1. $a > b > 1$ 인 실수 $a,\ b$ 에 대하여 다음 중 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

① $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$　② $\frac{a}{1-a} > \frac{b}{1-b}$　③ $a+3 < b+3$
④ $a-1 < b-1$　⑤ $\frac{a}{1+a} < \frac{b}{1+b}$

해설

① 양변에 ab 를 곱하면 주어진 조건과 다르게 나온다.
② $1-a < 0, 1-b < 0$ 에서 $(1-a)(1-b) > 0$ 이므로
양변에 $(1-a)(1-b)$ 를 곱하면
$a(1-b) > b(1-a),\ a-ab > b-ab,\ a > b$
주어진 조건에 만족한다.
③ 양변에 3을 빼주면 주어진 조건에 만족하지 않는다.
④ 양변에 1을 더해주면 주어진 조건에 만족하지 않는다.
⑤ $1+a > 0, 1+b > 0$ 이므로 $(1+a)(1+b)$ 를 양변에 곱하면
$a(1+b) < b(1+a)$
$a+ab < b+ab$
$a < b$
주어진 조건을 만족하지 않는다.

2. $x+2y=3$, $-1 \le y \le 2$ 일 때, x 의 범위를 구하면 $a \le x \le b$ 가 된다. 이 때, $a-b$ 의 값은?

① -6　② -3　③ 1　④ 3　⑤ 5

해설

$x+2y=3$에서 $y=\dfrac{3-x}{2}$이므로 $-1 \le y \le 2$에 대입하면

$-1 \le \dfrac{3-x}{2} \le 2$,　$-2 \le 3-x \le 4$

$-5 \le -x \le 1$,　$-1 \le x \le 5$

$\therefore a=-1$,　$b=5$

$\therefore a-b=-6$

3. $-x+5 \geq 3$, $2x-3 \geq 7$ 에 대하여 연립부등식의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\varnothing$

해설

$-x+5 \geq 3,\ x \leq 2$

$2x-3 \geq 7,\ x \geq 5$

$\therefore$ 해는 없다.

4. $A < B < C$ 꼴의 문제를 풀 때 맞는 것은?

① $\begin{cases} A < B \\ A < C \end{cases}$ ② $\begin{cases} A < B \\ B < C \end{cases}$ ③ $\begin{cases} A < C \\ B < C \end{cases}$

④ $\begin{cases} B < A \\ B < C \end{cases}$ ⑤ $\begin{cases} A < B \\ C < B \end{cases}$

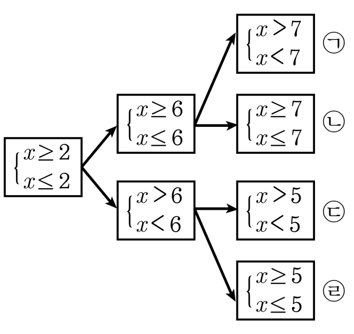
해설

$A < B < C$ 꼴의 부등식은

$$\begin{cases} A < B \\ B < C \end{cases}$$

로 고쳐서 푼다.

5. 다음은 해가 각각 다른 연립부등식이다. 출발점의 연립부등식과 같은 해의 개수를 가지는 방향으로 갈 때, 도착하는 곳은 어디인지 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

해설

$\begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 2 \end{cases}$ 는 해가 한 개이므로 한 개 있는

$\begin{cases} x \geq 6 \\ x \leq 6 \end{cases}$ 쪽으로 간다.

같은 방법으로 $\begin{cases} x \geq 7 \\ x \leq 7 \end{cases}$ 쪽으로 가게 된다.

그러므로 도착하는 곳은 ㉡ 이다.

6. 연립부등식 $\begin{cases} 3x - 1 \geq x + 3 \\ x + 3 < a \end{cases}$ 의 해가 없을때, a 의 값이 될 수 있는 가장 큰 수를 구하여라.

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$\begin{cases} 3x - 1 \geq x + 3 \\ x + 3 < a \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x < a - 3 \end{cases}$

해가 없으므로 $a - 3 \leq 2$

$\therefore \ a \leq 5$

a 의 최댓값은 5 이다.

7. 부등식 $|x-2| \le 2x-1$을 풀면?

① $x \ge 2$　② $x \ge -1$　③ $1 \le x < 2$
④ $x \ge 1$　⑤ $x < 2$

해설
(ⅰ) $x < 2$인 경우
$-x+2 \le 2x-1$
$3 \le 3x$, $1 \le x$
이 범위에서의 해는 $1 \le x < 2$이다.
(ⅱ) $x \ge 2$인 경우
$x-2 \le 2x-1$
$-1 \le x$
이 범위에서 해는 $x \ge 2$이다.
따라서 x의 범위는 $x \ge 1$이다.

