

1. 등식 $(1 - 2i)x + (2 + i)y = 4 - 3i$ 를 만족하는 실수 $x + y$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 8

해설

$(1 - 2i)x + (2 + i)y = 4 + 3i = 0$ 에서

$(x + 2y - 4) + (-2x + y + 3)i = 0$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$x + 2y - 4 = 0, -2x + y + 3 = 0$

위의 두 식을 연립하여 풀면

$x = 2, y = 1$

$\therefore x + y = 3$

2. $\frac{2 - \sqrt{-5}}{2 + \sqrt{-5}}$ 를 간단히 하면?

- ① $-\frac{1}{9} - \frac{4\sqrt{5}}{9}i$ ② $\frac{1}{9} + \frac{4\sqrt{5}}{9}i$ ③ $1 - \frac{4\sqrt{5}}{9}i$
④ $1 + 4\sqrt{5}i$ ⑤ $-1 - 4\sqrt{5}i$

해설

$$\begin{aligned}\frac{2 - \sqrt{-5}}{2 + \sqrt{-5}} &= \frac{2 - \sqrt{5}i}{2 + \sqrt{5}i} \times \frac{2 - \sqrt{5}i}{2 - \sqrt{5}i} \\ &= \frac{4 - 4\sqrt{5}i - 5}{4 + 5} \\ &= -\frac{1}{9} - \frac{4\sqrt{5}}{9}i\end{aligned}$$

3. $\frac{1+i^3+i^6}{1+i^2+i^4}$ 의 값은?

① i

② $-i$

③ $-\frac{i}{2}$

④ $\frac{1-i}{2}$

⑤ $\frac{1+i}{2}$

해설

$$\frac{1+i^3+i^6}{1+i^2+i^4} = \frac{1+(-i)+(-1)}{1+(-1)+1} = \frac{-i}{1} = -i$$

4. $z = 1 + i$ 일 때, $\frac{z\bar{z}}{z - \bar{z}}$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수)

- ① $1 + i$ ② $1 - i$ ③ 1 ④ i ⑤ $-i$

해설

$z = 1 + i$ 이면 $\bar{z} = 1 - i$ 이다.

$$\therefore \frac{z\bar{z}}{z - \bar{z}} = \frac{(1 + i)(1 - i)}{(1 + i) - (1 - i)} = \frac{2}{2i} = -i$$

5. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + a(a-1)x + 3a = 0$ 의 한 근이 1일 때, 다른 한 근은? (단, a 는 상수)

① -1

② -3

③ 0

④ 1

⑤ 3

해설

$x = 1$ 을 대입하면

$$1^2 + a(a-1) + 3a = 0$$

$$a^2 + 2a + 1 = (a+1)^2 = 0$$

$$\therefore a = -1$$

$$x^2 - 1 \cdot (-2)x - 3 = x^2 + 2x - 3$$

$$= (x+3)(x-1) = 0$$

$$\therefore x = 1, -3 \quad \therefore x = -3$$

6. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하고 판별식을 D 라고 할 때 $|\alpha - \beta|$ 는 다음 중 어느 것과 같은가?

- ① $\frac{\sqrt{D}}{a}$ ② $\frac{-\sqrt{D}}{a}$ ③ $\frac{\sqrt{D}}{|a|}$
 ④ $-\frac{\sqrt{D}}{|a|}$ ⑤ $-\frac{D}{|a|}$

해설

근의 공식을 이용하여 풀면

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a},$$

$$\therefore \alpha = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}, \beta = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} \text{ (단, } D = b^2 - 4ac \text{)}$$

$$\begin{aligned} \therefore |\alpha - \beta| &= \left| \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} - \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} \right| \\ &= \left| \frac{-b + \sqrt{D} + b + \sqrt{D}}{2a} \right| \\ &= \left| \frac{2\sqrt{D}}{2a} \right| = \frac{\sqrt{D}}{|a|} \end{aligned}$$

7. 이차방정식 $2x^2 - 4x - 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은?

