

1. $a < b$ 일 때, □안의 등호가 알맞은 것을 모두 고르면?

㉠ $a + 2 \square b + 2$

㉡ $-a - 4 \square -b - 4$

㉢ $\frac{1}{2}a + 3 \square \frac{1}{2}b + 3$

㉣ $-\frac{a}{3} \square -\frac{b}{3}$

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉡, ㉣

④ ㉠, ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉣

해설

㉢ 부등식의 양변에 양수를 곱하거나 같은 수를 더하더라도 부등호의 방향이 바뀌지 않으므로 $\frac{1}{2}a + 3 < \frac{1}{2}b + 3$

㉣ 부등식의 양변을 음수로 나누면 부등호의 방향이 바뀌므로 $-\frac{a}{3} > -\frac{b}{3}$

2. $-1 < x \leq 2$, $1 < y \leq 3$ 일 때, $a < x - y < b$ 를 계산하여 $b - a$ 의 값을 구하면?

① -14

② 1

③ 3

④ 5

⑤ -5

해설

$-1 < x \leq 2$, $1 < y \leq 3$ 에서

$x - y$ 의 가장 작은 값은 $-1 - 3 = -4$

가장 큰 값은 $2 - 1 = 1$

$\therefore -4 < x - y < 1$ 이므로 $a = -4$, $b = 1$

$b - a = 1 + 4 = 5$

3. 부등식 $3x + 2 \geq 8$ 을 풀면?

① $x \geq -2$

② $x \geq -1$

③ $x \geq -\frac{1}{2}$

④ $x \geq \frac{3}{2}$

⑤ $x \geq 2$

해설

$$3x + 2 \geq 8, \quad 3x \geq 6 \quad \therefore x \geq 2$$

4. 부등식 $ax + 1 \geq 2x + 5$ 의 해가 $x \geq 2$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① -3

② -1

③ 1

④ 4

⑤ 7

해설

$ax + 1 \geq 2x + 5$ 에서 $(a - 2)x \geq 4$ 의 부등식의 해가 $x \geq 2$ 이므로

$$a - 2 > 0$$

$$x \geq \frac{4}{a - 2} \text{이므로 } \frac{4}{a - 2} = 2, a - 2 = 2$$

$$\therefore a = 4$$

5. 연립부등식 $\begin{cases} 4x + 1 \geq x + 4 \\ 2x - 2 > 8 \end{cases}$ 의 해를 구하면?

① $x > 1$

② $x \geq 1$

③ $x < 1$

④ $x > 5$

⑤ $x \leq 5$

해설

$$4x + 1 \geq x + 4$$

$$3x \geq 3, \quad x \geq 1$$

$$2x - 2 > 8$$

$$2x > 10, \quad x > 5$$

$$\therefore x > 5$$

6. 부등식 $4 - x \leq 3x - 4 < 2x + 2$ 를 풀면?

① $x \leq 2$

② $x \geq 2$

③ $2 \leq x < 6$

④ $x \leq 6$

⑤ $x \geq 6$

해설

$$4 - x \leq 3x - 4 < 2x + 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4 - x \leq 3x - 4 \\ 3x - 4 < 2x + 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -x - 3x \leq -4 - 4 \\ 3x - 2x < 2 + 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -4x \leq -8 \\ x < 6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x < 6 \end{cases}$$

$$\therefore 2 \leq x < 6$$

7. 다음 연립부등식을 만족하는 정수의 개수가 10 개일 때, 정수 a 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 7x + 4 > 5x \\ 15 - x > a \end{cases}$$

① 3, 4

② 5, 6

③ 6

④ 6, 7

⑤ 4, 5, 6

해설

$$7x + 4 > 5x$$

$$\therefore x > -2$$

$$15 - x > a$$

$$\therefore x < 15 - a$$

만족하는 정수는 10 개이므로 $-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ 이다.

$$8 < 15 - a \leq 9$$

$$6 \leq a < 7$$

$$\therefore a = 6$$

8. 부등식 $|x - 2| + |x + 3| \geq -2x + 9$ 의 해는?

① $x \geq 2$

② $-3 \leq x \leq 2$

③ $1 < x \leq 2$

④ $x < 2$

⑤ 해가 없다.

해설

(i) $x < -3$ 일 때,

$$-2x - 1 \geq -2x + 9, -1 \geq 9$$

따라서 이 범위에서 해가 존재하지 않는다.

(ii) $-3 \leq x < 2$ 일 때,

$$5 \geq -2x + 9$$

$2x \geq 4, x \geq 2$ 따라서 이 범위에서 해가 없다.

(iii) $x \geq 2$ 일 때,

$$2x + 1 \geq -2x + 9$$

$4x \geq 8, x \geq 2$ 따라서 이 범위에서의 해는 $x \geq 2$ 이다.

