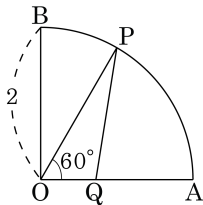


1. 반지름의 길이가 2 인 사분원 OAB 의 호 AB 위에 $\angle AOP = 60^\circ$ 가 되도록 점 P 를 정한다. 이 때, 선분 OA 위를 움직이는 점 Q 에 대하여 $\overline{OQ}^2 + \overline{PQ}^2$ 의 최솟값은?



① $\frac{13}{4}$

② $\frac{7}{2}$

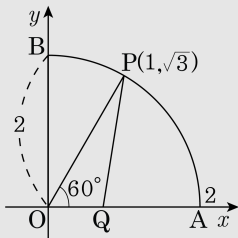
③ $\frac{15}{4}$

④ $\frac{17}{4}$

⑤ $\frac{9}{2}$

해설

아래 그림과 같이 좌표평면을 도입하여 생각해 보면



$A(2,0), B(0,2), P(1, \sqrt{3})$ 이 된다.

이 때, $Q(x, 0)$ 로 놓으면 $(0 < x < 2)$

$$\begin{aligned}\overline{OQ}^2 + \overline{PQ}^2 &= x^2 + (x-1)^2 + (\sqrt{3})^2 = 2x^2 - 2x + 4 = \\ &= 2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{2}\end{aligned}$$

따라서, $x = \frac{1}{2}$ 일 때, $\overline{OQ}^2 + \overline{PQ}^2$ 은

최솟값 $\frac{7}{2}$ 을 갖는다.

2. 태은이네 가게에서 판매하고 있는 상품의 1개당 판매가격을 원래의 가격보다 $x\%$ 올리면 이 상품의 판매량은 $\frac{2}{3}x\%$ 감소한다고 한다. 이때, 판매 금액이 최대가 되게 하는 x 의 값은?

① 10

② 15

③ 20

④ 25

⑤ 30

해설

원래의 상품 1개당 판매 가격을 a 원, 판매량을 b 개라 하자.
가격을 $x\%$ 올리면 상품 1개당 판매 가격이

$a\left(1 + \frac{x}{100}\right)$ 원, 판매량이 $b\left(1 - \frac{2x}{300}\right)$ 개이므로

판매 금액은

$$\begin{aligned} & ab\left(1 + \frac{x}{100}\right)\left(1 - \frac{2x}{300}\right) \\ &= ab \cdot \frac{100+x}{100} \cdot \frac{300-2x}{300} \\ &= \frac{ab}{30000}(100+x)(300-2x) \\ &= \frac{ab}{30000}(-2x^2 + 100x + 30000) \\ &= \frac{ab}{30000}\{-2(x-25)^2 + 31250\} \end{aligned}$$

따라서 $x = 25(\%)$ 일 때 판매 금액은 최대가 된다.

3. 1200 명이 들어갈 수 있는 어느 소극장에서 입장권을 6000 원에 팔면 평균 600 명의 관중이 입장한다. 시장조사에 의하면, 입장료를 500 원씩 내리면 100 명씩 더 온다고 조사가 되었다. 이 때, 수입을 최대로 하기 위한 입장권의 가격은?

① 3000 원

② 3500 원

③ 4000 원

④ 4500 원

⑤ 5000 원

해설

수입을 $f(x)$ 라고 하면,

$$\begin{aligned} f(x) &= (6000 - 500x)(600 + 100x) \\ &= -50000x^2 + 300000x + 3600000 \\ &= -50000(x - 3)^2 + 4050000 \end{aligned}$$

$x = 3$ 일 때 최대이다.

즉, (입장권 가격) = $6000 - 500 \times 3 = 4500$ 원.

4. x^3 의 계수가 1인 삼차다항식 $f(x)$ 에 대하여 $f(1) = 1$, $f(2) = 2$, $f(3) = 3$ 이 성립한다. 이 때, $f(x)$ 를 $x-4$ 로 나눈 나머지는?

① 9

② 10

③ 11

④ 12

⑤ 13

해설

$f(1) = 1, f(2) = 2, f(3) = 3$ 에서 $f(x) = x$

즉, $f(x) - x$ 는 $x-1, x-2, x-3$ 을 인수로 한다.

$$f(x) - x = (x-1)(x-2)(x-3)$$

$$\therefore f(x) = (x-1)(x-2)(x-3) + x, f(4) = 10$$

해설

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 라 하면

$$(i) f(1) = 1 \Rightarrow a + b + c + 1 = 1$$

$$(ii) f(2) = 2 \Rightarrow 4a + 2b + c + 8 = 2$$

$$(iii) f(3) = 3 \Rightarrow 9a + 3b + c + 27 = 3$$

위의 세식을 연립하여 풀면,

$$a = -6, b = 12, c = -6$$

$$\Rightarrow f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 6$$

$$\therefore f(4) = 4^3 - 6 \times 4^2 + 12 \times 4 - 6 = 10$$

5. x 의 다항식 $f(x) = x^5 - ax - 1$ 이 계수가 정수인 일차인수를 갖도록 정수 a 의 값을 구하면?

