

1. 등식  $(4 + i)x + 2 + 2yi = 2 + 5i$ 를 만족시키는 실수  $x, y$ 에 대하여  $x + 2y$ 의 값은? (단,  $i = \sqrt{-1}$ )

① -5

② -3

③ 0

④ 5

⑤ 3

해설

$$(4x + 2) + (x + 2y)i = 2 + 5i$$

$$4x + 2 = 2, \quad x + 2y = 5$$

2.  $\frac{2+3i}{3-i}$  를 계산하면?

①  $\frac{3}{8} + \frac{13}{8}i$

②  $\frac{3}{10} + \frac{11}{10}i$

③  $\frac{3}{10} - \frac{11}{10}i$

④  $\frac{3}{8} - \frac{13}{8}i$

⑤  $\frac{4}{9} + \frac{11}{9}i$

해설

$$\frac{2+3i}{3-i} = \frac{(2+3i)(3+i)}{(3-i)(3+i)} = \frac{3}{10} + \frac{11}{10}i$$

3.  $\frac{1 + i^3 + i^6}{1 + i^2 + i^4}$  의 값은?

①  $i$

②  $-i$

③  $-\frac{i}{2}$

④  $\frac{1-i}{2}$

⑤  $\frac{1+i}{2}$

해설

$$\frac{1 + i^3 + i^6}{1 + i^2 + i^4} = \frac{1 + (-i) + (-1)}{1 + (-1) + 1} = \frac{-i}{1} = -i$$

4. 이차방정식  $x^2 - 2x + k + 2 = 0$ 이 중근을 가지도록 하는 상수  $k$ 의 값을 구하면?

① -1

② 1

③ 0

④ -2

⑤ 2

해설

$$x^2 - 2x + (k + 2) = 0$$

$$\frac{D}{4} = (-1)^3 - (k + 2) = 0$$

$$1 - k - 2 = 0 \quad \therefore k = -1$$

5. 이차방정식  $5x^2 - 6x + a - 5 = 0$ 이 서로 다른 두 허근을 가질 때 정수  $a$ 의 최솟값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$D' = 9 - 5(a - 5) = -5a + 34 < 0$$

$$\therefore a > \frac{34}{5}$$

6. 이차방정식  $x^2 - 10x + k = 0$ 의 두 근의 비가 2 : 3이 되도록 상수  $k$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

### 해설

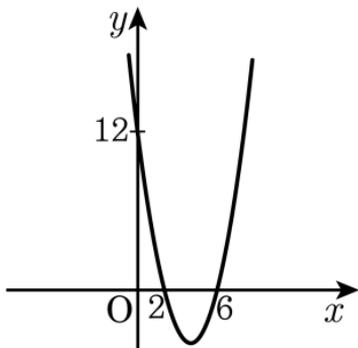
주어진 방정식의 한 근을  $2\alpha$ 라 하면  
다른 한 근은  $3\alpha$ 가 되므로

$$\begin{cases} 2\alpha + 3\alpha = 10 & \dots\dots ① \\ 2\alpha \times 3\alpha = k & \dots\dots ② \end{cases}$$

①, ②를 풀면

$$\alpha = 2, k = 6 \times 2^2 = 24$$

7. 다음은 이차함수  $y = (x-2)(x-6)$  의 그래프이다.



이 이차함수가  $x$ 축과 만나는 두 점을 각각 A, B라 할 때,  $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

이차방정식  $(x-2)(x-6) = 0$  에서  $x = 2$  또는  $x = 6$   
따라서 A (2, 0), B (6, 0) 이므로  $\overline{AB} = 4$

8. 다음 중 최댓값이 3 인 이차함수는?

①  $y = -3x^2 + 1$

②  $y = x^2 + 4x$

③  $y = (x - 2)^2 + 1$

④  $y = -x^2 + 4x - 1$

⑤  $y = -(x + 1)(x - 3)$

해설

① 최댓값 : 1

②  $y = (x + 2)^2 - 4$  이므로 최댓값은 없다.

③ 최댓값은 없다.

