

1. $0 < a < b$ 인 실수, a, b 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $\frac{a}{1+a} < \frac{b}{1+b}$

② $\frac{a}{1+a} \leq \frac{b}{1+b}$

③ $\frac{a}{1+a} > \frac{b}{1+b}$

④ $\frac{a}{1+a} \geq \frac{b}{1+b}$

⑤ $\frac{a}{1+a} = \frac{b}{1+b}$

해설

$0 < a < b$ 에서 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b} \dots \textcircled{A}$

\textcircled{A} 의 양변에 1을 더하면

$\frac{1}{a} + 1 > \frac{1}{b} + 1, \frac{1+a}{a} > \frac{1+b}{b} \dots \textcircled{B}$

따라서 \textcircled{B} 의 역수를 취하면 $\frac{a}{1+a} < \frac{b}{1+b}$

2. $2 \leq x \leq 3$ 일 때, $\frac{2x}{1-x}$ 의 범위는?

① $-4 \leq \frac{2x}{1-x} \leq -3$

② $-4 \leq \frac{2x}{1-x} \leq -2$

③ $-4 \leq \frac{2x}{1-x} \leq -1$

④ $1 \leq \frac{2x}{1-x} \leq 2$

⑤ $1 \leq \frac{2x}{1-x} \leq 3$

해설

$$\frac{2x}{1-x} = \frac{-2(-x+1)+2}{-x+1} = -2 + \frac{2}{-x+1}$$

$2 \leq x \leq 3$ 에서 -1 을 곱하면 $-2 \geq -x \geq -3$

1을 더하면 $-1 \geq -x+1 \geq -2$

역수를 취하면 $\frac{1}{-1} \leq \frac{1}{-x+1} \leq \frac{1}{-2}$

2를 곱하면 $-2 \leq \frac{2}{-x+1} \leq -1$

-2 를 더하면 $-4 \leq -2 + \frac{2}{-x+1} \leq -3$ 에서 $-4 \leq \frac{2x}{1-x} \leq -3$

3. $-x+5 \geq 3$, $2x-3 \geq 7$ 에 대하여 연립부등식의 해를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: \emptyset

해설

$$-x+5 \geq 3, x \leq 2$$

$$2x-3 \geq 7, x \geq 5$$

\therefore 해는 없다.

4. 연립부등식 $-2 < 3x + 4 \leq 11$ 를 만족하는 정수를 모두 구하면?

- ① $-1, 0, 1$ ② $0, 1, 2$ ③ $-1, 0, 1, 2$
④ $-2, -1, 0, 1$ ⑤ $0, 1, 2, 3$

해설

$$\begin{cases} -2 < 3x + 4 \\ 3x + 4 \leq 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -2 \\ x \leq \frac{7}{3} \end{cases}$$

따라서 $-2 < x \leq \frac{7}{3}$ 을 만족하는 정수는 : $-1, 0, 1, 2$ 이다.

5. 다음 연립부등식 중 해가 존재하는 경우를 모두 골라라.

$\text{㉠} \begin{cases} x > 1 \\ x < 2 \end{cases}$	$\text{㉡} \begin{cases} x > 5 \\ x \leq 3 \end{cases}$	$\text{㉢} \begin{cases} x > 2 \\ x \leq 2 \end{cases}$
$\text{㉣} \begin{cases} x < 1 \\ x \geq 3 \end{cases}$	$\text{㉤} \begin{cases} x \leq 6 \\ x \geq 6 \end{cases}$	

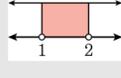
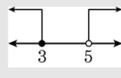
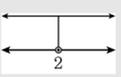
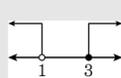
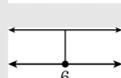
▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉤

해설

$\text{㉠} \begin{cases} x > 1 \\ x < 2 \end{cases}$	
$\text{㉡} \begin{cases} x > 5 \\ x \leq 3 \end{cases}$	
$\text{㉢} \begin{cases} x > 2 \\ x \leq 2 \end{cases}$	
$\text{㉣} \begin{cases} x < 1 \\ x \geq 3 \end{cases}$	
$\text{㉤} \begin{cases} x \leq 6 \\ x \geq 6 \end{cases}$	

6. 연립부등식 $\begin{cases} 4x - 2 \geq -10 \\ 6 - x > 3 \end{cases}$ 의 해가 $a \leq x < b$ 일 때, 상수 $a + b$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} 6 - x > 3 &\rightarrow x < 3 \\ 4x - 2 \geq -10 &\rightarrow x \geq -2 \\ \therefore a + b &= -2 + 3 = 1 \end{aligned}$$

7. 어떤 수를 3 배 하고 8 을 빼면 32 보다 작고, 어떤 수에서 5 를 빼고 6 배 하면 24 보다 크다고 한다. 어떤 수의 범위로 옳은 것은?

