1. $0 < a < b$인 실수, a, b에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $\dfrac{a}{1+a} < \dfrac{b}{1+b}$ ② $\dfrac{a}{1+a} \le \dfrac{b}{1+b}$

③ $\dfrac{a}{1+a} > \dfrac{b}{1+b}$ ④ $\dfrac{a}{1+a} \ge \dfrac{b}{1+b}$

⑤ $\dfrac{a}{1+a} = \dfrac{b}{1+b}$

해설

$0 < a < b$에서 $\dfrac{1}{a} > \dfrac{1}{b} \cdots$ ㉠

㉠의 양변에 1을 더하면

$\dfrac{1}{a} + 1 > \dfrac{1}{b} + 1$, $\dfrac{1+a}{a} > \dfrac{1+b}{b} \cdots$ ㉡

따라서 ㉡의 역수를 취하면 $\dfrac{a}{1+a} < \dfrac{b}{1+b}$

2. $2 \leq x \leq 3$일 때, $\dfrac{2x}{1-x}$의 범위는?

① $-4 \leq \dfrac{2x}{1-x} \leq -3$

② $-4 \leq \dfrac{2x}{1-x} \leq -2$

③ $-4 \leq \dfrac{2x}{1-x} \leq -1$

④ $1 \leq \dfrac{2x}{1-x} \leq 2$

⑤ $1 \leq \dfrac{2x}{1-x} \leq 3$

해설

$$\frac{2x}{1-x} = \frac{-2(-x+1)+2}{-x+1} = -2 + \frac{2}{-x+1}$$

$2 \leq x \leq 3$에서 -1을 곱하면 $-2 \geq -x \geq -3$

1을 더하면 $-1 \geq -x+1 \geq -2$

역수를 취하면 $\dfrac{1}{-1} \leq \dfrac{1}{-x+1} \leq \dfrac{1}{-2}$

2를 곱하면 $-2 \leq \dfrac{2}{-x+1} \leq -1$

-2를 더하면 $-4 \leq -2 + \dfrac{2}{-x+1} \leq -3$ 에서 $-4 \leq \dfrac{2x}{1-x} \leq -3$

3. $-x+5 \geq 3$, $2x-3 \geq 7$ 에 대하여 연립부등식의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\varnothing$

해설

$-x+5 \geq 3,\ \ x \leq 2$

$2x-3 \geq 7,\ \ x \geq 5$

$\therefore$ 해는 없다.

4. 연립부등식 $-2 < 3x + 4 \le 11$ 를 만족하는 정수를 모두 구하면?

① $-1,\ 0,\ 1$ ② $0,\ 1,\ 2$ ③ $-1,\ 0,\ 1,\ 2$

④ $-2,\ -1,\ 0,\ 1$ ⑤ $0,\ 1,\ 2,\ 3$

해설

$$\begin{cases} -2 < 3x + 4 \\ 3x + 4 \le 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -2 \\ x \le \dfrac{7}{3} \end{cases}$$

따라서 $-2 < x \le \dfrac{7}{3}$ 을 만족하는 정수는 : $-1,\ 0,\ 1,\ 2$ 이다.

5. 다음 연립부등식 중 해가 존재하는 경우를 모두 골라라.

㉠ $\begin{cases} x > 1 \\ x < 2 \end{cases}$	㉡ $\begin{cases} x > 5 \\ x \le 3 \end{cases}$	㉢ $\begin{cases} x > 2 \\ x \le 2 \end{cases}$
㉣ $\begin{cases} x < 1 \\ x \ge 3 \end{cases}$	㉤ $\begin{cases} x \le 6 \\ x \ge 6 \end{cases}$	

▶ 답 :

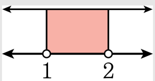
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

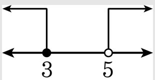
▷ 정답 : ㉤

해설

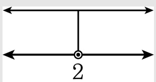
㉠ $\begin{cases} x > 1 \\ x < 2 \end{cases}$