세 범위의 해를 연립하면 결과는

$$\therefore x \geq 2$$

9. 연립이차부등식 $\begin{cases} x^2 - 6x + 9 > 0 \\ x^2 - 3x - 4 \leq 0 \end{cases}$ 의 해를 바르게 구한 것을 고르면?

① $-1 \leq x < 4$

② $3 < x \leq 4$

③ $-1 \leq x < 3$

④ $-1 \leq x < 3$ 또는 $3 < x \leq 4$

⑤ 해가 없다

해설

$$\begin{cases} (x-3)^2 > 0 & : x \neq 3 \text{인 모든 실수} \\ (x-4)(x+1) \leq 0 & : -1 \leq x \leq 4 \end{cases}$$



$\therefore -1 \leq x < 3$ 또는 $3 < x \leq 4$

10. 연립부등식 $\begin{cases} 2x - 11 < 5x + 7 \\ 3(x - 1) \leq 4(2 - x) + 2 \end{cases}$ 을 만족하는 x 의 값 중 가장

큰 정수를 A , 가장 작은 정수를 B 라 할 때, $A + B$ 의 값을 구하면?

① -5

② -4

③ -2

④ 0

⑤ 2

해설

i) $2x - 11 < 5x + 7$

$$\Rightarrow x > -6$$

ii) $3(x - 1) \leq 4(2 - x) + 2$

$$\Rightarrow 3x - 3 \leq 8 - 4x + 2$$

$$\Rightarrow 3x + 4x \leq 10 + 3$$

$$\Rightarrow x \leq \frac{13}{7}$$

$$-6 < x \leq \frac{13}{7} \text{ 이므로}$$

$$A = 1, B = -5$$

$$\therefore A + B = 1 + (-5) = -4$$

11. x 가 자연수일 때, $0.6(2 - x) \geq 0.5x - 1.1$ 를 만족하는 x 의 개수를 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$6(2 - x) \geq 5x - 11$$

$$12 - 6x \geq 5x - 11$$

$$-11x \geq -23$$

$$\therefore x \leq \frac{23}{11}$$

따라서 1, 2이다.

12. 연립부등식 $\begin{cases} -x + a > 5 \\ 3 - 2x \leq 1 \end{cases}$ 의 해가 없을 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $a > 3$

② $a < 3$

③ $a > 6$

④ $a < 6$

⑤ $a \leq 6$

해설

$$\begin{cases} -x + a > 5 \rightarrow a - 5 > x \\ 3 - 2x \leq 1 \rightarrow 1 \leq x \end{cases}$$

해가 없으려면 $a - 5 \leq 1$

$$\therefore a \leq 6$$

13. 부등식 $|2x - a| > 7$ 의 해가 $x < -1$ 또는 $x > b$ 일 때, 상수 a, b 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$|2x - a| > 7$ 에서

$$2x - a < -7 \quad \text{또는} \quad 2x - a > 7$$

$$\therefore x < \frac{a-7}{2} \quad \text{또는} \quad x > \frac{a+7}{2}$$

그런데 주어진 부등식의 해가

$x < -1$ 또는 $x > b$ 이므로

$$\frac{a-7}{2} = -1, \quad \frac{a+7}{2} = b$$

$$\therefore a = 5, \quad b = 6$$

$$\therefore a + b = 11$$

14. 부등식 $-x^2 - kx + k < 0$ 이 모든 실수 x 에 대하여 성립하도록 k 의 범위를 정하면 $\alpha < k < \beta$ 이다. 이 때, $\alpha + \beta$ 의 값은?

① -4

② -2

③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

$x^2 + kx - k > 0$ 이 모든 x 에 대해서 성립하려면,
판별식이 0보다 작아야 한다

$$D = k^2 + 4k < 0 \text{에서}$$

$$k(k + 4) < 0, -4 < k < 0,$$

$$\alpha = -4, \beta = 0$$

$$\therefore \alpha + \beta = -4$$

15. 부등식 $ax^2 + (a+1)x + a \geq 0$ 을 만족하는 실수 x 가 존재하기 위한 상수 a 의 값의 범위는?

① $a > 1$

② $a < -\frac{1}{3}$

③ $a \geq -\frac{1}{3}$

④ $a \leq -\frac{1}{3}$

⑤ $-\frac{1}{3} < a < 1$

해설

$ax^2 + (a+1)x + a \geq 0$ 을 만족하는 실수가 존재하는 경우는 전체에서 모든 실수 x 에 대하여

$ax^2 + (a+1)x + a < 0$ 인 경우를 제외하면 된다.

