1. 다음 중 두 수가 서로소인 것은?

① 8, 9

② 24, 27

③ 12, 51

④ 14, 35

⑤ 13, 91

해설

① 8 과 9 의 최대공약수는 1 이므로 서로소이다.

2. $90, 2^4 \times 3 \times 5^3$ 의 최대공약수는?

- ① $2 \times 3 \times 5$ ② $2^2 \times 3^2 \times 5$ ③ $2^2 \times 3 \times 5^2$
④ $2^3 \times 3 \times 5^2$ ⑤ $2^3 \times 3^2 \times 5^2$

해설

공통인 소인수를 모두 곱하는데 지수가 같으면 그대로, 다른 작은 쪽을 택하여 곱한다.

$90 = 2 \times 3^2 \times 5, 2^4 \times 3 \times 5^3$ 의 최대공약수: $2 \times 3 \times 5$

3. 16, 42, 54 의 최소공배수는?

① 2×3

② $2^3 \times 3$

③ $2 \times 3 \times 7$

④ $2^3 \times 3^3$

⑤ $2^4 \times 3^3 \times 7$

해설

$16 = 2^4$, $42 = 2 \times 3 \times 7$, $54 = 2 \times 3^3$ 이므로
최소공배수는 $2^4 \times 3^3 \times 7$ 이다.

4. 다음 각 수를 나열한 것을 보고 공통인 수를 찾으시오?

7, 14, 21, 28, ...
21, 42, 63, 84, ...

- ① 7, 14, 21, 28 ② 7, 14, 21, 28, ...
③ 21, 42, 63, 84 ④ 21, 42, 63, 84, ...
⑤ 147, 294, 441, 588, ...

해설

첫 번째 줄의 수는 7의 배수이고 두 번째 줄의 수는 21의 배수이다.
따라서 공통인 수를 찾으려면 7과 21의 공배수, 즉 21의 배수를 찾으시면 된다.

5. 두 자연수 $6 \times x$, $10 \times x$ 의 최소공배수가 90 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$6 \times x = 2 \times 3 \times x$, $10 \times x = 2 \times 5 \times x$ 의 최소공배수는 $2 \times 3 \times 5 \times x = 90$ 따라서 $x = 3$ 이다.

6. 가로 길이가 72cm, 세로 길이가 108cm 인 직사각형 모양의 벽이 있다. 이 벽을 가능한 한 큰 정사각형 모양의 타일로 가득 채우려고 한다. 이때, 타일의 한 변의 길이는?

① 6 cm ② 12 cm ③ 18 cm ④ 24 cm ⑤ 36 cm

해설

가장 큰 정사각형 모양의 타일의 한 변의 길이는 72, 108 의 최대공약수 : 36

7. 두 자연수 $2^4 \times 3 \times 5^2$, 2×5^2 의 공약수가 될 수 없는 것을 모두 고르면?(정답 3개)

① 2^2

② 2×5

③ 5

④ $2^2 \times 5$

⑤ $2^4 \times 3 \times 5^2$

해설

최대 공약수는 2×5^2 이고, 공약수는 최대 공약수의 약수이므로 1, 2, 5, 2×5 , 5^2 , 2×5^2 이다.

8. 100 이하의 자연수 중에서 6과 9의 공배수의 갯수는?

- ① 3개 ② 4개 ③ 5개 ④ 6개 ⑤ 8개

해설

6 과 9 의 최소공배수는 $2 \times 3^2 = 18$,
따라서 100 이하에서 18 의 배수는 5개

9. 다음 조건을 각각 만족하는 자연수의 개수의 합을 구하여라.

- ㉠ 최대공약수가 24인 두 수 a, b 의 공약수
- ㉡ 50보다 크지 않은 4와 6의 공배수

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

- ㉠ 최대공약수가 24인 두 수 a, b 의 공약수는 24의 공약수이므로
 $24 = 2^3 \times 3^1$ 에서 약수의 개수는
 $(3+1) \times (1+1) = 8(\text{개})$
- ㉡ 4와 6의 최소공배수는 12이므로
50보다 작은 12의 배수는 12, 24, 36, 48의 4개
 $\therefore 8 + 4 = 12$

12. 두 자리 자연수 중에서 3, 4, 5, 6 의 어느 수로 나누어도 나머지가 항상 2 인 가장 작은 수를 7 로 나눌 때의 나머지는?