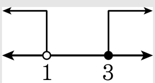
㉡ $\begin{cases} x > 5 \\ x \le 3 \end{cases}$



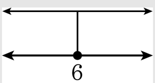
㉢ $\begin{cases} x > 2 \\ x \le 2 \end{cases}$



㉣ $\begin{cases} x < 1 \\ x \ge 3 \end{cases}$



㉤ $\begin{cases} x \le 6 \\ x \ge 6 \end{cases}$



6. 연립부등식 $\begin{cases} 4x-2 \ge -10 \\ 6-x>3 \end{cases}$ 의 해가 $a \le x < b$ 일 때, 상수 $a+b$ 의 값은?

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

$6-x>3 \rightarrow x<3$

$4x-2 \ge -10 \rightarrow x \ge -2$

$\therefore\ a+b=-2+3=1$

7. 어떤 수를 3 배 하고 8 을 빼면 32 보다 작고, 어떤 수에서 5 를 빼고 6 배 하면 24 보다 크다고 한다. 어떤 수의 범위로 옳은 것은?

① $8 < x < \frac{37}{3}$ ② $8 < x < \frac{40}{3}$ ③ $9 < x < \frac{37}{3}$
④ $9 < x < \frac{40}{3}$ ⑤ $9 < x < \frac{43}{3}$

해설

어떤 수를 x 라고 하고 문제의 조건을 이용하여 두 개의 식을 만든다. '어떤 수를 3 배 하고 8 을 빼면 32 보다 작고.' 를 식으로 표현하면, $3x - 8 < 32$ 이고, '어떤 수에서 5 를 빼고 6 배 하면 24 보다 크다' 를 식으로 표현하면, $6(x-5) > 24$ 이다.

두 개의 부등식을 연립부등식으로 표현하면, $\begin{cases} 3x - 8 < 32 \\ 6(x-5) > 24 \end{cases}$

이다. 이를 간단히 하면, $\begin{cases} x < \frac{40}{3} \\ x > 9 \end{cases}$ 따라서 $9 < x < \frac{40}{3}$ 이다.

8. 이차부등식 $x^2 + 2x - 35 < 0$을 풀면?

① $-15 < x < 12$ ② $-15 < x < 5$ ③ $-7 < x < 5$

④ $-7 < x < 2$ ⑤ $-5 < x < 7$

해설

$x^2 + 2x - 35 < 0$에서 $(x+7)(x-5) < 0$

$\therefore -7 < x < 5$

9. 다음 연립부등식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} 2x - 5 > 3 - 2x \\ 2(x - 3) \le x + 4 \end{cases}$$

① $2 \le x < 10$ ② $2 < x \le 10$ ③ $2 < x < 10$

④ $2 \le x \le 10$ ⑤ $x \le 10$

해설

첫 번째 부등식에서 $x > 2 \cdots\cdots$ ㉠
두 번째 부등식에서 $2x - 6 \le x + 4$
$\therefore x \le 10 \cdots\cdots$ ㉡
따라서, 구하는 해는 ㉠과 ㉡를
동시에 만족하는 x의 값이므로
$\therefore 2 < x \le 10$

10. 다음 부등식의 해가 없을 때, 상수 m의 값의 합은?

$$m^2x - 1 > m(x-1)$$

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$m^2x - 1 > m(x-1)$에서

$m^{2x} - 1 > mx - m$

$\therefore (m^2 - m)x > 1 - m \cdots$ ㉠

㉠의 해가 없어야 하므로

$m^2 - m = 0,\ 1 - m \geq 0$

$m^2 - m = 0$에서 $m(m-1) - 0$

$\therefore m = 0$ 또는 $1 \cdots$ ㉡

$1 - m \geq 0$에서 $m \leq 1 \cdots$ ㉢

따라서 ㉡, ㉢에서 $m = 0$ 또는 $m = 1$

11. 다음 연립부등식을 풀면?