- ① $8 < x < \frac{37}{3}$ ② $8 < x < \frac{40}{3}$ ③ $9 < x < \frac{37}{3}$
④ $9 < x < \frac{40}{3}$ ⑤ $9 < x < \frac{43}{3}$

해설

어떤 수를 x 라고 하고 문제의 조건을 이용하여 두 개의 식을 만든다. '어떤 수를 3 배 하고 8 을 빼면 32 보다 작고.' 를 식으로 표현하면, $3x - 8 < 32$ 이고, '어떤 수에서 5 를 빼고 6 배 하면 24 보다 크다' 를 식으로 표현하면, $6(x - 5) > 24$ 이다.

두 개의 부등식을 연립부등식으로 표현하면,
$$\begin{cases} 3x - 8 < 32 \\ 6(x - 5) > 24 \end{cases}$$

이다. 이를 간단히 하면,
$$\begin{cases} x < \frac{40}{3} \\ x > 9 \end{cases}$$
 따라서 $9 < x < \frac{40}{3}$ 이다.

8. 이차부등식 $x^2 + 2x - 35 < 0$ 을 풀면?

- ① $-15 < x < 12$ ② $-15 < x < 5$ ③ $-7 < x < 5$
④ $-7 < x < 2$ ⑤ $-5 < x < 7$

해설

$$x^2 + 2x - 35 < 0 \text{에서 } (x + 7)(x - 5) < 0 \\ \therefore -7 < x < 5$$

9. 다음 연립부등식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} 2x - 5 > 3 - 2x \\ 2(x - 3) \leq x + 4 \end{cases}$$

- ① $2 \leq x < 10$ ② $2 < x \leq 10$ ③ $2 < x < 10$
④ $2 \leq x \leq 10$ ⑤ $x \leq 10$

해설

첫 번째 부등식에서 $x > 2 \dots \text{㉠}$
두 번째 부등식에서 $2x - 6 \leq x + 4$
 $\therefore x \leq 10 \dots \text{㉡}$
따라서, 구하는 해는 ㉠과 ㉡를
동시에 만족하는 x 의 값이므로
 $\therefore 2 < x \leq 10$

10. 다음 부등식의 해가 없을 때, 상수 m 의 값의 합은?

$$m^2x - 1 > m(x - 1)$$

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$m^2x - 1 > m(x - 1) \text{에서}$$

$$m^2x - 1 > mx - m$$

$$\therefore (m^2 - m)x > 1 - m \cdots \text{㉠}$$

㉠의 해가 없어야 하므로

$$m^2 - m = 0, 1 - m \geq 0$$

$$m^2 - m = 0 \text{에서 } m(m - 1) = 0$$

$$\therefore m = 0 \text{ 또는 } 1 \cdots \text{㉡}$$

$$1 - m \geq 0 \text{에서 } m \leq 1 \cdots \text{㉢}$$

따라서 ㉡, ㉢에서 $m = 0$ 또는 $m = 1$

11. 다음 연립부등식을 풀면?

$$\begin{cases} 3(x-2) > 2x+5 \\ 3x-4 < 2x+9 \end{cases}$$

- ① $10 < x < 12$ ② $11 < x < 14$ ③ $11 < x < 13$
④ $10 < x < 13$ ⑤ $9 < x < 15$

해설

$$\begin{aligned} \text{i) } & 3(x-2) > 2x+5 \\ & \Rightarrow 3x-6 > 2x+5 \\ & \Rightarrow x > 11 \\ \text{ii) } & 3x-4 < 2x+9 \\ & \Rightarrow x < 13 \\ \therefore & 11 < x < 13 \end{aligned}$$

12. 연립부등식 $\begin{cases} 3x-3 \leq x-6 \\ 2x+3 \leq 0.5(6x+9) \end{cases}$ 의 해는?