- ① 7 ② 6 ③ 5 ④ 4 ⑤ 3

해설

근과 계수와의 관계로부터

$$\alpha + \beta = 2 \quad \alpha\beta = -\frac{3}{2}$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 7$$

8. 이차함수 $y = -2x^2 - 4x - 6$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned}y &= -2x^2 - 4x - 6 \\&= -2(x + 1)^2 - 4 \\x &= -1 \text{ 일 때, 최댓값 } -4 \text{를 갖는다.}\end{aligned}$$

9. 다음 연립방정식의 해를 구하면?

$$\begin{cases} 0.6x + 0.5y = 2.8 & \cdots \textcircled{㉠} \\ \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y = 2 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

- ① (2,3)

② (-2,3)

③

(3,2)
- ④ (3,-2)

⑤ (-3,-2)

해설

㉠, ㉡의 양변에 각각 10, 6을 곱하면

$$\begin{cases} 6x + 5y = 28 & \cdots \cdots \textcircled{㉢} \\ 2x + 3y = 12 & \cdots \cdots \textcircled{㉣} \end{cases}$$

㉢ - ㉣×3을 하면 $-4y = -8$

∴ $y = 2$ 를 ㉣대입하면 $x = 3$

∴ $x = 3, y = 2$

10. 이차방정식 $ax^2 + 4x - 2 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 실수 a 값의 범위는?

① $a > -2$

② $-2 < a < 0, a > 0$

③ $-2 < a < 0$

④ $a > 2$

⑤ $a < 0, 0 < a < 2$

해설

$ax^2 + 4x - 2 = 0$ 에서

(i) 이차방정식이므로 x^2 의 계수는 $a \neq 0$ 이어야 한다.

(ii) 서로 다른 두 실근을 갖기 위해서는 판별식 $\frac{D}{4} > 0$ 이어야 하므로

$$\frac{D}{4} = 2^2 - (-2a) > 0, 2a + 4 > 0$$

$$\therefore a > -2$$

따라서 실수 a 값의 범위는

$$-2 < a < 0 \text{ 또는 } a > 0$$

11. 함수 $y = -x^2 + kx$ 의 그래프가 직선 $y = -x + 4$ 에 접할 때, 양수 k 의 값은?

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

해설

$y = -x^2 + kx$ 가 $y = -x + 4$ 에 접하려면
 $4 - x = -x^2 + kx \Rightarrow x^2 - (k+1)x + 4 = 0$ 의 판별식은 $D = 0$ 이어야 한다.
 $D = (k+1)^2 - 16 = 0 \Rightarrow k+1 = \pm 4$
 $\therefore k = 3$ ($\because k > 0$)

12. $y = -\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -3$ 에서 최댓값 5를 갖는 포물선의 식의 y 절편을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

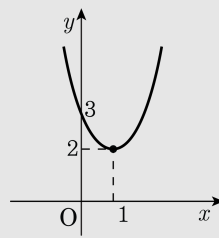
$y = -\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -3$ 에서 최댓값 5를 갖는 포물선의 식은 $y = -\frac{1}{3}(x+3)^2 + 5$ 이다. $y = -\frac{1}{3}(x+3)^2 + 5 = -\frac{1}{3}x^2 - 2x + 2$ 따라서 y 의 절편은 2이다.

13. 함수 $y = x^2 - 2x + 3$ 의 x 의 범위가 $0 < x < 1$ 일 때, 이 함수의
함숫값의 범위를 구하면?

- ① $-2 < y < 3$ ② $-2 < y < 2$ ③ $0 < y < 3$
④ $0 < y < 2$ ⑤ $2 < y < 3$

해설

$y = x^2 - 2x + 3 = (x - 1)^2 + 2$
따라서 함수의 그래프는 다음의 그림과
같다.
 $f(0) = 3$, $f(1) = 2$ 이므로
함숫값의 범위는 $2 < y < 3$



14. 다음 삼차방정식을 풀었을 때 두 허근의 합을 구하여라.

$$x^3 - x^2 + x - 6 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$f(x) = x^3 - x^2 + x - 6$ 으로 놓으면 $f(2) = 8 - 4 + 2 - 6 = 0$
이므로 $f(x)$ 는 $x - 2$ 를 인수로 갖는다.

