

1. 이차방정식 $3x^2 - x + 2 = 0$ 의 한 근을 A , 이차방정식 $x^2 - 3x - 6 = 0$ 의 한 근을 B 라 할 때, $3A^2 + B^2 - A - 3B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$3A^2 - A + 2 = 0, B^2 - 3B - 6 = 0 \text{ 이므로}$$

$$3A^2 - A = -2, B^2 - 3B = 6$$

$$\begin{aligned} \therefore 3A^2 + B^2 - A - 3B \\ &= 3A^2 - A + B^2 - 3B \\ &= -2 + 6 = 4 \end{aligned}$$

2. x 에 관한 이차방정식 $x^2 + 8x + 15 - m = 0$ 이 중근을 갖도록 m 의 값을 구하면?

- ① 0 ② 1 ③ -1 ④ 2 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned}x^2 + 8x + 15 - m &= 0 \\4^2 &= 15 - m \\ \therefore m &= -1\end{aligned}$$

3. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 한 근이 m 일 때, $\frac{m^2}{1+2m} - \frac{6m}{1-m^2}$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 에 $x = m$ 을 대입하면,

$$m^2 - 2m - 1 = 0$$

$$1 + 2m = m^2, 1 - m^2 = -2m$$

$$\therefore \frac{m^2}{1+2m} - \frac{6m}{1-m^2} = \frac{m^2}{m^2} - \frac{6m}{-2m} = 1 + 3 = 4$$

4. 두 이차방정식 $ax^2 - 3x + b = 0$, $bx^2 - 3x + a = 0$ 이 같은 근을 가질 때, $a + b$ 의 값은? (단, $a \neq b$)

- ① -2 ② 0 ③ ± 1 ④ ± 3 ⑤ ± 5

해설

두 방정식의 같은 근(공통근)을 α 라 하면
 $a\alpha^2 - 3\alpha + b = 0 \dots ①$
 $b\alpha^2 - 3\alpha + a = 0 \dots ②$
① - ②를 하면 $(a-b)\alpha^2 - (a-b) = 0$
 $(a-b)(\alpha^2 - 1) = 0$
 $a \neq b$ 이므로 $\alpha^2 - 1 = 0 \therefore \alpha = \pm 1$
 $\alpha = 1$ 일 때, ① 또는 ②에 대입하면 $a + b = 3$
 $\alpha = -1$ 일 때, ① 또는 ②에 대입하면 $a + b = -3$
 $\therefore a + b = \pm 3$

5. 이차방정식 $(x-1)(x-b) = -1$ 이 0이 아닌 중근 a 를 가진다. 이때, b 의 값은? (단, a, b 는 정수)

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$(x-1)(x-b) = -1$ 이 중근 a 를 가지므로

x 에 a 를 대입하면

$$(a-1)(a-b) = -1$$

i) $a-1 = -1, a-b = 1$ 인 경우

$a = 0, b = -1, a \neq 0$ 이므로 부적합

ii) $a-1 = 1, a-b = -1$ 인 경우

$$a = 2, b = 3$$

$$\therefore b = 3$$

6. 직선 $ax - 2y = -8$ 이 점 $(a - 2, a^2)$ 을 지나고 제 4 사분면을 지나지 않을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$ax - 2y = -8$ 이 점 $(a - 2, a^2)$ 을 지나므로

$$a(a - 2) - 2a^2 = -8$$

$$a^2 - 2a - 2a^2 + 8 = 0$$

$$-a^2 - 2a + 8 = 0, a^2 + 2a - 8 = 0$$

$$(a + 4)(a - 2) = 0$$

$$\therefore a = -4 \text{ 또는 } a = 2$$

$$ax - 2y = -8, y = \frac{a}{2}x + 4 \text{ 이므로}$$

$a > 0$ 일 때, 제 4 사분면을 지나지 않는다.

$$\therefore a = 2$$

7. $a > 0$ 인 상수 a 에 대하여 이차방정식 $x^2 + 2(2a-1)x + (3a^2 - 4a + 1) = 0$ 의 두 근 중 작은 근이 이차방정식 $4x^2 - 12px + 9p^2 = 0$ 의 근과 같을 때, $2a + p$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{2}{3}$

해설

$$x^2 + 2(2a-1)x + (3a^2 - 4a + 1) = 0 \text{에서}$$

$$x^2 + 2(2a-1)x + (3a-1)(a-1) = 0$$

$$(x+3a-1)(x+a-1) = 0$$

$$\therefore x = -3a+1 \text{ 또는 } x = -a+1$$

$a > 0$ 이므로 두 근 중 작은 근은

$$x = -3a+1 \cdots \text{㉠}$$

$$4x^2 - 12px + 9p^2 = 0 \text{에서 } (2x-3p)^2 = 0$$

$$\therefore x = \frac{3p}{2} \cdots \text{㉡}$$

$$\text{㉠, ㉡에서 } -3a+1 = \frac{3p}{2}$$

$$\therefore 2a+p = \frac{2}{3}$$