

1. $(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1) = 2^a + b$ 에서 $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$(2-1)$ 을 곱한다.

$2-1=1$ 이므로 식의 값에 변화없다.

$$(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$$

$$= (2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$$

$$= (2^4-1)(2^4+1)(2^8+1)$$

$$= (2^8-1)(2^8+1) = 2^{16} - 1$$

$$\therefore a = 16, b = -1$$

$$\therefore a - b = 16 - (-1) = 17$$

2. $(x+A)(x+B)$ 를 전개하였더니 $x^2 + Cx + 8$ 이 되었다. 다음 중 C 의 값이 될 수 없는 것은? (단, A, B, C 는 정수이다.)

① -9

② -6

③ 3

④ 6

⑤ 9

해설

$(x+A)(x+B) = x^2 + (A+B)x + AB = x^2 + Cx + 8$ 이므로
 $A+B=C, AB=8$ 이다.

따라서 $C = (1+8, 2+4, -1-8, -2-4) = (9, 6, -9, -6)$ 이다.

3. $(3x - 2y + 4z)(2x + 2y - 4z)$ 를 전개하였을 때, xy, yz, zx 각각의 계수의 합은?

①

14

② 16

③ 18

④ 20

⑤ 22

해설

$$\begin{aligned} & (3x - 2y + 4z)(2x + 2y - 4z) \\ &= \{3x - (2y - 4z)\}\{2x + (2y - 4z)\} \end{aligned}$$

$2y - 4z = A$ 로 치환하면

$$\begin{aligned} & (3x - A)(2x + A) \\ &= 6x^2 + Ax - A^2 \end{aligned}$$

$A = 2y - 4z$ 를 대입하면

$$\begin{aligned} & 6x^2 + (2y - 4z)x - (2y - 4z)^2 \\ &= 6x^2 + 2xy - 4xz - 4y^2 + 16yz - 16z^2 \end{aligned}$$

$\therefore xy, yz, zx$ 각각의 계수의 합 : $2 + 16 + (-4) = 14$

4. 다음 식에서 P 의 값은? (단, $a \neq b \neq c$)

$$P = \frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-c)(b-a)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)}$$

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} P &= \frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-c)(b-a)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)} \\ &= \frac{-a}{(a-b)(c-a)} + \frac{-b}{(b-c)(a-b)} + \frac{-c}{(c-a)(b-c)} \\ &= \frac{-a(b-c) - b(c-a) - c(a-b)}{(a-b)(b-c)(c-a)} \\ &= \frac{-ab + ac - bc + ab - ac + bc}{(a-b)(b-c)(c-a)} = 0 \end{aligned}$$

5. $-5y+4x-2$ 에서 어떤 식을 빼어야 할 것을 잘못하여 더했더니 $x-2y+3$ 이 되었다. 어떤 식이 $ax+by+c$ 이고, 바르게 계산한 답이 $dx+ey+f$ 일 때, $af-bd-ce$ 의 값을 구하여라. (단, a, b, c, d, e, f 는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

어떤 식을 A 라고 하면

바르게 계산한 식은 $-5y + 4x - 2 - A$

잘못 계산된 식은

$$-5y + 4x - 2 + A = x - 2y + 3$$

$$A = x - 2y + 3 - 4x + 5y + 2$$

$$A = -3x + 3y + 5$$

$$-3x + 3y + 5 = ax + by + c \text{ 이므로}$$

$$a = -3, b = 3, c = 5$$

A 를 바르게 계산한 식에 대입하면

$$-5y + 4x - 2 - A$$

$$= -5y + 4x - 2 - (-3x + 3y + 5)$$

$$= 7x - 8y - 7$$

따라서 바르게 계산한 답이 $7x - 8y - 7 = dx + ey + f$ 이므로

$$d = 7, e = -8, f = -7$$

$$\therefore af - bd - ce = 21 - 21 - (-40) = 40$$