$$\begin{cases} 3(x-2) > 2x+5 \\ 3x-4 < 2x+9 \end{cases}$$

① $10 < x < 12$ ② $11 < x < 14$ ③ $11 < x < 13$

④ $10 < x < 13$ ⑤ $9 < x < 15$

해설

i) $3(x-2) > 2x+5$

$\Rightarrow \ 3x-6 > 2x+5$

$\Rightarrow \ x > 11$

ii) $3x-4 < 2x+9$

$\Rightarrow \ x < 13$

$\therefore \ 11 < x < 13$

12. 연립부등식 $\begin{cases} 3x-3 \le x-6 \\ 2x+3 \le 0.5(6x+9) \end{cases}$ 의 해는?

① $x \le -\frac{3}{2}$　② $x = -\frac{3}{2}$　③ $x \ge -\frac{3}{2}$

④ $x \ge \frac{3}{2}$　⑤ $x \le \frac{3}{2}$

해설

$i)$ $3x-3 \le x-6,\ \ x \le -\frac{3}{2}$

$ii)$ $2x+3 \le 0.5(6x+9)$ 의 양변에 10 을 곱하면

$20x+30 \le 5(6x+9)$, $x \ge -\frac{3}{2}$

$\therefore\ \ x = -\frac{3}{2}$

13. 연립부등식 $\begin{cases} 1-3x \geq -5 \\ 4x-a > 2(x-2) \end{cases}$ 의 해가 없을 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $a \geq 8$ ② $a < 4$ ③ $\frac{1}{2} \leq a < 2$

④ $4 \leq a < 8$ ⑤ $-4 \leq a < 8$

해설

$1-3x \geq -5,\ 2 \geq x$

$4x-a > 2(x-2),\quad x > \frac{a-4}{2}$

해가 없으므로 $\frac{a-4}{2} \geq 2,\quad a \geq 8$

14. 200 원짜리 자두와 500 원짜리 복숭아를 합하여 9 개를 사는데, 그 값이 2800 원 이상 3600 원 이하가 되게 하려고 한다. 복숭아는 최대 몇 개까지 살 수 있는가?

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 6 개

해설

자두의 개수 : $(9-x)$ 개 , 복숭아의 개수 : x 개

$2800 \le 200(9-x) + 500x \le 3600$

$$\begin{cases} 2800 \le 200(9-x) + 500x \\ 200(9-x) + 500x \le 3600 \end{cases}$$

$\therefore \ \frac{10}{3} \le x \le 6$

따라서 살 수 있는 복숭아의 최대 개수는 6 개이다.

15. 부등식 $-x^2 - kx + k < 0$이 모든 실수 x에 대하여 성립하도록 k의 범위를 정하면 $\alpha < k < \beta$이다. 이 때, $\alpha + \beta$의 값은?

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$x^2 + kx - k > 0$이 모든 x에 대해서 성립하려면,
판별식이 0보다 작아야 한다
$D = k^2 + 4k < 0$에서
$k(k+4) < 0$, $-4 < k < 0$,
$\alpha = -4$, $\beta = 0$
$\therefore \quad \alpha + \beta = -4$

16. 이차부등식 $x^2 + 2x + a < 0$의 해가 $-4 < x < 2$일 때, a의 값을 구하여라.(단, a는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

해가 $-4 < x < 2$ 이므로

$(x+4)(x-2) < 0$

$x^2 + 2x - 8 = x^2 + 2x + a$

$\therefore a = -8$

17. 이차부등식 $ax^2+bx+c>0$ 의 해가 $\frac{1}{14}<x<\frac{1}{10}$ 일 때, 이차부등식 $4cx^2-2bx+a<0$ 의 해는?