④  $y = -(x - 2)^2 + 3$  이므로 최댓값은 3

⑤  $y = -(x - 1)^2 + 4$  이므로 최댓값은 4

9. 이차함수  $y = -x^2 + 10x - 13$  의 최댓값을  $m$ , 이차함수  $y = \frac{1}{2}x^2 + x + 1$  의 최솟값을  $n$  이라고 할 때,  $mn$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$y = -x^2 + 10x - 13 = -(x - 5)^2 + 12$$

최댓값  $m = 12$

$$y = \frac{1}{2}x^2 + x + 1 = \frac{1}{2}(x + 1)^2 + \frac{1}{2}$$

최솟값  $n = \frac{1}{2}$

$$\therefore mn = 12 \times \frac{1}{2} = 6$$

10. 실수  $x$  에 대하여 복소수  $(1+i)x^2 - (1+3i)x - (2-2i)$  가 순허수가 되도록 하는  $x$  의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$(1+i)x^2 - (1+3i)x - (2-2i)$$

$$= (x^2 - x - 2) + (x^2 - 3x + 2)i$$

순허수가 되려면 (실수 부분)=0, (허수 부분) $\neq 0$ 이어야 하므로

$$x^2 - x - 2 = 0, x^2 - 3x + 2 \neq 0$$

$$(i) x^2 - x - 2 = 0 \text{ 에서 } (x+1)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 2$$

$$(ii) x^2 - 3x + 2 \neq 0 \text{ 에서 } (x-1)(x-2) \neq 0$$

$$\therefore x \neq 1 \text{ 또는 } x \neq 2$$

따라서 (i), (ii)에 의하여  $x = -1$

11.  $x^2 - 2\sqrt{2}x + 2 = 0$ 을 풀면?

①  $x = -\sqrt{2}$

②  $x = \sqrt{2}$

③  $x = 0$

④  $x = 4 - \sqrt{2}i$

⑤  $x = 6$

해설

$$x^2 - 2\sqrt{2}x + (\sqrt{2})^2 = (x - \sqrt{2})^2 = 0$$

$$\therefore x = \sqrt{2}$$

12.  $x$  가 실수 일 때, 다음 중  $x + \frac{1}{x}$  의 값이 될 수 없는 것은? (단,  $x \neq 0$ )

① -5

② -2

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

$$x + \frac{1}{x} = t \text{ 라 하고,}$$

양변에  $x$  를 곱하면

$$x^2 + 1 = tx$$

$x^2 - tx + 1 = 0$  에서  $x$  는 실수이므로

$$D = t^2 - 4 \geq 0 \quad \therefore t^2 \geq 4, t \leq -2 \text{ 또는 } t \geq 2$$

13. 이차방정식  $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라고 할 때,  $\alpha^3 + \beta^3$ 의 값은?

① 15

② 16

③ 17

④ 18

⑤ 20

해설

근과 계수와의 관계로부터

$$\alpha + \beta = 3, \quad \alpha\beta = 1$$

$$\therefore \alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)$$

$$= 27 - 9 = 18$$

14. 이차방정식  $x^2 + ax + b = 0$  의 한 근이  $1 - i$  일 때,  $a + b$  의 값을 구하면? (단,  $a, b$  는 실수)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 0

해설

다른 한 근은 복소수의 켈레근인  $1 + i$  이므로

두 근의 합:  $(1 + i) + (1 - i) = -a \quad \therefore a = -2$

두 근의 곱:  $(1 + i)(1 - i) = b \quad \therefore b = 2$

$\therefore a + b = -2 + 2 = 0$

15.  $x$ 의 범위가  $1 \leq x \leq 2$  일 때, 함수  $y = x^2 - x - 1$ 의 최댓값과 최솟값의 곱은?

① -5

② -3

③ -1

④ 1

⑤ 3

해설

$$y = x^2 - x - 1 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{4} \text{ 이므로}$$

꼭짓점의  $x$  좌표  $\frac{1}{2}$  이  $x$ 의 범위에 포함되지 않는다.

$x = 1$  일 때,  $y = -1$  (최솟값),

$x = 2$  일 때,  $y = 1$  (최댓값)

따라서 최댓값과 최솟값의 곱은  $-1$  이다.

16. 다음 이차함수  $y = x^2 - 2x - 2$  의  $x$ 의 범위가  $-2 \leq x \leq 2$  일 때, 이 함수의 최댓값은?