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

구하는 수를 x 이라 하면 $x-2$ 는 3, 4, 5, 6 의 공배수이다. 3, 4, 5, 6 의 최소공배수는 60 이므로 $x-2 = 60$ 이다. 따라서 $x = 62$ 이다. 62 를 7 로 나누면 나머지는 6 이다.

13. 세 수 $2^3 \times 3 \times 5$, 24, 60 의 최대공약수와 최소공배수를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

▷ 정답 : 120

해설

$$\begin{array}{r} 2^3 \times 3 \times 5 \\ 24 = 2^3 \times 3 \times 5 \\ 60 = 2^2 \times 3 \times 5 \\ \hline \text{최대공약수} : 2^2 \times 3 = 12 \\ \text{최소공배수} : 2^3 \times 3 \times 5 = 120 \end{array}$$

14. 두 분수 $\frac{115}{n}$, $\frac{92}{n}$ 를 자연수로 만드는 자연수 n 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 23

해설

$\frac{115}{n}$, $\frac{92}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 은 115와 92의 공약수이다. 따라서 자연수 n 은 115와 92의 최대공약수인 23의 약수 1, 23이다.

15. 다음 두 수 $2^a \times 3^3 \times 5^2$, $2^5 \times 3^2 \times 5^{a+1}$ 의 최소공배수가 $2^5 \times 3^3 \times 5^{a+1}$ 일 때, 다음 중 자연수 a 가 될 수 없는 것은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

2^a 와 2^5 의 최소공배수가 2^5 이므로 a 는 5 이하의 수가 되어야 한다.

또한 5^2 과 5^{a+1} 의 최소공배수가 5^{a+1} 이므로 $a+1$ 은 2 이상의 수가 되어, a 는 1 이상의 수가 된다.

따라서 두 조건을 모두 만족시키는 자연수는 1, 2, 3, 4, 5 이다.

16. 체육대회 후에 문구류 종합세트를 만들어서 상품으로 나누어 주려고 한다. 볼펜 462 개, 지우개 693 개, 연필 1155 개, 공책 1848 권을 똑같이 나누어서 되도록 많은 개수의 상품세트를 만들려고 할 때, 상품세트는 최대 몇 개를 만들 수 있는가? 또, 상품세트에는 볼펜, 지우개, 연필, 공책이 각각 몇 개씩 들어가는지 구하여라.

- ① 상품세트 231 개, 볼펜 2 개, 지우개 4 개, 연필 5 개, 공책 6 권
- ② 상품세트 231 개, 볼펜 2 개, 지우개 3 개, 연필 5 개, 공책 8 권
- ③ 상품세트 221 개, 볼펜 3 개, 지우개 4 개, 연필 4 개, 공책 8 권
- ④ 상품세트 221 개, 볼펜 2 개, 지우개 4 개, 연필 5 개, 공책 6 권
- ⑤ 상품세트 221 개, 볼펜 3 개, 지우개 3 개, 연필 4 개, 공책 8 권

해설

상품세트의 개수는 462, 693, 1155, 1848 의 최대공약수이므로 231

볼펜의 개수 : $462 \div 231 = 2$ (자루)

지우개의 개수 : $693 \div 231 = 3$

연필의 개수 : $1155 \div 231 = 5$

공책의 개수 : $1848 \div 231 = 8$

18. 1 부터 50 까지의 자연수를 다음과 같이 연속하는 세 개의 수씩 묶어 차례로 늘어놓았다. (1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5), $\dots$, (48, 49, 50) 일 때, 세 수의 합이 12 의 배수인 묶음의 수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 12 개

해설

묶음의 합은 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, $\dots$, 147 이다.
이 중 12 의 배수는 12, 24, 36, $\dots$, 144 이므로
가운데 수가 4 의 배수가 되면 묶음의 합은 12 의 배수가 된다.
따라서, $49 = 4 \times 12 + 1$ 에서 12 개이다.

19. 8 로 나누어떨어지는 자연수 k 와 286 의 최대공약수는 26 이고,
 $\frac{k}{10} = a^2$ (a 는 자연수) 을 만족할 때, $a+k$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6786

해설

$$k = 2^3 \times a, 286 = 2 \times 11 \times 13$$

→ k 는 2×13 은 인수로 가지고 11 은 인수로 가지지 않는다.

$\frac{k}{10} = a^2 \rightarrow k$ 는 인수 2, 5 의 지수가 홀수인 수이고, 나머지 인수
의 지수는 짝수인 수이다.

따라서, k 의 최솟값 = $2^3 \times 5 \times 13^2 = 6760$, $a^2 = 676$, $a = 26$

∴ $a+k$ 의 최솟값 = 6786