① $x<-7$ 또는 $x>-5$
② $-7<x<-5$
③ $-7<x<5$
④ $5<x<7$
⑤ $x<5$ 또는 $x>7$

해설

$ax^2+bx+c>0$ 의 해가 $\frac{1}{14}<x<\frac{1}{10}$ 이므로

$(14x-1)(10x-1)<0,\ 140x^2-24x+1<0$

$-140x^2+24x-1>0 \Leftrightarrow ax^2+bx+c>0$

$\therefore a=-140, b=24, c=-1 \cdots$ (가)

(가)를 $4cx^2-2bx+a<0$ 에 대입하면

$-4x^2-48x-140<0$

$x^2+12x+35>0,\ (x+7)(x+5)>0$

$\therefore x<-7$ 또는 $x>-5$

18. 부등식 $x^2-5|x|+4\le 0$을 만족시키는 정수 x의 개수를 구하면?

① 4개 ② 5개 ③ 6개 ④ 7개 ⑤ 8개

해설

(i) $x>0$

$x^2-5x+4\le 0$

$(x-1)(x-4)\le 0$

$\Rightarrow \quad 1\le x\le 4$

(ii) $x<0$

$x^2+5x+4\le 0$

$(x+1)(x+4)\le 0$

$\Rightarrow \quad -4\le x\le -1$

$\therefore$ 정수의 개수 : 8개

19. 부등식 $2[x]^2 - 9[x] + 9 < 0$ 을 만족하는 x의 값의 범위는? (단, $[x]$는 x를 넘지 않는 최대 정수)

① $\frac{2}{3} < x < \frac{7}{2}$　② $\frac{3}{2} < x \leq 3$　③ $2 \leq x < 3$

④ $1 \leq x < 3$　⑤ $1 \leq x \leq 4$

해설

$[x] = t$로 놓으면 $2t^2 - 9t + 9 < 0$이므로

부등식을 풀면 $(2t-3)(t-3) < 0$

$\therefore \frac{3}{2} < t < 3$

따라서, $\frac{3}{2} < [x] < 3$에서 $[x] = 2$

$\therefore 2 \leq x < 3$

20. 이차방정식 $f(x)=0$ 의 두 근의 합이 6 일 때, 이차방정식 $f(4x-1)=0$ 의 두 근의 합은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 6

해설

$f(x)=0$ 의 두 근을 $\alpha,\ \beta$ 라 하면
$f(x)=k(x-\alpha)(x-\beta)$
$f(4x-1)$ 는 $f(x)$ 의 x 대신 $4x-1$ 를 대입한 것과 같으므로
$f(4x-1)=k(4x-1-\alpha)(4x-1-\beta)=0$ 의 근은

$$x=\frac{\alpha+1}{4},\ \frac{\beta+1}{4}$$

$\therefore$ 두 근의 합은 $\dfrac{\alpha+1+\beta+1}{4}=\dfrac{6+2}{4}=2$

해설

$f(x)=0$ 의 두 근을 α, β 라 하면
$f(\alpha)=0,\ f(\beta)=0$
$f(4x-1)=0$ 에서
$4x-1=\alpha,\ 4x-1=\beta$

$$\therefore x=\frac{\alpha+1}{4},\ x=\frac{\beta+1}{4},$$

$\therefore$ 두 근의 합은 $\dfrac{\alpha+1+\beta+1}{4}=\dfrac{6+2}{4}=2$

21. 이차방정식 $(2+k)x^2+4x-(1+k)=0$이 실근을 갖기 위한 실수 k 값의 범위는?

① $k \geq 1$　　② $k \leq -2$

③ k는 모든 실수　　④ k는 없다.

⑤ $k \neq -2$인 모든 실수

해설

이차방정식이므로 $k \neq -2$

실근을 가지려면 판별식이 0보다 크거나 같아야 하므로

$D' = 2^2 + (k+2)(k+1) \geq 0$

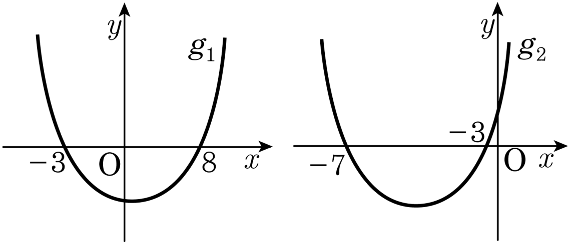
$k^2+3k+6 \geq 0$

$k^2+3k+6 = (k+\frac{3}{2})^2 + \frac{15}{4} \geq 0$이므로

모든 실수 k에 대해 성립.