8. 부등식 $|7-3x|>2$를 풀면?

① $x<\frac{5}{3}$ 또는 $x>3$
② $x<\frac{5}{2}$ 또는 $x>2$
③ $x<\frac{5}{4}$ 또는 $x>4$
④ $x<1$ 또는 $x>3$
⑤ $x<\frac{5}{6}$ 또는 $x>6$

해설

$|7-x|>2$ 에서
$7-3x>2$ 또는 $7-3x<-2$
$-3x>-5$ 또는 $-3x<-9$
$\therefore x<\frac{5}{3}$ 또는 $x>3$

9. 연립부등식 $\begin{cases} 2x^2+3x-2 \le 0 \\ 2x^2+x-3<0 \end{cases}$ 을 풀면?

① $-2<x\le\frac{1}{2}$ ② $-2<x\le 1$ ③ $-\frac{3}{2}<x\le 1$
④ $-\frac{3}{2}<x\le\frac{1}{2}$ ⑤ $1<x\le 2$

해설

$\begin{cases} 2x^2+3x-2 \le 0 & \cdots (가) \\ 2x^2+x-3<0 & \cdots (나) \end{cases}$

(가)에서 $(2x-1)(x+2) \le 0$

$\therefore -2 \le x \le \frac{1}{2}$

(나)에서 $(2x+3)(x-1)<0$

$\therefore -\frac{3}{2}<x<1$

따라서 공통 범위를 구하면

$-\frac{3}{2}<x\le\frac{1}{2}$

10. x에 대한 부등식 $x+2 \le ax+3$ 의 해가 모든 실수일 때, 상수 a의 값은?

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

$x+2 \le ax+3$에서 $(1-a)x \le 1$이 부등식의 해가 모든 실수이고 우변이 양수이므로 x의 계수는 0이어야 한다.

$1-a=0$

$\therefore a=1$

11. 다음 연립부등식을 풀면?

$$\begin{cases} 3(x-2) > 2x+5 \\ 3x-4 < 2x+9 \end{cases}$$

① $10 < x < 12$ ② $11 < x < 14$ ③ $11 < x < 13$
④ $10 < x < 13$ ⑤ $9 < x < 15$

해설

i) $3(x-2) > 2x+5$
$\Rightarrow$ $3x-6 > 2x+5$
$\Rightarrow$ $x > 11$
ii) $3x-4 < 2x+9$
$\Rightarrow$ $x < 13$
$\therefore$ $11 < x < 13$

12. 연립부등식 $\begin{cases} 2x+7 \geq 3x \\ x \geq a \end{cases}$ 을 만족하는 정수가 3 개일 때, a 의 값의 범위는?

▶ 답 :

▷ 정답 : $4 < a \leq 5$

해설

$2x+7 \geq 3x$ 를 풀면 $x \leq 7$ 이다.
$a \leq x \leq 7$ 을 만족하는 정수 3 개가 존재하려면 $4 < a \leq 5$ 이다.

13. 연립부등식 $2x+a<x+2<4(x-1)$ 의 해가 $b<x<5$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

① -5 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$2x+a<x+2<4(x-1)$

$2x+a<x+2 \to x<2-a$

$x+2<4(x-1) \to x>2$

$2<x<2-a$ 가 $b<x<5$ 이므로 $a=-3,\ b=2$

$\therefore\ a+b=-1$

14. 이차부등식 $x^2 + 2x + a < 0$의 해가 $-4 < x < 2$일 때, a의 값을 구하여라.(단, a는 상수)

▶ 답:

▷ 정답: -8

해설

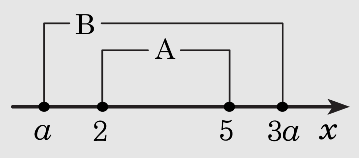
해가 $-4 < x < 2$ 이므로
$(x+4)(x-2) < 0$
$x^2 + 2x - 8 = x^2 + 2x + a$
$\therefore a = -8$

15. 양의 실수 a에 대하여 $-x^2+7x-10 \geq 0$의 모든 해가 $x^2-4ax+3a^2 \leq 0$을 만족할 때, a의 값의 범위는?

