1. 등식 $(x-2)(ax-3)=4x^2+bx+c$가 항등식이 되도록 상수 a, b, c의 값을 구하면?

① $a=4,\ b=5,\ c=6$

② $a=2,\ b=-10,\ c=5$

③ $a=4,\ b=-11,\ c=6$

④ $a=2,\ b=-10,\ c=6$

⑤ $a=2,\ b=-9,\ c=5$

해설

(좌변)$=ax^2-(2a+3)x+6$이므로

$ax^2-(2a+3)x+6=4x^2+bx+c$

계수를 비교하면 $a=4,\ -2a-3=b,\ 6=c$

이것을 풀면 $a=4,\ b=-11,\ c=6$

2. 등식 $2x^2-6x-2=a(x+1)(x-2)+bx(x-2)+cx(x+1)$ 가 x 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, 상수 $a+b+c$ 의 값을 구하면?

① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

해설

$x=0$을 대입하면 : $a=1$
$x=-1$을 대입하면 : $b=2$
$x=2$을 대입하면 : $c=-1$
$\therefore\ a+b+c=2$

3. 다항식 $f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$ 을 인수분해하면?

① $(x-1)^2(x+1)$ ② $(x+1)^2(x-1)$

③ $(x-1)(x+1)$ ④ $(x-1)^3$

⑤ $(x+1)^3$

해설

$$\begin{aligned} x^3 - x^2 - x + 1 &= x^2(x-1) - (x-1) \\ &= (x-1)(x^2-1) \\ &= (x-1)^2(x+1) \end{aligned}$$

$\therefore\ f(x) = (x-1)(x^2-1) = (x-1)^2(x+1)$

해설

인수정리를 이용하여 인수분해할 수 있다.

$f(1) = 0$,

즉 $x-1$ 로 나누어 떨어지므로

조립제법을 써서 인수분해하면 된다.

4. $(4x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 4x + 1) \div (x^2 - x + 1)$ 을 계산 하였을 때, 몫과 나머지의 합을 구하면?

① $4x^2 - 6x + 1$ ② $4x^2 - 7x + 3$ ③ $4x^2 - 4x + 5$

④ $4x^2 - 8x + 2$ ⑤ $4x^2 - 6x + 7$

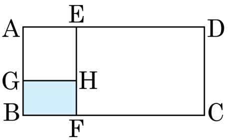
해설

직접 나누어서 구한다.

몫 : $4x^2 - x - 2$, 나머지 : $-5x + 3$

$\therefore$ 몫과 나머지의 합은 $4x^2 - 6x + 1$

5. 다음 그림의 사각형 AGHE, 사각형 EFCD는 정사각형이고, $\overline{AD}=a$, $\overline{AB}=b$일때, 사각형 GBFH의 넓이는?



① $a^2-2ab-b^2$ ② a^2+3b^2-2ab

③ $-a^2+3ab-2b^2$ ④ $-a^2+3ab-b^2$

⑤ $-a^2+2ab-b^2$

해설

$\square\mathrm{GBFH}=\square\mathrm{ABCD}-\square\mathrm{AGHE}-\square\mathrm{EFCD}$

$=ab-(a-b)^2-b^2=ab-(a^2-2ab+b^2)-b^2$

$=-a^2+3ab-2b^2$

6. 두 다항식 x^3-3x^2+2x, $x^4-4x^3+4x^2$ 의 최대공약수와 최소공배수를 각각 $f(x), g(x)$ 라 할 때, $f(3)+g(3)$ 의 값을 구하면?

① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

해설

$x^3-3x^2+2x = x(x-2)(x-1)$
$x^4-4x^3+4x^2 = x^2(x-2)^2$
$\therefore f(x) = x(x-2), g(x) = x^2(x-1)(x-2)^2$
$\therefore f(3)+g(3) = 3+18 = 21$

7. α, β 가 복소수일 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $\overline{\beta}$ 는 β 의 켤레복소수이다.)

> ㉠ $\alpha^2 + \beta^2 = 0$ 이면 $\alpha = 0$, $\beta = 0$ 이다.
>
> ㉡ $\alpha\beta = 0$ 이면 $\alpha = 0$ 또는 $\beta = 0$ 이다.
>
> ㉢ $\alpha = \overline{\beta}$ 일 때, $\alpha\beta = 0$ 이면 $\alpha = 0$ 이다.

