3, b = -4$$

$$\therefore a + b = -7$$