① $\frac{1}{3} \leq a \leq 2$ ② $\frac{2}{3} \leq a \leq 2$ ③ $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$
④ $\frac{5}{3} \leq a \leq 5$ ⑤ $2 \leq a \leq 5$

해설

$-x^2+7x-10 \geq 0$
$x^2-7x+10 \leq 0$
$(x-2)(x-5) \leq 0$
$2 \leq x \leq 5$
$x^2-4ax+3a^2 \leq 0$
$(x-a)(x-3a) \leq 0$
$a \leq x \leq 3a (\because a > 0)$
㉠의 모든 해가 ㉡에 포함되므로



따라서 $a \leq 2,\ 3a \geq 5$이므로 $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$

16. $\begin{cases} x^2-3x \le 0 \\ x^2-5x+4<0 \end{cases}$ 을 만족하는 x 의 범위의 해가 $\alpha < x \le \beta$일 때, $\alpha+\beta$ 의 값은?

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$x^2-3x \le 0$에서
$x(x-3) \le 0$이므로
$0 \le x \le 3 \cdots$ ㈎
$x^2-5x+4<0$에서
$(x-1)(x-4)<0$이므로
$1<x<4 \cdots$ ㈏
㈎, ㈏에 의해
$1<x \le 3$이므로
$\alpha=1, \beta=3$
$\therefore \alpha+\beta=4$

17. 두 부등식 $2x-1>0$, $(x+1)(x-a)<0$을 동시에 만족하는 x의 값의 범위가 $\frac{1}{2}<x<3$이 되도록 하는 정수 a의 값은? (단,$a>1$)

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$2x-1>0$

$\therefore x>\frac{1}{2} \cdots\cdots$ ①

$(x+1)(x-a)<0$

$\therefore -1<x<a \cdots\cdots$ ②

즉 ①, ②의 공통 부분이 $\frac{1}{2}<x<3$이므로

$\therefore a=3$

18. 부등식 $3[x]^2 + [x] - 10 \le 0$의 해는? (단, $[x]$는 x를 넘지 않는 최대의 정수)

① $-3 \le x < 1$　② $-3 \le x < 2$　③ $-2 \le x < 1$
④ $-2 \le x < 2$　⑤ $-2 \le x < 3$

해설

$3[x]^2 + [x] - 10 \le 0$이므로
$([x]+2)(3[x]-5) \le 0$
$-2 \le [x] \le \dfrac{5}{3}$
$[x]$는 정수이므로
$-2 \le [x] \le 1$
$\therefore -2 \le x < 2$

19. 부등식 $x^2-2ax+a+2<0$ 의 해가 존재하지 않기 위한 실수 a 의 값의 범위는?

① $-2 \le a \le 1$
② $a \le -1$ 또는 $a \ge 2$
③ $-1 \le a \le 2$
④ $-1 < a < 2$
⑤ $a < -1$ 또는 $a > 2$

해설

$x^2-2ax+a+2<0$ 의 해가 존재하지 않으려면
모든 실수 x 에 대하여
$x^2-2ax+a+2 \ge 0$ 이어야 한다.
이차방정식 $x^2-2ax+a+2=0$ 의 판별식을
D 라 하면 $\frac{D}{4}=a^2-a-2 \le 0$ 에서
$(a+1)(a-2) \le 0$
$\therefore -1 \le a \le 2$

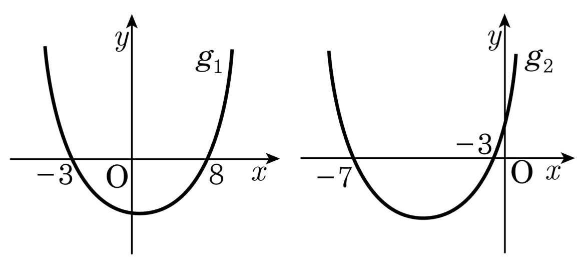
20. 이차방정식 $4x^2+8kx+8k-3=0$이 실근을 가질 때, 실수 k의 값의 범위는?

① $k \le \frac{1}{2}$ 또는 $k \ge \frac{3}{2}$　② $k < \frac{1}{2}$ 또는 $k > \frac{3}{2}$
③ $\frac{1}{2} < k < \frac{3}{2}$　④ $\frac{1}{2} \le k \le \frac{3}{2}$
⑤ 모든 실수

해설

$\frac{D}{4} \ge 0$에서 $(4k)^2-4(8k-3) \ge 0$
$16k^2-32k+12 \ge 0$
$4k^2-8k+3 \ge 0$
$(2k-3)(2k-1) \ge 0$
$\therefore\ k \le \frac{1}{2}$ 또는 $k \ge \frac{3}{2}$

21. 이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 를 갑은 일차항의 계수를 잘못 보고 그래프 g_1 을, 을은 상수항을 잘못 보고 그래프 g_2 를 그렸다. 이 때, $x^2 + ax + b < 0$ 을 만족하는 정수 x 의 개수를 구하여라.