2		1	-1	1	-6
			2	2	6
		1	1	3	0

위의 조립제법에서 $f(x) = (x - 2)(x^2 + x + 3)$ 이므로 주어진
방정식은 $(x - 2)(x^2 + x + 3) = 0$

$\therefore x = 2, x = \frac{-1 \pm \sqrt{11}i}{2}$

두 허근의 합은 -1

15. 다음 방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ 에서
 $x^2 = t$ 로 놓으면
 $t^2 - 13t + 36 = 0, (t - 4)(t - 9) = 0$
 $\therefore t = 4$ 또는 $t = 9$
(i) $t = 4$ 일 때, $x^2 = 4$
 $\therefore x = \pm 2$
(ii) $t = 9$ 일 때, $x^2 = 9$
 $\therefore x = \pm 3$
따라서 모든 해의 합은
 $(-2) + 2 + (-3) + 3 = 0$

16. 삼차방정식 $2x^3 - 7x^2 + 11x + 13 = 0$ 의 세 근을 α, β, γ 라고 할 때, 다음 (가), (나), (다)에 알맞은 값을 차례로 쓴 것은?

- (가) $\alpha + \beta + \gamma$
(나) $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha$
(다) $\alpha\beta\gamma$

- ① $\frac{7}{2}, \frac{11}{2}, -\frac{13}{2}$ ② $-\frac{7}{2}, \frac{13}{2}, \frac{11}{2}$ ③ $\frac{13}{2}, \frac{7}{2}, -\frac{11}{2}$
④ $\frac{11}{2}, -\frac{13}{2}, \frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{7}{2}, -\frac{11}{2}, \frac{13}{2}$

해설

삼차방정식 $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0 (a \neq 0)$ 의 세 근을 α, β, γ 라 하면

$$\alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a}$$

$$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a}$$

$$\alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a}$$

17. $\begin{cases} x-y=1 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$ 에서 xy 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{cases} x-y=1 & \cdots \textcircled{A} \\ x^2+y^2=5 & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

①에서 $x=y+1$ 을 ②에 대입하면,

$$(y+1)^2+y^2=5$$

$$y^2+y-2=0$$

$$(y+2)(y-1)=0$$

$$\therefore y=-2 \text{ 또는 } y=1$$

$$y=-2 \text{ 를 } \textcircled{A} \text{ 에 대입하면 } x=-1$$

$$y=1 \text{ 을 } \textcircled{B} \text{ 에 대입하면 } x=2$$

$$\therefore xy=2$$

18. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 2(m - a + 1)x + m^2 + a^2 - 2b = 0$ 이 m 의 값에 관계없이 항상 중근을 갖도록 a, b 의 값을 정하면?

① $a = -1, b = \frac{1}{2}$

③ $a = -1, b = -\frac{1}{2}$

⑤ $a = 1, b = -1$

② $a = 1, b = \frac{1}{2}$

④ $a = 1, b = -\frac{1}{2}$

해설

$$\frac{D}{4} = 0 \text{이므로}$$

$$(m - a + 1)^2 - (m^2 + a^2 - 2b) = 0,$$

m 에 관하여 정리하면

$$2(-a + 1)m - 2a + 2b + 1 = 0$$

m 에 관계없이 성립하므로

$$2(-a + 1) = 0, -2a + 2b + 1 = 0$$

$$\therefore a = 1, b = \frac{1}{2}$$

19. x 에 관한 이차식 $a(1+x^2)+2bx+c(1-x^2)$ 에서 a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이를 나타낼 때, 이 이차식이 x 에 관한 완전제곱식이 되는 것은 이 삼각형이 어떠한 삼각형일 때인가?

