

1. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $i^2 = -1$

② $x^2 = -4$ 를 만족하는 실수는 존재하지 않는다.

③ $\sqrt{-9} = 3i$

④ 2는 복소수이다.

⑤ $a + bi$ 에서 $b = 0$ 이면 실수이다. (단, a, b 는 실수)

해설

④ $2 = 2 + 0 \cdot i$ 이므로 복소수이다.

2. $(3+i)(a+bi) = 1-3i$ 를 만족하는 실수 a, b 에 대하여 $a+b$ 를 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$(3+i)(a+bi) = 1-3i$$

$$(3a-b) + (a+3b)i = 1-3i$$

$$\therefore 3a-b=1, \quad a+3b=-3$$

$$\Rightarrow a=0, \quad b=-1$$

$$\therefore a+b=-1$$

3. 다음 식을 간단히 하여라.

$$\frac{1-2i}{2+3i} + \frac{1+2i}{2-3i}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{8}{13}$

해설

(준식)

$$\begin{aligned} &= \frac{(1-2i)(2-3i) + (1+2i)(2+3i)}{(2+3i)(2-3i)} \\ &= \frac{(2-6) + (-4-3i) + (2-6) + (4+3i)}{2^2+3^2} \\ &= \frac{(-4-7i) + (-4+7i)}{13} \\ &= -\frac{8}{13} \end{aligned}$$

4. $i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5$ 을 간단히 하면?(단, $i = \sqrt{-1}$)

- ① i ② $-i$ ③ $1+i$ ④ 0 ⑤ 1

해설

$$i^2 = -1, i^3 = i^2 \times i = -i, i^4 = (i^2)^2 = (-1)^2 = 1,$$

$$i^5 = i^4 \times i = i$$

$$i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5$$

$$= i + (-1) + (-i) + 1 + i = i$$

5. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\overline{i-2} = i+2$

② $\overline{2i} = -2i$

③ $\overline{\sqrt{2}+i} = \sqrt{2}-i$

④ $\overline{1+\sqrt{3}} = 1+\sqrt{3}$

⑤ $\overline{3-2i} = 3+2i$

해설

켈레복소수는 허수부분의 부호가 바뀐다.

실수의 켈레복소수는 자기자신이다.

① $\overline{i-2} = -i-2$

6. $(1+i)x^2 + (1-i)x - 6 - 2i$ 가 순허수가 되는 실수 x 의 값을 구하면?

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 2 ⑤ 3

해설

주어진 식을 정리하면 $(x^2 + x - 6) + (x^2 - x - 2)i$ 이고
순허수가 되기 위해선 $x^2 + x - 6 = (x + 3)(x - 2) = 0$ 이어야
하므로 $x = -3$ 또는 $x = 2$ 이다.
그런데 $x^2 - x - 2 \neq 0$ 이어야 하므로 $x \neq 2$
따라서 $x = -3$

7. $(1+ai)^2 = 2i$ (a 는 실수)라 할 때 $(1+ai)(1-ai)$ 의 값을 구하시오.
(단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned}(1+ai)^2 &= 2i \text{ 에서 } (1-a^2) + 2ai = 2i \\ \text{복소수의 상등에서 } 1-a^2 &= 0, 2a = 2 \\ \therefore a &= 1 \\ \therefore (1+ai)(1-ai) &= (1+i)(1-i) \\ &= 1 - (-1) \\ &= 2\end{aligned}$$

8. $x = \sqrt{3} + 2i$, $y = \sqrt{3} - 2i$ 일 때, $x^2 + xy + y^2$ 의 값을 구하면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① 5

② 7

③ $2\sqrt{3} + 4i$

④ 12

⑤ $12 + 2\sqrt{3}i$

해설

$$x + y = 2\sqrt{3},$$

$$xy = (\sqrt{3} + 2i)(\sqrt{3} - 2i) = 3 - 4i^2 = 7 \text{ 이므로}$$

$$x^2 + xy + y^2 = (x + y)^2 - xy = 12 - 7 = 5 \text{ 이다.}$$

9. α, β 가 복소수일 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $\bar{\beta}$ 는 β 의 켤레복소수이다.)

- ㉠ $\alpha^2 + \beta^2 = 0$ 이면 $\alpha = 0, \beta = 0$ 이다.

㉡ $\alpha\beta = 0$ 이면 $\alpha = 0$ 또는 $\beta = 0$ 이다.

㉢ $\alpha = \bar{\beta}$ 일 때, $\alpha\beta = 0$ 이면 $\alpha = 0$ 이다.

- ① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ 반례 : $\alpha = 1, \beta = i$
㉡ (생략)
㉢ $\alpha = x + yi$ 라 하면
 $\alpha\beta = (x + yi)(x - yi) = x^2 + y^2(x, y \text{는 실수})$
 $x^2 + y^2 = 0$ 이려면 $x = 0, y = 0$
즉, $\alpha = 0$

10. 복소수 z 와 그의 켤레복소수 $\bar{z}$ 에 대하여 등식 $(1-2i)z - i\bar{z} = 3-5i$ 를 만족하는 z 는?