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ 반례 : $\alpha = 1$, $\beta = i$

㉡ (생략)

㉢ $\alpha = x + yi$ 라 하면

$\alpha\beta = (x + yi)(x - yi) = x^2 + y^2$ (x, y는실수)

$x^2 + y^2 = 0$ 이려면 $x = 0, y = 0$

즉, $\alpha = 0$

8. 다음 <보기>에서 계산 중 잘못된 것을 모두 고르면? (단, $i=\sqrt{-1}$)

보기

Ⅰ. $\sqrt{-3}\sqrt{-3}=\sqrt{(-3)\cdot(-3)}=\sqrt{9}=3$

Ⅱ. $\sqrt{5}\sqrt{-2}=\sqrt{5\times(-2)}=\sqrt{-10}=\sqrt{10}i$

Ⅲ. $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}}=\sqrt{\dfrac{2}{-6}}=\sqrt{-\dfrac{1}{3}}=\sqrt{\dfrac{1}{3}}i$

Ⅳ. $\dfrac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\dfrac{-10}{2}}=\sqrt{-5}=\sqrt{5}i$

① Ⅰ, Ⅱ ② Ⅰ, Ⅲ ③ Ⅱ, Ⅲ, Ⅳ

④ Ⅱ, Ⅳ ⑤ Ⅲ, Ⅳ

해설

Ⅰ. $\sqrt{-3}\sqrt{-3}=\sqrt{3}i\sqrt{3}i=\sqrt{9}i^2=-3$

∴ 옳지 않다.

Ⅱ. $\sqrt{5}\sqrt{-2}=\sqrt{5}\sqrt{2}i=\sqrt{10}i$

∴ 옳다.

Ⅲ. $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}}=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}i}=\sqrt{\dfrac{2}{6}}\cdot\dfrac{i}{i^2}=-\sqrt{\dfrac{1}{3}}i$

∴ 옳지 않다.

Ⅳ. $\dfrac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{10}i}{\sqrt{2}}=\sqrt{\dfrac{10}{2}}i=\sqrt{5}i$

∴ 옳다.

9. 다항식 $f(x)$를 $x-\frac{1}{2}$으로 나눌 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R라고 할 때, $f(x)$를 $2x-1$으로 나눌 때의 몫과 나머지는?

① 몫 : $2Q(x)$ 나머지 : $\frac{1}{2}R$
② 몫 : $2Q(x)$ 나머지 : R
③ 몫 : $\frac{1}{2}Q(x)$ 나머지 : $\frac{1}{2}R$
④ 몫 : $\frac{1}{2}Q(x)$ 나머지 : R
⑤ 몫 : $\frac{1}{2}Q(x)$ 나머지 : $2R$

해설

$x-\frac{1}{2}$에 2를 곱하면 $2x-1$

$$f(x)=\left(x-\frac{1}{2}\right)Q(x)+R=(2x-1)\frac{1}{2}Q(x)+R$$

10. x^4 을 $x+\frac{1}{2}$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R_1 이라 하자. R_1 을 구하고, 이 때, $Q(x)$ 를 $x-\frac{1}{2}$ 로 나누었을 때의 몫 $Q_1(x)$ 을 구하면?

① $R_1=\frac{1}{16}$, $Q_1(x)=(x-\frac{1}{2})(x^2+\frac{1}{4})$
② $R_1=\frac{1}{16}$, $Q_1(x)=(x+\frac{1}{2})(x^2+\frac{1}{4})$
③ $R_1=\frac{1}{16}$, $Q_1(x)=(x^2-\frac{1}{4})$
④ $R_1=\frac{1}{16}$, $Q_1(x)=x^2+\frac{1}{4}$
⑤ $R_1=\frac{1}{16}$, $Q_1(x)=x+\frac{1}{2}$

해설

$$x^4=\left(x+\frac{1}{2}\right)Q_1(x)+R_1$$

(1) 양변에 $x=-\frac{1}{2}$ 을 대입하면

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^4=R_1 \quad \therefore\ R_1=\frac{1}{16}$$

(2) $x^4=\left(x+\frac{1}{2}\right)Q_1(x)+\frac{1}{16}$ 이므로

$$x^4-\frac{1}{16}=\left(x+\frac{1}{2}\right)Q_1(x)$$

$$\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x^2+\frac{1}{4}\right)$$

$$=\left(x+\frac{1}{2}\right)Q_1(x)$$

$$Q_1(x)=\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x^2+\frac{1}{4}\right)$$

$\therefore$ 구하는 몫은 $x^2+\frac{1}{4}$

11. 두 이차다항식의 최대공약수가 $x-1$, 최소공배수가 x^3-2x^2-5x+6 일 때, 두 다항식의 합은?