$\therefore$ $k \neq -2$인 모든 실수

22. 이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 를 갑은 일차항의 계수를 잘못 보고 그래프 g_1 을, 을은 상수항을 잘못 보고 그래프 g_2 를 그렸다. 이 때, $x^2 + ax + b < 0$ 을 만족하는 정수 x 의 개수를 구하여라.



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 13 개

해설

갑은 상수항을 바르게 보았으므로
g_1 의 상수항 $b = -24$ ($\because$ 두 근의 곱)
을은 일차항의 계수를 바르게 보았으므로
g_2 의 일차항 $a = 10$
($\because$ 대칭축의 방정식은 $x = -\frac{a}{2} = -5$)
이 때, $x^2 + ax + b < 0$ 에 a, b 를 대입하면
$x^2 + 10x - 24 < 0,\ (x + 12)(x - 2) < 0$
$\therefore -12 < x < 2$
따라서 만족하는 정수는 13 (개)

23. 연립이차부등식 $\begin{cases} x^2 - 5x \le 0 \\ (x+1)(x-a) > 0 \end{cases}$ 의 해가 $2 < x \le 5$ 이 되도록 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

첫 번째 부등식을 풀면 $x^2 - 5x = x(x - 5) \le 0$

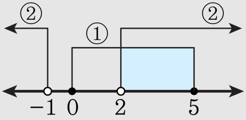
$\therefore 0 \le x \le 5 \cdots\cdots ①$

또, 두 번째 부등식은 조건을 만족하기 위해서 $a > -1$ 이어야 한다.

$\therefore x < -1, x > a \cdots\cdots ②$

①, ②를 동시에 만족하는 해가

$2 < x \le 5$ 이므로 a 의 값은 2이다.



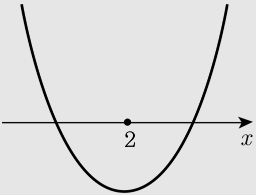
24. 이차방정식 $x^2 - mx + 2 = 0$이 2보다 큰 근과 2보다 작은 근을 가질 때 m의 값의 범위를 구하면?

① $m > -1$　② $m > 1$　③ $m > -2$

④ $m > 2$　⑤ $m > 3$

해설

주어진 이차방정식의 근이 2보다 크고 2보다
작은 근을 가지면 $f(2) < 0$
$f(2) = 4 - 2m + 2 < 0$이므로 $m > 3$



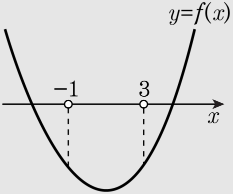
25. $-1 < x < 3$인 모든 실수 x에 대하여 이차부등식 $x^2+2(k-1)x+3k<0$이 항상 성립하도록 하는 실수 k의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$f(x) = x^2 + 2(k-1)x + 3k$ 라 하자.
$-1 < x < 3$ 인 모든 실수 x에 대하여 $f(x) < 0$ 이 항상 성립하려면 다음 그림과 같이 $f(-1) \le 0$, $f(3) \le 0$이어야 한다.



(i) $f(-1) \le 0$ 에서 $(-1)^2 + 2(k-1)\cdot(-1) + 3k \le 0$, $k+3 \le 0$
$\therefore k \le -3$
(ii) $f(3) \le 0$ 에서 $3^2 + 2(k-1)\cdot 3 + 3k \le 0$, $9k+3 \le 0$
$\therefore k \le -\dfrac{1}{3}$
(i), (ii)에서 $k \le -3$
따라서, 실수 k의 최댓값은 -3이다.