

1. 다음 x, y 의 다항식 P, Q 에 대해 $P + Q$ 를 계산하면, 항의 개수는 (㉠)개이고, 계수의 총합은 (㉡)이다. ㉠, ㉡에 알맞은 수를 차례로 써라.

$$P = 5x^2y + 2y^2 + 2x^3$$
$$Q = x^3 - 3y^2 + 2xy^2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠ 4

▷ 정답 : ㉡ 9

해설

동류항끼리 정리하면
 $P + Q = 3x^3 + 5x^2y + 2xy^2 - y^2$
항의 개수는 4개이고 계수의 총합은 9이다.

2. $A = 2x^2 + 5xy - 3y^2$, $B = 4x^2 - 5xy + y^2$, $C = -x^2 + 4y^2$ 일 때,
 $2A - \{B - (2C - 3A)\}$ 를 간단히 하면?

① $8x^2 + 30xy - 24y^2$

② $8x^2 - 30xy - 24y^2$

③ $-8x^2 + 30xy - 24y^2$

④ $-8x^2 + 10y^2$

⑤ $-8x^2 - 10y^2$

해설

$$\begin{aligned} 2A - \{B - (2C - 3A)\} &= 2A - B + 2C - 3A \\ &= -A - B + 2C \\ &= -8x^2 + 10y^2 \end{aligned}$$

3. 다음 식을 계산했을 때, 몫은?

$$(4x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 4x + 1) \div (x^2 - x + 1)$$

- ① $4x^2 - 3x + 2$ ② $4x^2 - x - 2$ ③ $4x^2 - 2x + 1$
④ $-4x^2 - x - 2$ ⑤ $-4x^2 + x - 2$

해설

∴ 몫 : $4x^2 - x - 2$, 나머지 : $-5x + 3$

4. 다항식 $(a-b)(a^2+ab+b^2)$ 을 전개하면?

① $a^2 - b^2$

② $a^3 - b^3$

③ $a^3 + b^3$

④ $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

⑤ $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

해설

공식 : $(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 - b^3$

5. 등식 $ax^2 - (2a+c)x - 1 = (b-2)x^2 + (b+3)x - c$ 가 x 에 대한 항등식이 되도록 상수 a, b, c 를 정할 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$$(\text{준식}) = (a - b + 2)x^2 - (2a + c + b + 3)x - 1 + c = 0$$

이 식이 x 에 대한 항등식이므로

$$a - b + 2 = 0, \quad 2a + c + b + 3 = 0, \quad c = 1$$

$$\Rightarrow a = -2, \quad b = 0, \quad c = 1$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 5$$

6. 등식 $2x^2 - 3x - 2 = a(x-1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x-1)$ 이 x 에 관한 항등식이 되도록 하는 상수 a, b, c 에 대하여 $a + 2b + 3c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입하면

$$-2 = 2a \quad \therefore a = -1$$

양변에 $x = 1$ 을 대입하면

$$-3 = -b \quad \therefore b = 3$$

양변에 $x = 2$ 를 대입하면

$$0 = 2c \quad \therefore c = 0$$

$$\therefore a + 2b + 3c = 5$$

7. 다항식 $x^3 + 5x^2 - kx - k$ 가 $x - 1$ 로 나누어 떨어지도록 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

인수정리에 의해서 $x = 1$ 을 대입하면

$$1^3 + 5 \times 1^2 - k \times 1 - k = 0$$

$$\therefore k = 3$$

8. x 에 대한 다항식 $x^3 - 2x^2 - px + 2$ 가 $x - 2$ 로 나누어떨어지도록 상수 p 의 값을 정하면?

① 1 ② -1 ③ 2 ④ -2 ⑤ 3

해설

$x^3 - 2x^2 - px + 2 = f(x)$ 로 놓으면 $f(x)$ 가 $x - 2$ 로 나누어떨어지려면

$f(2) = 0$ 이므로,

$$f(2) = 8 - 8 - 2p + 2 = 0$$

$$\therefore p = 1$$

9. 다항식 $2x^3 + x^2 + x + 1$ 를 $2x - 1$ 로 나눈 몫과 나머지를 순서대로 나열한 것은?
- ① $x^2 + x + 1, 1$

② $x^2 + x + 1, 2$

③ $2x^2 + 2x + 2, 1$

④ $2x^2 + 2x + 2, 2$

⑤ $4x^2 + 4x + 4, 4$

해설

다항식 $2x^3 + x^2 + x + 1$ 를 $2x - 1$ 로 나눈 몫과 나머지를 각각 $Q(x), R$ 이라고 하면 $2x^3 + x^2 + x + 1 = (2x - 1)Q(x) + R$
 $= \left(x - \frac{1}{2}\right) \cdot 2Q(x) + R$

