

1. 다음 보기에서 이차방정식의 개수는?

보기

㉠ $2x^2 - 5 = x^2$

㉡ $x^2 = -x + 2$

㉢ $x^2 = 0$

㉤ $x^2 = (x-1)^2 + x^2$

㉥ $x(x^2 + 1) = x^3 + x^2 - 1$

㉦ $2x^2 - 5x - 1 = 2(x^2 - 1)$

① 3 개

② 4 개

③ 5 개

④ 6 개

⑤ 7 개

해설

이차방정식은 (x 에 관한 이차식)=0 꼴의 등식이다.
∴ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤, ㉦ 5 개

2. 다음 등식 중에서 이차방정식이 아닌 것을 모두 고르면?

- $\neg$

$x^2 = 0$
- $\textcircled{\text{L}}$

$x^2 = 8x$
- $\textcircled{\text{E}}$

$x^2 + 4x = x - 3$
- $\textcircled{\text{B}}$

$(x - 2)^2 = 25$
- $\textcircled{\text{H}}$

$(x + 1)^2 + 4 = x^2$
- $\textcircled{\text{H}}$

$(x + 1)(x - 4) = x^2(x + 2)$

- ①

$\neg, \textcircled{\text{B}}$
- ②

$\textcircled{\text{L}}, \textcircled{\text{E}}$
- ③

$\neg, \textcircled{\text{B}}, \textcircled{\text{H}}$
- ④

$\textcircled{\text{B}}, \textcircled{\text{H}}$
- ⑤

$\textcircled{\text{B}}, \textcircled{\text{H}}$

해설

$\textcircled{\text{B}}$ $x^2 + 2x + 1 + 4 = x^2$
 $2x + 5 = 0$: 일차방정식

$\textcircled{\text{H}}$ $x^2 - 3x - 4 = x^3 + 2x^2$
 $x^3 + x^2 + 3x + 4 = 0$: 삼차방정식

3. 방정식 $3x(Ax - 5) = 6x^2 + 2$ 이 이차방정식이 되기 위한 A 값이 될 수 없는 것은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

주어진 식을 정리하면

$$3Ax^2 - 15x - 6x^2 - 2 = 0$$

$$(3A - 6)x^2 - 15x - 2 = 0$$

$A = 2$ 이면 $3A - 6 = 0$ 이므로 일차방정식이다.

4. 다음 중 $\frac{3}{4}$, -5 를 두 근으로 갖는 이차방정식은?

① $\left(x + \frac{3}{4}\right)(x + 5) = 0$

② $(3x - 4)(x - 5) = 0$

③ $(4x - 3)(x + 5) = 0$

④ $(3x - 4)(x - 5) = 0$

⑤ $\left(x + \frac{3}{4}\right)(x - 5) = 0$

해설

$\frac{3}{4}$, -5 를 대입하였을 때 성립하는 식은 ③이다.

5. 다음 중 이차방정식의 해가 모두 음수인 것은?

① $x^2 + x - 2 = 0$

② $x^2 + 4x = 0$

③ $2x^2 + 5x + 2 = 0$

④ $2x^2 - 7x + 6 = 0$

⑤ $3x^2 - 27 = 0$

해설

③ $x = -\frac{1}{2}, x = -2$ 일 때 성립한다.

6. x 가 $x-5 \leq -2(x-2)$ 인 자연수일 때, 이차방정식 $x^2-4x+3=0$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=1$

▷ 정답 : $x=3$

해설

$$x-5 \leq -2(x-2) \quad \therefore x \leq 3$$

x 는 1, 2, 3이다.

$$x=1 \text{ 일 때, } 1^2-4 \cdot 1+3=0$$

$$x=2 \text{ 일 때, } 2^2-4 \cdot 2+3 \neq 0$$

$$x=3 \text{ 일 때, } 3^2-4 \cdot 3+3=0$$

따라서 구하는 해는 $x=1$ 또는 $x=3$ 이다.

7. $-x - 8 \leq -2(x + 1)$ 이고 x 는 자연수 일 때, 다음 이차방정식의 해를 구하여라.

$$(x - 4)^2 = 9$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

부등식 $-x - 8 \leq -2(x + 1)$ 을 정리하면 $x \leq 6$ 이다.

따라서 x 의 값은 1, 2, 3, 4, 5, 6이다.

$x = 1$ 일 때, $(1 - 4)^2 = 9$ 를 만족한다.