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 13 개

해설

갑은 상수항을 바르게 보았으므로
g_1 의 상수항 $b = -24$ ($\because$ 두 근의 곱)
을은 일차항의 계수를 바르게 보았으므로
g_2 의 일차항 $a = 10$
($\because$ 대칭축의 방정식은 $x = -\frac{a}{2} = -5$)
이 때, $x^2 + ax + b < 0$ 에 a, b 를 대입하면
$x^2 + 10x - 24 < 0$, $(x + 12)(x - 2) < 0$
$\therefore -12 < x < 2$
따라서 만족하는 정수는 13 (개)

22. $0 < x < 1$ 인 모든 x 에 대하여 항상 $x^2 - 3 \leq (a-1)x$ 가 성립할 때, 실수의 상수 a 의 범위를 구하면?

① $a = -1$ ② $a > -1$ ③ $a \geq -1$
④ $a < -1$ ⑤ $a \leq -1$

해설
$f(x) = x^2 - (a-1)x - 3$ 이라 두어,
$0 < x < 1$ 에서 $f(x) \leq 0$ 되도록 하자.
$f(0) \leq 0$ 그리고 $f(1) \leq 0$ 이면 된다.
그런데, $f(0) = -3$ 이므로
$f(1) = 1 - (a-1) - 3 \leq 0$ 에서 $a \geq -1$

23. 연립방정식 $\begin{cases} x-y=2 \\ cx+y=3 \end{cases}$ 의 해 $(x,\ y)$가 제1사분면에 있을 상수 c의 조건은?

① $c=-1$　② $c>-1$　③ $c<\dfrac{3}{2}$
④ $0<c<\dfrac{3}{2}$　⑤ $-1<c<\dfrac{3}{2}$

해설

$\begin{cases} x-y=2 \\ cx+y=3 \end{cases}$ 을 풀면 $x=\dfrac{5}{c+1}, y=\dfrac{3-2c}{c+1}$

$x>0, y>0$ 인 c의 범위를 구한다.

$c+1>0,\ \ 3-2c>0$

$\therefore\ -1<c<\dfrac{3}{2}$

24. x에 관한 이차방정식 $x^2 - ax + 9 = 0$이 $x < 1$에서 두 개의 실근을 갖도록 하는 실수 a의 범위를 구하면 $a \le k$이다. 이 때, k의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = -6$

해설

$f(x) = x^2 - ax + 9$라 놓으면

ⅰ) 축이 $x < 1$에 있어야 하므로 $\frac{1}{2}a < 1,\ a < 2$

ⅱ) $f(1) > 0, \quad 1 - a + 9 > 0, \quad a < 10$

ⅲ) 두 개의 실근을 가져야 하므로

$\mathrm{D} = a^2 - 4 \cdot 9 \ge 0,\ \ a \ge 6,\ \ a \le -6$

따라서 ⅰ), ⅱ), ⅲ)에 의해 $a \le -6$

$\therefore k = -6$

25. x에 대한 이차방정식 $x^2 - x + k = 0$의 한 근만이 이차방정식 $x^2 - 3x + 2 = 0$의 두 근 사이에 있을 때, 실수 k의 값의 범위는?

① $1 < k < 2$

② $-2 < k < 0$

③ $-2 \le k \le 0$

④ $k < -2$ 또는 $k > 0$

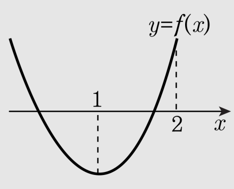
⑤ $-2 < k < -1$

해설

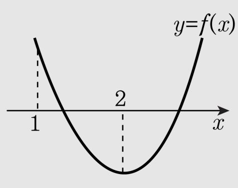
$x^2 - 3x + 2 = 0$ 에서 $(x-1)(x-2) = 0$

$\therefore x = 1$ 또는 $x = 2$

$f(x) = x^2 - x + k$ 로 놓으면 다음 그림과 같이 $y = f(x)$ 의 그래프가 두 점 $(1,\ 0)$, $(2,\ 0)$ 사이에서 x 축과 만나야 한다.



또는



$\therefore f(1) < 0,\ f(2) > 0$ 또는 $f(1) > 0,\ f(2) < 0$

즉, $f(1)f(2) = k(k+2) < 0$

$\therefore -2 < k < 0$