이므로

$\frac{1}{2}$		2	1	1	1
			1	1	1
		2	2	2	2

$2Q(x) = 2x^2 + 2x + 2$
 $\therefore Q(x) = x^2 + x + 1, R = 2$

10. x 에 대한 다항식 $A = 2x^3 + 5x^2 + 4$ 를 다항식 B 로 나눌 때, 몫이 $2x + 1$ 이고, 나머지가 $-6x + 2$ 이다. 이 때, 다항식 B 를 구하면?

- ① $x^2 + 2x + 2$ ② $x^2 + x + 2$ ③ $x^2 - x + 2$
④ $x^2 - 2x + 2$ ⑤ $x^2 - 3x + 2$

해설

$$\begin{aligned} A &= B(2x + 1) - 6x + 2 \text{ 에서} \\ B(2x + 1) &= 2x^3 + 5x^2 + 6x + 2 \\ \therefore B &= (2x^3 + 5x^2 + 6x + 2) \div (2x + 1) \\ &= x^2 + 2x + 2 \end{aligned}$$

11. $a^2 + b^2 + c^2 = 9$, $ab + bc + ca = 9$, $a + b + c$ 의 값은?

① $-3\sqrt{2}$

② $-2\sqrt{3}$

③ $\pm 3\sqrt{3}$

④ $\pm 3\sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned}(a + b + c)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) \\ &= 9 + 18 = 27\end{aligned}$$

$$\therefore a + b + c = \pm 3\sqrt{3}$$

12. 다음 등식이 k 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, xy 의 값을 구하여라.

$$(2k + 3)x + (3k - 1)y + 5k - 9 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

k 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$(2x + 3y + 5)k + (3x - y - 9) = 0$$

이것은 k 에 대한 항등식이므로

$$2x + 3y + 5 = 0$$

$$3x - y - 9 = 0$$

연립방정식을 풀면 $x = 2, y = -3$

$$\therefore xy = 2 \times (-3) = -6$$

13. a, b 는 정수이고, $ax^3 + bx^2 + 1$ 이 $x^2 - x - 1$ 로 나누어 떨어질 때, b 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

전개했을 때 양변의 최고차항과 상수항이 같아야 하므로

$$ax^3 + bx^2 + 1$$

$$= (x^2 - x - 1)(ax - 1)$$

$$= ax^3 - (1+a)x^2 + (1-a)x + 1$$

양변의 계수를 비교하면

$$-(1+a) = b, 1-a = 0$$

$$\therefore a = 1, b = -2$$

14. $x^2 + y^2 + 2xy - x - y$ 을 인수분해 하면?

① $(x - y)(x + y + 1)$

② $(x + y)(x - y - 1)$

③ $(x - y)(x - y - 1)$

④ $(x + y)(x + y - 1)$

⑤ $(x + y)(x + y + 1)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + y^2 + 2xy - x - y \\ &= (x + y)^2 - (x + y) = (x + y)(x + y - 1) \end{aligned}$$

15. 다음 중 다항식 $x^4 - 5x^2 + 4$ 를 인수분해 할 때, 나타나는 인수가 아닌 것은?

① $x - 1$ ② $x - 2$ ③ $x - 3$ ④ $x + 1$ ⑤ $x + 2$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 5x^2 + 4 &= (x^2 - 1)(x^2 - 4) \\&= (x + 1)(x - 1)(x + 2)(x - 2)\end{aligned}$$

16. 다음 중 다항식 $x^4 - 8x^2 - 9$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x - 3$

② $x + 3$

③ $x^2 + 1$

④ $x^2 + 9$

⑤ $x^3 + 3x^2 + x + 3$

해설

준 식을 인수분해 하면

$$x^4 - 8x^2 - 9 = (x^2 + 1)(x^2 - 9)$$

$$= (x^2 + 1)(x + 3)(x - 3)$$

$$\textcircled{5} \quad x^2(x + 3) + x + 3 = (x^2 + 1)(x + 3)$$

17. $x^2 - 2x - y^2 + 2y$ 를 인수분해 하였더니 $(x + ay)(x - by + c)$ 가 된다고 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 2x - y^2 + 2y \\ &= (x^2 - y^2) - 2(x - y) \\ &= (x + y - 2)(x - y) \\ &= (x + ay)(x - by + c) \end{aligned}$$

계수를 비교하면

$$a = -1, b = -1, c = -2$$
$$\therefore a + b + c = -1 - 1 - 2 = -4$$

18. 두 다항식 $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3)^3$, $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4)^3$ 의 x^3 의 계수를 각각 a , b 라 할 때, $a - b$ 의 값을 구하면?