$ax^2 + (a+1)x + a < 0$ 이 모든 실수 x 에 대하여 성립하려면 $a < 0 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$

또, 이차방정식 $ax^2 + (a+1)x + a = 0$ 의 판별식을 D 라 할 때,

$$D = (a+1)^2 - 4a^2 < 0, \quad -3a^2 + 2a + 1 < 0$$

$$3a^2 - 2a - 1 > 0, \quad (3a+1)(a-1) > 0$$

$$\therefore a < -\frac{1}{3} \text{ 또는 } a > 1 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

①, ②의 공통 범위를 구하면 $a < -\frac{1}{3}$

따라서 $ax^2 + (a+1)x + a \geq 0$ 을 만족하는 실수가 존재하려면 $a \geq -\frac{1}{3}$ 이면 된다.

16. 이차부등식 $x^2 + 2x + a < 0$ 의 해가 $-4 < x < 2$ 일 때, a 의 값을 구하여라.(단, a 는 상수)

▶ 답:

▷ 정답: -8

해설

해가 $-4 < x < 2$ 이므로

$$(x + 4)(x - 2) < 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = x^2 + 2x + a$$

$$\therefore a = -8$$

17. 다음 연립부등식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} x^2 - 4 < 0 \\ x^2 - 4x < 5 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-1 < x < 2$

해설

부등식 $x^2 - 4 < 0$ 에서 $(x+2)(x-2) < 0$

$\therefore -2 < x < 2 \dots\dots \textcircled{㉠}$

$x^2 - 4x < 5$ 에서 $x^2 - 4x - 5 < 0$

$(x+1)(x-5) < 0$

$\therefore -1 < x < 5 \dots\dots \textcircled{㉡}$

따라서 구하는 해는 ㉠과 ㉡를

동시에 만족하는 x 의 값이므로

$\therefore -1 < x < 2$

18. 실수 x 에 대하여 $[x]$ 는 x 를 넘지않는 최대 정수를 나타낸다고 한다.
부등식 $2[x]^2 - [x] - 6 < 0$ 를 만족하는 x 의 범위를 바르게 구한 것은?

① $-1 \leq x < 2$

② $x \leq -1$

③ $x \geq 1$

④ $x \leq 1$

⑤ $x \leq -1, x \geq 2$

해설

$2[x]^2 - [x] - 6 < 0$ 에서 좌변을 인수분해하면

$$(2[x] + 3)([x] - 2) < 0, -\frac{3}{2} < [x] < 2$$

이 때 $[x]$ 는 정수이므로 $[x] = -1, 0, 1$

$[x] = -1, 0, 1$ 이면 $-1 \leq x < 2$

$$\therefore -1 \leq x < 2$$

19. x 에 관한 이차부등식 $x^2 - (a - 6)x + a - 3 \leq 0$ 을 만족하는 실수 x 가 존재할 때, 실수 a 의 범위는 ?

① $4 \leq a \leq 12$

② $a \leq 4, a \geq 12$

③ $6 \leq a \leq 8$

④ $a \leq 6, a \geq 8$

⑤ $4 \leq a \leq 8$

해설

$x^2 - (a - 6)x + a - 3 \leq 0$ 의 실수해가 존재하려면

$$D = (a - 6)^2 - 4(a - 3) \geq 0$$

$$a^2 - 16a + 48 \geq 0, (a - 4)(a - 12) \geq 0$$

$$\therefore a \leq 4, a \geq 12$$

20. 부등식 $ax^2 - 2ax + 1 \leq 0$ 이 단 하나의 해를 갖도록 하는 실수 a 의 값을 구하여라.

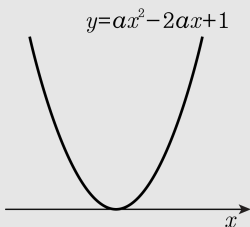
▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

주어진 부등식이 단 하나의 해를 가지려면

$y = ax^2 - 2ax + 1$ 의 그래프가 다음 그림과 같아야 한다.



(i) 그래프가 아래로 볼록이므로 $a > 0$

(ii) $ax^2 - 2ax + 1 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = a^2 - a = 0 \text{ 에서 } a = 0 \text{ 또는 } a = 1$$

(i), (ii)에서 $a = 1$

21. 이차함수 $y = x^2 - 4ax + 1$ 의 그래프가 직선 $y = 2x - a$ 의 그래프보다 항상 위쪽에 있도록 하는 상수 a 의 범위를 구하면?