① $1+i$

② $2+i$

③ $2+2i$

④ $1-i$

⑤ $2-i$

해설

$z = a + bi$ 라 하면 $\bar{z} = a - bi$ 이므로

$$(1-2i)(a+bi) - i(a-bi) = a+bi-2ai+2b-ai-b$$

$$= (a+b) + (-3a+b)i = 3-5i$$

따라서 $a+b=3$, $-3a+b=-5$ 이므로 연립하여 풀면

$$a=2, b=1$$

따라서 $z = 2+i$ 이다.

11. $x = -2 - i$ 일 때, $x^2 + 4x + 10$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x = -2 - i$ 에서 $x + 2 = -i$ 의 양변을 제곱하면

$(x + 2)^2 = (-i)^2$ 이므로

$x^2 + 4x = -5$

$\therefore x^2 + 4x + 10 = -5 + 10 = 5$

12. 다음 계산 과정에서 최초로 틀린 부분은?

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{-2}} &= \boxed{\text{㉠}} \frac{\sqrt{8} \cdot \sqrt{-2}}{\sqrt{-2} \cdot \sqrt{-2}} \\ &= \boxed{\text{㉡}} \frac{\sqrt{-16}}{\sqrt{-2} \cdot \sqrt{-2}} \\ &= \boxed{\text{㉢}} \frac{\sqrt{-16}}{2} \\ &= \boxed{\text{㉣}} \frac{4i}{2} \\ &= \boxed{\text{㉤}} = \sqrt{-4}\end{aligned}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

$\sqrt{-2}\sqrt{-2} = \sqrt{2}i\sqrt{2}i = 2i^2 = -2$
따라서 최초로 틀린 부분은 ㉢이다.

13. x 에 대한 일차방정식 $(a^2 + 3)x + 1 = a(4x + 1)$ 의 해가 무수히 많을 때, a 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$(a^2 + 3 - 4a)x = a - 1$
모든 x 에 대해 성립하려면
 $a^2 - 4a + 3 = 0, a - 1 = 0$
공통근 : $a = 1$

14. 방정식 $|x - 1| = 2$ 의 해를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : -1

해설

i) $x \geq 1$ 일 때

$|x - 1| = x - 1$ 이므로, $x - 1 = 2$

$\therefore x = 3$

ii) $x < 1$ 일 때

$|x - 1| = -x + 1$ 이므로, $-x + 1 = 2$

$\therefore x = -1$

따라서 (i), (ii)에서 $x = 3$ 또는 $x = -1$

15. 복소수 $(1 - xi)(1 - i)$ 가 순허수가 되도록 실수 x 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 1$

해설

$(1 - xi)(1 - i) = (1 - x) + (-1 - x)i$
순허수이려면 실수부가 0 $\Rightarrow 1 - x = 0$,
 $x = 1$

16. n 이 홀수일 때, $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2n+1} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{4n+1}$ 을 간단히 하면?

- ① $-2i$ ② $-i$ ③ $2i$ ④ i ⑤ 0

해설

$$\frac{1+i}{1-i} = \frac{2i}{2} = i$$

$$\frac{1-i}{1+i} = \frac{-2i}{2} = -i$$

$$i^{2n+1} + (-i)^{4n+1} \quad (n = 2k-1 \text{ 대입})$$

$$i^{2(2k-1)+1} + (-i)^{4(2k-1)+1}$$

$$= i^{4k-1} - i$$

$$= -i - i = -2i$$

17. $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2006}$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

- ㉠ -1 ㉡ 1 ㉢ $-i$ ㉣ i ㉤ 1998

해설

$$\begin{aligned}\frac{1+i}{1-i} &= \frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)} \\ &= \frac{1+2i+(i)^2}{2} \\ &= i\end{aligned}$$

$$\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2006} = (i)^{2006} = (i^4)^{501}i^2 = -1$$

18. $\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{8n} + \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{8n}$ 의 값은? (단, n 은 자연수)

① -2

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \left\{ \left(\frac{1+i}{\sqrt{2}} \right)^2 \right\}^{4n} + \left\{ \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}} \right)^2 \right\}^{4n} \\&= \left(\frac{1+2i+i^2}{2} \right)^{4n} + \left(\frac{1-2i+i^2}{2} \right)^{4n} \\&= i^{4n} + (-i)^{4n} = 2 \cdot i^{4n} \\&= 2 \cdot (i^4)^n = 2 \cdot 1^n = 2\end{aligned}$$

19. $x = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2}, y = \frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $\frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x}$ 의 값을 구하면?