① -3

② -2

③ 0

④ 6

⑤ 9

해설

$$y = x^2 - 2x - 2 \Rightarrow y = (x - 1)^2 - 3$$

$-2 \leq x \leq 2$  이므로  $x = 1$  에서 최솟값,

$x = -2$  에서 최댓값을 갖는다.

$$\therefore \text{최댓값} : (-2 - 1)^2 - 3 = 6$$

17. 다음 세 개의 3차방정식의 공통근을 구하여라.

$$x^3 + 3x^2 - x - 3 = 0, \quad x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0, \\ x^3 - 4x^2 + 5x - 2 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답:  $x = 1$

해설

제 1 식에서  $(x-1)(x+1)(x+3) = 0$

$\therefore x = 1, -1, -3$

제 2 식에서  $(x-1)(x+1)(x+2) = 0$

$\therefore x = 1, -1, -2$

제 3 식에서  $(x-1)^2(x-2) = 0$

$\therefore 1, 2$

$\therefore$ 공통근 :  $x = 1$

18.  $x$ 의 삼차방정식  $x^3 + px^2 + qx - 105 = 0$ 의 세 근이 모두 2보다 큰 정수일 때,  $p + q$ 의 값을 구하면?

- ① 56      ② 21      ③ 10      ④ -10      ⑤ -21

해설

세 근을  $\alpha, \beta, \gamma$  라 하면 근과 계수와의 관계에 의해서

$$\alpha + \beta + \gamma = -p, \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = q, \alpha\beta\gamma = 105$$

마지막 식에서  $\alpha\beta\gamma = 3 \cdot 5 \cdot 7$

$\therefore$  세 근은 3, 5, 7 이다.

$$\therefore p = -(3 + 5 + 7) = -15,$$

$$q = 3 \cdot 5 + 5 \cdot 7 + 7 \cdot 3 = 15 + 35 + 21 = 71$$

$$\therefore p + q = 56$$

19. 삼차방정식  $2x^3 + px^2 + qx - 5 = 0$  의 한 근이  $1 - 2i$  일 때  $p + q$  의 값은?(단,  $p, q$  는 실수)

① 7

② -7

③ 6

④ -6

⑤ 11

해설

한 근이  $1 - 2i$ 이므로 다른 두 근을  $1 + 2i, \alpha$  라 하면 세 근의 곱:

$$(1 - 2i)(1 + 2i)\alpha = \frac{5}{2}$$

$$\therefore \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\text{세 근의 합: } -\frac{p}{2} = (1 - 2i) + (1 + 2i) + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

$$\therefore p = -5$$

$$\text{두근끼리 곱의 합: } \frac{q}{2} = (1 - 2i)(1 + 2i) + (1 - 2i + 1 + 2i) \cdot \frac{1}{2} = 6$$

$$\therefore q = 12$$

$$\therefore p + q = 7$$

해설

한 근이  $1 - 2i$  이므로 다른 한 근은  $1 + 2i$

근과 계수의 관계에서  $x^2 - 2x + 5 = 0$

나머지 일차식을  $2x + a$  라고 하면

$2x^3 + px^2 + qx - 5 = (2x + a)(x^2 - 2x + 5)$  에서

$a = -1$  이므로 대입하여 정리하면

$$p = -5, q = 12$$

$$\therefore p + q = 7$$

20. 방정식  $x^2 + x + 1 = 0$ 의 한 근을  $\omega$ 라 할 때,  $\frac{2\omega^2 + 3\bar{\omega}}{\omega^{100} + 1}$ 의 값을 구하면?  
(단,  $\bar{w}$ 는  $w$ 의 켈레복소수이다.)

① 2

② 3

③ 5

④ -3

⑤ -5

해설

$x^2 + x + 1 = 0$ 의 두 근은

$$\omega, \bar{\omega} \Rightarrow \omega + \bar{\omega} = -1, \omega\bar{\omega} = 1$$

$$\omega^2 + \omega + 1 = 0,$$

$$(\omega - 1)(\omega^2 + \omega + 1) = 0, \omega^3 - 1 = 0, \omega^3 = 1$$

$$\bar{\omega}^2 + \bar{\omega} + 1 = 0,$$

$$(\bar{\omega} - 1)(\bar{\omega}^2 + \bar{\omega} + 1) = 0,$$

$$\bar{\omega}^3 - 1 = 0, \bar{\omega}^3 = 1$$

$$\frac{2\omega^2 + 3\bar{\omega}}{\omega^{100} + 1} = \frac{2\omega^2 + 3\bar{\omega}}{(\omega^3)^{33}\omega + 1}$$

$$= \frac{2\omega^2}{-\omega^2} + \frac{3\bar{\omega}}{-\omega^2}$$

$$= -2 + \frac{3\omega\bar{\omega}}{-\omega^3}$$

$$= -2 - \frac{3}{1} = -5$$

21. 가로 길이가 세로 길이보다 5 cm 더 긴 직사각형이 있다. 둘레의 길이가 34 cm 일 때, 이 직사각형의 가로 길이와 세로 길이의 곱을 구하여라.(단, 단위 생략)