- ① $x \leq -\frac{3}{2}$ ② $x = -\frac{3}{2}$ ③ $x \geq -\frac{3}{2}$
④ $x \geq \frac{3}{2}$ ⑤ $x \leq \frac{3}{2}$

해설

i) $3x-3 \leq x-6, x \leq -\frac{3}{2}$

ii) $2x+3 \leq 0.5(6x+9)$ 의 양변에 10 을 곱하면

$20x+30 \leq 5(6x+9), x \geq -\frac{3}{2}$

$\therefore x = -\frac{3}{2}$

13. 연립부등식 $\begin{cases} 1-3x \geq -5 \\ 4x-a > 2(x-2) \end{cases}$ 의 해가 없을 때, 상수 a 의 값의 범위는?

- ① $a \geq 8$ ② $a < 4$ ③ $\frac{1}{2} \leq a < 2$
④ $4 \leq a < 8$ ⑤ $-4 \leq a < 8$

해설

$$1-3x \geq -5, 2 \geq x$$

$$4x-a > 2(x-2), x > \frac{a-4}{2}$$

$$\text{해가 없으므로 } \frac{a-4}{2} \geq 2, a \geq 8$$

15. 부등식 $-x^2 - kx + k < 0$ 이 모든 실수 x 에 대하여 성립하도록 k 의 범위를 정하면 $a < k < \beta$ 이다. 이 때, $\alpha + \beta$ 의 값은?

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$x^2 + kx - k > 0$ 이 모든 x 에 대해서 성립하려면,
판별식이 0보다 작아야 한다
 $D = k^2 + 4k < 0$ 에서
 $k(k+4) < 0, -4 < k < 0,$
 $\alpha = -4, \beta = 0$
 $\therefore \alpha + \beta = -4$

16. 이차부등식 $x^2 + 2x + a < 0$ 의 해가 $-4 < x < 2$ 일 때, a 의 값을 구하여라.(단, a 는 상수)

▶ 답:

▷ 정답: -8

해설

해가 $-4 < x < 2$ 이므로
 $(x+4)(x-2) < 0$
 $x^2 + 2x - 8 = x^2 + 2x + a$
 $\therefore a = -8$

17. 이차부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $\frac{1}{14} < x < \frac{1}{10}$ 일 때, 이차부등식 $4cx^2 - 2bx + a < 0$ 의 해는?

- ① $x < -7$ 또는 $x > -5$ ② $-7 < x < -5$
③ $-7 < x < 5$ ④ $5 < x < 7$
⑤ $x < 5$ 또는 $x > 7$

해설

$ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $\frac{1}{14} < x < \frac{1}{10}$ 이므로
 $(14x - 1)(10x - 1) < 0$, $140x^2 - 24x + 1 < 0$
 $-140x^2 + 24x - 1 > 0 \Leftrightarrow ax^2 + bx + c > 0$
 $\therefore a = -140, b = 24, c = -1 \cdots$ (가)
(가)를 $4cx^2 - 2bx + a < 0$ 에 대입하면
 $-4x^2 - 48x - 140 < 0$
 $x^2 + 12x + 35 > 0, (x + 7)(x + 5) > 0$
 $\therefore x < -7$ 또는 $x > -5$

18. 부등식 $x^2 - 5|x| + 4 \leq 0$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수를 구하면?

- ① 4개 ② 5개 ③ 6개 ④ 7개 ⑤ 8개

해설

(i) $x > 0$
 $x^2 - 5x + 4 \leq 0$
 $(x-1)(x-4) \leq 0$
 $\Rightarrow 1 \leq x \leq 4$
(ii) $x < 0$
 $x^2 + 5x + 4 \leq 0$
 $(x+1)(x+4) \leq 0$
 $\Rightarrow -4 \leq x \leq -1$
 \therefore 정수의 개수 : 8개

19. 부등식 $2[x]^2 - 9[x] + 9 < 0$ 을 만족하는 x 의 값의 범위는? (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대 정수)

- ① $\frac{2}{3} < x < \frac{7}{2}$ ② $\frac{3}{2} < x \leq 3$ ③ $2 \leq x < 3$
④ $1 \leq x < 3$ ⑤ $1 \leq x \leq 4$

해설

$[x] = t$ 로 놓으면 $2t^2 - 9t + 9 < 0$ 이므로
부등식을 풀면 $(2t - 3)(t - 3) < 0$

$$\therefore \frac{3}{2} < t < 3$$

따라서, $\frac{3}{2} < [x] < 3$ 에서 $[x] = 2$

$$\therefore 2 \leq x < 3$$

20. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근의 합이 6일 때, 이차방정식 $f(4x-1) = 0$ 의 두 근의 합은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 6