① $2x^2-3x+1$ ② $2x^2-2x-1$ ③ $2x^2+3x-5$
④ $2x^2+2x-4$ ⑤ $2x^2+3x-3$

해설

구하는 다항식을 A, B라고 하면

$$AB=(x-1)(x^3-2x^2-5x+6)$$
$$=(x-1)^2(x+2)(x-3)$$

A, B의 최대공약수가 $x-1$이므로

$A=(x-1)(x+2)=x^2+x-2$

$B=(x-1)(x-3)=x^2-4x+3$

$\therefore\ A+B=2x^2-3x+1$

12. $i^2 = -1$ 일 때, $(n+i)^4$ 이 정수가 되도록 하는 정수 n 의 개수는?

① 0 개 ② 1 개 ③ 2 개 ④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

$(n+i)^4 = \{(n+i)^2\}^2 = (n^2-1+2ni)^2$
이것이 정수가 되려면 $n^2-1+2ni$ 가 정수가 되거나 순허수가 되어야 한다.
i) $n=0$ 일 때 성립
ii) $n^2-1=0$, $n=\pm 1$ 일 때 성립
따라서 구하는 정수의 개수는 3 개

해설

$(n+i)^4 = n^4-6n^2+1+i(4n^3-4n)$
이것이 실수이려면, $4n^3-4n=0$, $n=0$, ± 1
이 때 $(n+i)^4$ 은 모두 정수가 되므로, $(n+i)^4$ 이 정수가 되도록 하는 정수 n 의 개수는 3 개다.

13. $a^2 - b^2 + c^2 - d^2 + 2(ac + bd)$를 바르게 인수분해 한 것은?

① $(a+b-c-d)(a-b+c+d)$

② $(a+b+c+d)(a-b+c-d)$

③ $(a+b+c-d)(a-b+c+d)$

④ $(a-b+c-d)(a-b+c+d)$

⑤ $(a+b+c+d)(a-b-c+d)$

해설

$a^2 - b^2 + c^2 - d^2 + 2(ac + bd)$
$= (a^2 + 2ac + c^2) - (b^2 - 2bd + d^2)$
$= (a+c)^2 - (b-d)^2$
$= (a+b+c-d)(a-b+c+d)$

14. 삼각형의 세변의 길이를 x, y, z라 할 때, 이들 사이에 다음의 관계가 성립한다면 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

$$x^2yz + x^3z - xy^2z + xz^3 - y^3z + yz^3 = 0$$

① x가 빗변인 직각삼각형

② y가 빗변인 직각삼각형

③ z가 빗변인 직각삼각형

④ $x = y$인 이등변삼각형

⑤ $x = y$, z가 빗변인 직각삼각형

해설

$(x^2y + x^3 - xy^2 + xz^2 - y^3 + yz^2)z$

$= \left\{x^2(x+y) + (x+y)z^2 - (x+y)y^2\right\}z$

$= (x+y)(x^2+z^2-y^2)z$

$\therefore\ (x+y)(x^2+z^2-y^2)z = 0$

$x^2+z^2-y^2 = 0$ ($\because$ x, y, z는 모두 양수)

$\therefore\ x^2+z^2 = y^2 \Rightarrow y$가 빗변인 직각삼각형

15. $z=\dfrac{1+i}{1-i}$ 일 때, $1+z+z^2+\cdots+z^{2008}$ 의 값은?

① $-i$ ② -1 ③ 0 ④ i ⑤ 1

해설

$z=\dfrac{1+i}{1-i}=i, z^2=-1,\ z^3=-i,\ z^4=1$

(준식) : $1+z+z^2+z^3+\cdots+z^{2008}$

처음 네 항의 합 :

$1+i-1-i=0$

$1+z+z^2+z^3+\cdots+z^{2008}$

$=0+0+\cdots+0+z^{2008}$

$=z^{2008}$

$=(z^4)^{502}$

$=1$