▶ 답 :

▷ 정답 : 66

해설

직사각형의 가로, 세로 길이를 각각  $x$ cm,  $y$ cm 라 하면



$$x = y + 5 \quad \text{..... ㉠}$$

또, 이 직사각형의 둘레는  $2(x + y)$  이므로

$$2(x + y) = 34 \text{ 즉, } x + y = 17 \quad \text{..... ㉡}$$

㉠을 ㉡에 대입하면

$$y + 5 + y = 17, 2y = 12$$

$$\therefore y = 6$$

$y = 6$ 을 ㉠에 대입하면  $x = 11$

$$\therefore xy = 11 \times 6 = 66$$

22. 연립방정식  $\begin{cases} x - y = 2 \\ x^2 + y^2 = 20 \end{cases}$  을 만족하는  $x, y$ 에 대하여  $xy$ 는?

① 8

② 3

③ 0

④ -1

⑤ -3

해설

$$\begin{cases} x - y = 2 & \dots \textcircled{1} \\ x^2 + y^2 = 20 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

①식 ( $x = y + 2$ )을 ②식에 대입하면

$$(y + 2)^2 + y^2 = 20$$

$$2y^2 + 4y - 16 = 0$$

$$(y + 4)(y - 2) = 0$$

$$y = 2, x = 4 \rightarrow xy = 8$$

$$y = -4, x = -2 \rightarrow xy = 8$$

해설

①식을 제공하면.

$$(x - y)^2 = 4$$

$$x^2 + y^2 - 2xy = 4$$

$$xy = \frac{x^2 + y^2 - 4}{2} = \frac{20 - 4}{2} = 8$$

23.  $x$ 에 대한 두 이차방정식  $x^2 - ax + 10 = 0$ ,  $x^2 + x + b = 0$ 이 공통근 2를 가질 때, 두 이차방정식의 공통근이 아닌 나머지 두 근의 합은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$x^2 - ax + 10 = 0$ ,  $x^2 + x + b = 0$ 의 공통근이 2이므로  $x = 2$ 를 두 이차방정식에 각각 대입하면 성립한다.

$$2^2 - 2a + 10 = 0, 2^2 + 2 + b = 0$$

$$\therefore a = 7, b = -6$$

이 때,  $x^2 - 7x + 10 = 0$ 에서

$$(x - 2)(x - 5) = 0 \text{이므로 } x = 2, 5$$

또,  $x^2 + x - 6 = 0$ 에서

$$(x - 2)(x + 3) = 0 \text{이므로 } x = 2, -3$$

따라서 공통근이 아닌 나머지 두 근은

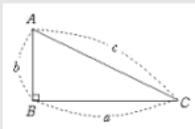
5, -3이므로 두 근의 합은 2이다.

24. 넓이가 30 이고, 둘레의 길이가 30 인 직각삼각형의 빗변의 길이를 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설



$$\frac{1}{2}ab = 30, ab = 60$$

$$a + b + c = 30, a + b = 30 - c$$

$$a^2 + b^2 = c^2 \quad (a + b)^2 - 2ab = c^2$$

$$(30 - c)^2 - 2 \cdot 60 = c^2$$

$$c^2 - 60c + 900 - 120 = c^2$$

$$60c = 780, \therefore c = 13$$

25. 방정식  $2xy - 4x - y = 4$ 를 만족하는 양의 정수  $x, y$ 를 구하면  $\begin{cases} x = \alpha \\ y = \beta \end{cases}$ ,

$$\begin{cases} x = \gamma \\ y = \delta \end{cases} \text{ 이다.}$$

$\alpha + \beta + \gamma + \delta$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

### 해설

주어진 식을 변형하면  $(2x - 1)(y - 2) = 6$

조건에서  $x, y$ 가 양의 정수이므로

$2x - 1, y - 2$ 도 각각 정수이고 특히  $2x - 1$ 은 양의 홀수이다.

$$\therefore \begin{cases} 2x - 1 = 1 \\ y - 2 = 6 \end{cases} \quad \text{또는} \quad \begin{cases} 2x - 1 = 3 \\ y - 2 = 2 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} x = 1 \\ y = 8 \end{cases}, \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$$

$$\therefore \alpha + \beta + \gamma + \delta = 15$$