- ① $a = 0$ 또는 2 ② $a = 1$ 또는 2 ③ $a = -1$ 또는 2
④ $a = 0$ 또는 1 ⑤ $a = 0$ 또는 -2

해설

상수항이 -1 이므로 만일 일차인수가 있다면 그것은 $x - 1$ 또는 $x + 1$ 뿐이다.

(i) $f(1) = 1 - a - 1 = 0$ 에서 $a = 0$

(ii) $f(-1) = -1 + a - 1 = 0$ 에서 $a = 2$

6. 다항식 $f(x) = x^2 + ax + b$ 에 대하여 $f(x) - 2$ 는 $x - 1$ 로 나누어 떨어지고 $f(x) + 2$ 는 $x + 1$ 로 나누어 떨어진다. 이 때, $a - 2b$ 의 값은 ?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$f(x) - 2$ 는 $x - 1$ 로 떨어지므로

$$f(1) - 2 = 0 \quad \therefore 1 + a + b - 2 = 0$$

$$\therefore a + b = 1 \cdots \textcircled{1}$$

$f(x) + 2$ 는 $x + 1$ 로 나누어 떨어지므로

$$f(-1) + 2 = 0 \quad \therefore 1 - a + b + 2 = 0$$

$$\therefore -a + b = -3 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } a = 2, b = -1 \quad \therefore a - 2b = 4$$

7. 버스가 P 시와 Q 시 사이를 상, 하행 모두 같은 시간 간격으로 운행하고 있다. P 시에서 Q 시로 자전거를 타고 가는 사람이 어떤 곳에서 상, 하행버스를 동시에 만나고 6분 후에 P 시행의 버스를 만났고, 다시 6분이 지난 후에 Q 시행의 버스에 추월당했다. 버스의 속력이 일정할 때, 버스는 몇분 간격으로 운행되는가?

① 6분

② 8분

③ 10분

④ 12분

⑤ 14분

해설

버스의 속력을 a m/min, 자전거의 속력을 b m/min, 버스의 운행 간격을 t 분이라 하면

$$\begin{cases} 6a + 6b = at \\ 12a - 12b = at \end{cases}$$

$$\therefore a = 3b, t = 8$$

즉, 8분 간격으로 운행된다.

8. $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 의 꼭지점 A 에서 변 BC 에 그은 수선의 발을 D 라 하자. 삼각형 ABC 의 둘레의 길이는 높이 AD 의 길이의 4배이다. 이 때, $\frac{\overline{AB}}{\overline{BD}}$ 의 값은?

① $\frac{4}{3}$

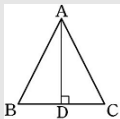
② $\frac{5}{3}$

③ 2

④ $\frac{1 + \sqrt{17}}{3}$

⑤ $\frac{1 + \sqrt{9}}{3}$

해설



$\overline{AB} = \overline{AC} = a$, $\overline{BC} = 2b$, $\overline{AD} = h$ 라 놓으면

$$2a + 2b = 4h \dots\dots (i)$$

$$a^2 = b^2 + h^2 \dots\dots (ii)$$

(i)에서 $h = \frac{a+b}{2}$ 를 (ii)에 대입하여 정리하면

$$3a^2 - 2ab - 5b^2 = 0 \dots\dots (iii)$$

(iii)식의 양변을 b^2 으로 나누고

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BD}} = \frac{a}{b} = x \text{라 놓으면}$$

$$3x^2 - 2x - 5 = 0$$

$$\therefore (x+1)(3x-5) = 0$$

$$\therefore x = \frac{5}{3} (\because x > 0)$$

9. 집과 A 정류장 사이의 거리를 x m, A 정류장과 B 정류장 사이의 거리를 y m 라고 할 때, 다음에서 (가), (나) 를 식으로 나타내면? (단, 걸을 때의 속력은 60m/분 이고, 버스의 속력은 30km/시이다.)

(가) 집에서 A 정류장까지 걸어가서 3분을 기다린 후, 버스를 타고 B 정류장에 도착하는데 총 10분이 걸렸다.

(나) 다음 날은 집에서 어제 걸어난 길과 버스를 타고 간 길을 모두 걸어서 B 정류장에 도착하는데 28분이 걸렸다.

① (가) $25x + 3y = 10500$, (나) $x + y = 1680$

② (가) $25x + 3y = 10500$, (나) $x + y = 3360$

③ (가) $25x + 3y = 15000$, (나) $x + y = 1680$

④ (가) $25x + 3y = 15000$, (나) $x + y = 3360$

⑤ (가) $25x + 3y = 15000$, (나) $x + y = 1680$

해설

시속 30 km $\Rightarrow$ 분속 500 m
 (가) $\frac{x}{60} + 3 + \frac{y}{500} = 10, \frac{x}{60} + \frac{y}{500} = 7$

$\therefore 25x + 3y = 10500$

(나) $\frac{x+y}{60} = 28$

$\therefore x + y = 1680$