해설

$f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면
 $f(x) = k(x-\alpha)(x-\beta)$
 $f(4x-1)$ 는 $f(x)$ 의 x 대신 $4x-1$ 를 대입한 것과 같으므로
 $f(4x-1) = k(4x-1-\alpha)(4x-1-\beta) = 0$ 의 근은
 $x = \frac{\alpha+1}{4}, \frac{\beta+1}{4}$
 \therefore 두 근의 합은 $\frac{\alpha+1+\beta+1}{4} = \frac{6+2}{4} = 2$

해설

$f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면
 $f(\alpha) = 0, f(\beta) = 0$
 $f(4x-1) = 0$ 에서
 $4x-1 = \alpha, 4x-1 = \beta$
 $\therefore x = \frac{\alpha+1}{4}, x = \frac{\beta+1}{4},$
 \therefore 두 근의 합은 $\frac{\alpha+1+\beta+1}{4} = \frac{6+2}{4} = 2$

21. 이차방정식 $(2+k)x^2 + 4x - (1+k) = 0$ 이 실근을 갖기 위한 실수 k 값의 범위는?

① $k \geq 1$

② $k \leq -2$

③ k 는 모든 실수

④ k 는 없다.

⑤ $k \neq -2$ 인 모든 실수

해설

이차방정식이므로 $k \neq -2$

실근을 가지려면 판별식이 0보다 크거나 같아야 하므로

$$D' = 2^2 + (k+2)(k+1) \geq 0$$

$$k^2 + 3k + 6 \geq 0$$

$$k^2 + 3k + 6 = \left(k + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{15}{4} \geq 0 \text{이므로}$$

모든 실수 k 에 대해 성립.

$\therefore k \neq -2$ 인 모든 실수

23. 연립이차부등식 $\begin{cases} x^2 - 5x \leq 0 \\ (x+1)(x-a) > 0 \end{cases}$ 의 해가 $2 < x \leq 5$ 이 되도록 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

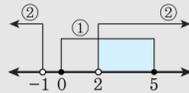
첫 번째 부등식을 풀면 $x^2 - 5x = x(x - 5) \leq 0$

$\therefore 0 \leq x \leq 5 \dots \dots \textcircled{1}$

또, 두 번째 부등식은 조건을 만족하기 위해서 $a > -1$ 이어야 한다.

$\therefore x < -1, x > a \dots \dots \textcircled{2}$

①, ②를 동시에 만족하는 해가 $2 < x \leq 5$ 이므로 a 의 값은 2이다.



24. 이차방정식 $x^2 - mx + 2 = 0$ 이 2보다 큰 근과 2보다 작은 근을 가질 때 m 의 값의 범위를 구하면?

① $m > -1$

② $m > 1$

③ $m > -2$

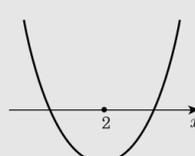
④ $m > 2$

⑤ $m > 3$

해설

주어진 이차방정식의 근이 2보다 크고 2보다 작은 근을 가지면 $f(2) < 0$

$f(2) = 4 - 2m + 2 < 0$ 이므로 $m > 3$



25. $-1 < x < 3$ 인 모든 실수 x 에 대하여 이차부등식 $x^2 + 2(k-1)x + 3k < 0$ 이 항상 성립하도록 하는 실수 k 의 최댓값을 구하여라.

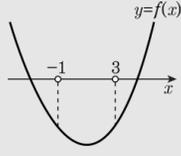
▶ 답:

▷ 정답: -3

해설

$f(x) = x^2 + 2(k-1)x + 3k$ 라 하자.

$-1 < x < 3$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) < 0$ 이 항상 성립하려면 다음 그림과 같이 $f(-1) \leq 0$, $f(3) \leq 0$ 이어야 한다.



(i) $f(-1) \leq 0$ 에서 $(-1)^2 + 2(k-1) \cdot (-1) + 3k \leq 0$, $k+3 \leq 0$
 $\therefore k \leq -3$

(ii) $f(3) \leq 0$ 에서 $3^2 + 2(k-1) \cdot 3 + 3k \leq 0$, $9k+3 \leq 0$
 $\therefore k \leq -\frac{1}{3}$

(i), (ii)에서 $k \leq -3$

따라서, 실수 k 의 최댓값은 -3 이다.