- ① a 를 빗변으로 하는 직각삼각형
② c 를 빗변으로 하는 직각삼각형
③ $a=b$ 인 이등변삼각형
④ $b=c$ 인 이등변삼각형
⑤ 정삼각형

해설

준식을 정리하면,
 $(a-c)x^2+2bx+a+c$
위의 식이 완전제곱식이 되려면
 $D=0$ 이어야 하므로
 $\frac{D}{4}=b^2-(a-c)(a+c)=0,$
즉 $b^2-a^2+c^2=0$
 $\therefore a^2=b^2+c^2$
따라서, a 를 빗변으로 하는 직각삼각형

20. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근 α, β 에 대하여 $\alpha + \beta = 2$, $\alpha\beta = 4$ 일 때, 이차방정식 $f(2x - 2) = 0$ 의 두 근의 곱은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$f(x) = x^2 - 2x + 4$$

$$f(2x - 2) = 4(x - 1)^2 - 4(x - 1) + 4 = 0$$

$$(x - 1)^2 - (x - 1) + 1 = x^2 - 3x + 3 = 0$$

따라서 두 근의 곱은 3이다.

21. 이차방정식 $x^2 + 2(k-1)x + 3 - k = 0$ 의 두 근이 모두 양수가 되도록 k 의 범위를 정하면?

- ① $-2 \leq k \leq 3$
- ② $2 \leq k \leq 5$
- ③ $1 \leq k \leq 2$
- ④ $k \geq 3$
- ⑤ $k \leq -1$

해설

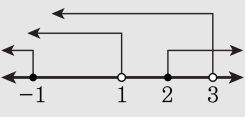
$x^2 + 2(k-1)x + 3 - k = 0$

(i) $\frac{D}{4} = (k-1)^2 - (3-k) \geq 0$

$(k-2)(k+1) \geq 0 \quad \therefore k \geq 2 \text{ 또는 } k \leq -1$

(ii) 두 근의 합, 곱 모두 양수

$-2(k-1) > 0, 3-k > 0 \quad \therefore k < 1$



$\therefore k \leq -1$

22. 이차함수 $y = -2x^2 - 4ax + 8a$ 의 최댓값을 M 이라고 할 때, M 의 최솟값을 구하여라. (단, a 는 상수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

$$y = -2x^2 - 4ax + 8a = -2(x + a)^2 + 2a^2 + 8a$$

$$\therefore M = 2a^2 + 8a = 2(a + 2)^2 - 8$$

따라서 M 의 최솟값은 -8 이다.

23. 방정식 $(x^2 + x + 2)^2 = x^2 + x + 4$ 의 두 허근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은?

① -5 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

해설

$(x^2 + x + 2)^2 = x^2 + x + 4$ 에서

$x^2 + x + 2 = A$ 라 하면

$A^2 = A + 2,$

$A^2 - A - 2 = 0, (A + 1)(A - 2) = 0$

$\therefore A = -1$ 또는 $A = 2$

(i) $x^2 + x + 2 = -1$ 일 때, $x^2 + x + 3 = 0$

(ii) $x^2 + x + 2 = 2$ 일 때, $x^2 + x = 0$

(i), (ii)에서 α, β 는 허근이므로 $x^2 + x + 3 = 0$ 의 근이 된다.

따라서, $\alpha + \beta = -1, \alpha\beta = 3$ 이므로

$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (-1)^2 - 2 \times 3 = -5$

24. 연립방정식 $\begin{cases} x-y=2 \\ x^2+y^2=20 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 xy 는?

- ① 8 ② 3 ③ 0 ④ -1 ⑤ -3

해설

$$\begin{cases} x-y=2 & \dots ① \\ x^2+y^2=20 & \dots ② \end{cases}$$

①에서 $x=y+2$ 이것을 ②식에 대입하면

$$(y+2)^2+y^2=20, 2y^2+4y-16=0$$

$$(y+4)(y-2)=0$$

$$\begin{cases} y=2, x=4 \Rightarrow xy=8 \\ y=-4, x=-2 \Rightarrow xy=8 \end{cases}$$

해설

①식을 제곱하면 $(x-y)^2=4$

$$x^2+y^2-2xy=4$$

$$\therefore xy = \frac{x^2+y^2-4}{2} = \frac{20-4}{2} = 8$$

25. 방정식 $x^2 + 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 = 0$ 을 만족하는 두 실수 x, y 의 합 $x + y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x^2 + 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 = 0$ 에서
 $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 0$
 x, y 는 실수이므로 $x = -1, y = 2$
 $\therefore x + y = -1 + 2 = 1$