① $a > 0$

② $-\frac{1}{4} < a < 0$

③ $-\frac{1}{4} < a < \frac{3}{4}$

④ $-\frac{3}{4} < a < \frac{1}{4}$

⑤ $-\frac{3}{4} < a < 0$

해설

$$\begin{cases} y = x^2 - 4ax + 1 \\ y = 2x - a \end{cases}$$

근이 존재하지 않아야 하므로

$$2x - a = x^2 - 4ax + 1$$

$$x^2 + (-4a - 2)x + (a + 1) = 0$$

$$D < 0 : (2a + 1)^2 - (a + 1) < 0$$

$$4a^2 + 3a = a(4a + 3) < 0$$

$$\therefore -\frac{3}{4} < a < 0$$

22. 연립이차부등식
$$\begin{cases} x^2 - 5x \leq 0 \\ (x+1)(x-a) > 0 \end{cases}$$
 의 해가 $2 < x \leq 5$ 이 되도록

a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

첫 번째 부등식을 풀면 $x^2 - 5x = x(x - 5) \leq 0$

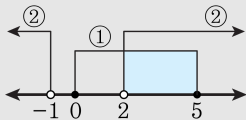
$$\therefore 0 \leq x \leq 5 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또, 두 번째 부등식은 조건을 만족하기 위해서 $a > -1$ 이어야 한다.

$$\therefore x < -1, x > a \cdots \cdots \textcircled{2}$$

①, ②를 동시에 만족하는 해가

$2 < x \leq 5$ 이므로 a 의 값은 2이다.



23. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 2kx + 6 - k = 0$ 의 서로 다른 두 근이 모두 -1 보다 작을 때, 정수 k 의 개수를 구하여라.

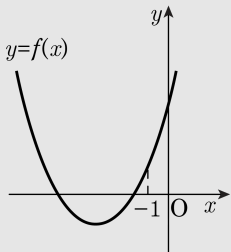
▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

해설

$f(x) = x^2 - 2kx + 6 - k$ 라 하면

방정식 $f(x) = 0$ 의 서로 다른 두 근이 -1 보다 작으므로



(i) $\frac{D}{4} = (-k)^2 - (6 - k) > 0$ 에서

$$k^2 + k - 6 > 0, (k + 3)(k - 2) > 0$$

$$\therefore k < -3 \text{ 또는 } k > 2$$

(ii) $f(-1) = 1 + 2k + 6 - k > 0$ 에서 $k > -7$

(iii) $-\frac{2k}{2} < -1$ 에서 $k < -1$

$$\text{이상에서 } -7 < k < -1$$

따라서 정수 k 는 $-6, -5, -4$ 의 3개다.

24. $1 < x < 3$ 에서 x 에 대한 이차방정식 $x^2 - ax + 4 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 실수 a 의 값의 범위가 $\alpha < a < \beta$ 일 때, $3\alpha\beta$ 의 값을 구하여라.

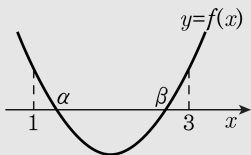
▶ 답 :

▷ 정답 : 52

해설

$f(x) = x^2 - ax + 4$ 라 하면

$1 < x < 3$ 에서 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같아야 한다.



(i) $x^2 - ax + 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$D = a^2 - 16 > 0 \text{ 에서 } (a+4)(a-4) > 0$$

$$\therefore a < -4 \text{ 또는 } a > 4$$

(ii) $f(1) = 5 - a > 0$ 에서 $a < 5$

$$f(3) = 13 - 3a > 0 \text{ 에서 } a < \frac{13}{3}$$

$$\therefore a < \frac{13}{3}$$

(iii) $y = f(x)$ 의 그래프의 대칭축이

$$x = \frac{a}{2} \text{ 이므로 } 1 < \frac{a}{2} < 3$$

$$\therefore 2 < a < 6$$

(i), (ii), (iii) 에서 a 의 값의 범위는 $4 < a < \frac{13}{3}$

따라서, $\alpha = 4$, $\beta = \frac{13}{3}$ 이므로 $3\alpha\beta = 52$

25. $-1 < x < 3$ 인 모든 실수 x 에 대하여 이차부등식 $x^2 + 2(k-1)x + 3k < 0$ 이 항상 성립하도록 하는 실수 k 의 최댓값을 구하여라.

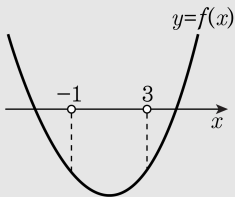
▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$f(x) = x^2 + 2(k-1)x + 3k$ 라 하자.

$-1 < x < 3$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) < 0$ 이 항상 성립하려면 다음 그림과 같이 $f(-1) \leq 0$, $f(3) \leq 0$ 이어야 한다.



(i) $f(-1) \leq 0$ 에서 $(-1)^2 + 2(k-1) \cdot (-1) + 3k \leq 0$, $k+3 \leq 0$
 $\therefore k \leq -3$

(ii) $f(3) \leq 0$ 에서 $3^2 + 2(k-1) \cdot 3 + 3k \leq 0$, $9k+3 \leq 0$
 $\therefore k \leq -\frac{1}{3}$

(i), (ii)에서 $k \leq -3$

따라서, 실수 k 의 최댓값은 -3 이다.