8. 이차방정식 $x^2 - 2x - 2 = 0$ 의 해 중 $2x + 3 < 6$ 를 만족하는 것을 a 라 할 때, a 의 값은?

㉠ $1 - \sqrt{3}$

㉡ $1 + \sqrt{3}$

㉢ $2 - \sqrt{3}$

㉣ $2 + \sqrt{3}$

㉤ $3 - \sqrt{3}$

해설

$x^2 - 2x - 2 = 0$ 의 해를 구하면

$$x = 1 + \sqrt{3}, 1 - \sqrt{3}$$

$$2x + 3 < 6, x < \frac{3}{2}$$

$$\text{따라서 } a = 1 - \sqrt{3}$$

9. 이차방정식 $x^2 - 3x - 10 = 0$ 의 두 근 중 양수인 근이 이차방정식 $x^2 - ax + 40 = 0$ 의 근일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$x^2 - 3x - 10 = 0 \text{ 에서 } (x + 2)(x - 5) = 0$$

$$(x + 2) = 0 \text{ 또는 } (x - 5) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 5$$

따라서 $x^2 - ax + 40 = 0$ 의 한 근이 5 이므로

$$5^2 - 5a + 40 = 0$$

$$\therefore a = 13$$

10. 이차방정식 $x^2 - (a + 2)x + 3a + 2 = 0$ 의 한 근이 $x = 2$ 일 때, 상수 a 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

이차방정식 $x^2 - (a + 2)x + 3a + 2 = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면,
 $2^2 - (a + 2) \times 2 + 3a + 2 = 0$
 $4 - 2a - 4 + 3a + 2 = 0$
 $\therefore a = -2$

11. 이차방정식 $x^2 - x - 1 = 0$ 의 한 근을 a , $x^2 - 2x - 3 = 0$ 의 한 근을 b 라고 할 때, $a^2 - a - b^2 + 2b$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x = a$ 를 $x^2 - x - 1 = 0$ 에 대입하면

$a^2 - a - 1 = 0$ 에서 $a^2 - a = 1$

$x = b$ 를 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 에 대입하면

$b^2 - 2b - 3 = 0$ 에서 $b^2 - 2b = 3$

$\therefore a^2 - a - b^2 + 2b = a^2 - a - (b^2 - 2b) = 1 - 3 = -2$

12. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 한 근을 m 이라고 할 때, $m + \frac{1}{m}$ 의 값은?

① -1

② -3

③ 1

④ 3

⑤ 4

해설

한 근 $x = m$ 을 대입하면 $m^2 - 3m + 1 = 0$

양변을 m 으로 나누면 $m - 3 + \frac{1}{m} = 0$

$\therefore m + \frac{1}{m} = 3$

13. 이차방정식 $3x^2 - x + 2 = 0$ 의 한 근을 A , 이차방정식 $x^2 - 3x - 6 = 0$ 의 한 근을 B 라 할 때, $3A^2 + B^2 - A - 3B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$3A^2 - A + 2 = 0, B^2 - 3B - 6 = 0$ 이므로

$3A^2 - A = -2, B^2 - 3B = 6$

$\therefore 3A^2 + B^2 - A - 3B$
 $= 3A^2 - A + B^2 - 3B$
 $= -2 + 6 = 4$

14. 부등식 $2 \leq 2x - 2 < 5$ 를 만족시키는 두 자연수가 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근일 때, $a^2 - b^2$ 의 값은?

① 61 ② 51 ③ 11 ④ -11 ⑤ -61

해설

부등식 $2 \leq 2x - 2 < 5$ 를 풀면 다음과 같다.

$$4 \leq 2x < 7$$

$$2 \leq x < \frac{7}{2}$$

$$\therefore x = 2, 3$$

이 두 자연수를 근으로 가지므로 이를 이차방정식에 대입하여 풀면

$$a = -5, b = 6$$

$$\therefore a^2 - b^2 = (-5)^2 - 6^2 = 25 - 36 = -11$$

15. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 한 근이 m 일 때, $\frac{m^2}{1+2m} - \frac{6m}{1-m^2}$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 에 $x = m$ 을 대입하면,

$$m^2 - 2m - 1 = 0$$

$$1 + 2m = m^2, 1 - m^2 = -2m$$

$$\therefore \frac{m^2}{1+2m} - \frac{6m}{1-m^2} = \frac{m^2}{m^2} - \frac{6m}{-2m} = 1 + 3 = 4$$