① 0

② 1

③ -2

④ 3

⑤ -4

해설

$$x + y = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2} + \frac{1 - \sqrt{3}i}{2} = 1$$

$$xy = \left(\frac{1 + \sqrt{3}i}{2}\right)\left(\frac{1 - \sqrt{3}i}{2}\right) = \frac{1 - (-3)}{4} = 1$$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} &= \frac{x^3 + y^3}{xy} \\ &= \frac{(x + y)^3 - 3xy(x + y)}{xy} \\ &= -2\end{aligned}$$

20. 방정식 $|x-3|+|x-4|=2$ 의 해의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

i) $x < 3$ 일 때,
 $-(x-3)-(x-4)=3, -2x=-5$
 $\therefore x=\frac{5}{2}$
ii) $3 \leq x < 4$ 일 때
 $(x-3)-(x-4)=2, 0 \cdot x=1$
 $\therefore$ 해가 없다.
iii) $x \geq 4$ 일 때
 $x-3+x-4=2, 2x=9$
 $\therefore x=\frac{9}{2}$
따라서 $x=\frac{5}{2}, \frac{9}{2}$ 이고 그 합은 7

21. $i(x+i)^3$ 이 실수일 때, 실수 x 의 값으로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① 0

② $\sqrt{3}$

③ $-\sqrt{3}$

④ 1

⑤ -1

해설

$$\begin{aligned} i(x+i)^3 &= i(x^3 + 3x^2i - 3x - i) \\ &= (-3x^2 + 1) + (x^3 - 3x)i \end{aligned}$$

실수가 되기 위해서는 허수부가 0

$$\therefore x^3 - 3x = 0$$

$$x(x^2 - 3) = 0$$

$$\therefore x = 0, \pm\sqrt{3}$$

22. 복소수 $z = a + bi$ 가 다음 두 조건을 만족한다.

$(1 + i + z)^2 < 0 \qquad z^2 = c + 4i$

이 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$(1 + i + z)^2 < 0$ 에서 $1 + i + z$ 는 순허수이다.
 $z = a + bi$ 라면
 $1 + i + z = 1 + i + a + bi = (1 + a) + (1 + b)i$
이것이 순허수이므로 $1 + a = 0, a = -1$
 $\therefore z = -1 + bi$
또한 $z^2 = c + 4i$ 에서 $(-1 + bi)^2 = c + 4i$
 $1 - 2bi - b^2 = c + 4i$
 $\therefore -2b = 4, 1 - b^2 = c$
 $\therefore b = -2, c = -3$
 $\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 14$

23. $w = \frac{1 + \sqrt{3}i}{1 - \sqrt{3}i}$ 일 때, $(w + 2w^2)^2 + (2w + w^2)^2$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned}w &= \frac{1 + \sqrt{3}i}{1 - \sqrt{3}i} = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \\ \therefore w^2 + w + 1 &= 0, \quad w^3 = 1 \\ \therefore (w + 2w^2)^2 + (2w + w^2)^2 & \\ &= (w - 2w - 2)^2 + (2w - w - 1)^2 \\ &= (-w - 2)^2 + (w - 1)^2 \\ &= w^2 + 4w + 4 + w^2 - 2w + 1 \\ &= 2w^2 + 2w + 5 \\ &= 2(w^2 + w + 1) + 3 \\ &= 3\end{aligned}$$

24. $\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$, $\frac{\sqrt{c}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{c}{b}}$, $|a+b| > |c|$ 인 a, b, c 에 대하여

$\sqrt{(a+b+c)^2} - |a+b| - \sqrt{c^2}$ 의 값은?

- ① $2a$ ② $2b$ ③ $-2c$ ④ $-2a$ ⑤ $-3b$

해설

$\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$ 이므로, $a \leq 0, b \leq 0$

$\frac{\sqrt{c}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{c}{b}}$ 이므로, $b < 0, c \geq 0$

$|a+b| > |c|$ 이므로, $-(a+b) > 0$

$\therefore a+b+c < 0$

$\therefore$ (주어진 식) $= |a+b+c| - |a+b| - |c|$
 $= -(a+b+c) + (a+b) - c$
 $= -2c$

25. 방정식 $|x+1| + \sqrt{(x-2)^2} = x+3$ 의 근을 α, β 라 할 때 $\alpha + \beta$ 의 값을 구하면?

① 0

② 4

③ 3

④ 2

⑤ 1

해설

i) $x < -1$ 일 때,
 $-(x+1) - (x-2) = x+3$
 $\therefore x = -\frac{2}{3}$ ($x < -1$ 에 부적합)
ii) $-1 \leq x < 2$ 일 때,
 $x+1 - (x-2) = x+3$
 $\therefore x = 0$
iii) $x \geq 2$ 일 때,
 $x+1 + x-2 = x+3$
 $\therefore x = 4$
(i), (ii), (iii)에 의해 $x = 0, 4$
 $\therefore \alpha + \beta = 4$