① -21 ② -15 ③ -5 ④ -1 ⑤ 0

해설

$(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4)^3$ 의 전개식에서 x^4 항의 계수는 x^3 의 계수와는 관계가 없다.
따라서 $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3)^3$ 의 전개식에서 x^3 의 계수와 $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4)^3$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는 같다.
 $\therefore a = b \quad \therefore a - b = 0$

19. $(x^3 - x^2 - 2x + 1)^5 = a_0 + a_1(x-1) + a_2(x-1)^2 + \cdots + a_{15}(x-1)^{15}$
일 때, $a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{14}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입하면

$$1 = a_0 - a_1 + a_2 - \cdots - a_{15} \cdots \textcircled{1}$$

양변에 $x = 2$ 를 대입하면

$$1 = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{15} \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1} + \textcircled{2}$ 을 하면

$$2 = 2(a_0 + a_2 + \cdots + a_{14}) \text{이다.}$$

$$\therefore a_0 + a_2 + \cdots + a_{14} = 1$$

20. 다항식 $f(x)$ 를 $x+1$ 로 나눈 나머지가 -3 이고, $x-3$ 으로 나눈 나머지가 5 이다. $f(x)$ 를 $(x+1)(x-3)$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2x-1$

해설

$$f(-1) = -3, f(3) = 5$$

$$f(x) = (x+1)(x-3)Q(x) + ax + b$$

$$-a + b = -3, 3a + b = 5$$

$$a = 2, b = -1$$

$$\therefore ax + b = 2x - 1$$

21. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c 에 대하여 $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$ 가 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?
- ① 직각삼각형

② 이등변삼각형

③ 정삼각형

④ 직각이등변삼각형

⑤ 둔각삼각형

해설

$$a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$$

에서

$$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$$
$$\frac{1}{2}(2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca) = 0$$
$$\frac{1}{2}(a^2 - 2ab + b^2 + b^2 - 2bc + c^2 + c^2 - 2ca + a^2) = 0$$
$$\frac{1}{2}\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\} = 0$$

a, b, c 는 실수이므로

$$a - b = 0, b - c = 0, c - a = 0$$
$$\therefore a = b = c$$

따라서, 주어진 삼각형은 정삼각형이다.

22. $(125^2 - 75^2) \div \{5 + (30 - 50) \div (-4)\}$ 의 값은?

- ① 75 ② 125 ③ 900 ④ 1000 ⑤ 1225

해설

$$\begin{aligned} 125^2 - 75^2 &= (125 + 75)(125 - 75) \\ &= 200 \times 50 = 10000 \\ 5 + (30 - 50) \div (-4) &= 5 + 5 = 10 \text{ 이므로} \\ (\text{준 식}) &= 10000 \div 10 = 1000 \end{aligned}$$

23. 두 다항식 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 두 조건을 만족한다.

$$\begin{aligned} \text{ㄱ)} & f(x) + g(x) = 2x^2 - 2x - 4 \\ \text{ㄴ)} & f(x) \text{와 } g(x) \text{의 최소공배수는 } x^3 - 7x + 6 \end{aligned}$$

이 때, $f(x)$ 와 $g(x)$ 의 최대공약수를 $G(x)$ 라 할 때, $G(2)$ 의 값은?

- ① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

두 다항식 $f(x)$ 와 $g(x)$ 의 최소공배수는

$$\begin{aligned} L(x) &= (x-1)(x^2+x-6) \\ &= (x-1)(x-2)(x+3) \cdots \textcircled{\text{㉠}} \end{aligned}$$

또, 두 다항식 $f(x)$ 와 $g(x)$ 의 최대공약수가 $G(x)$ 이므로

$$\begin{aligned} f(x) &= G(x)A(x), \quad g(x) = G(x)B(x) \\ (A(x), B(x)) &\text{는 서로소라 하면} \\ f(x) + g(x) &= G(x)A(x) + G(x)B(x) \\ &= G(x)\textcolor{red}{A(x) + B(x)} \textcircled{\text{㉡}} \text{이므로} \\ f(x) + g(x) &\text{는 } G(x) \text{를 인수로 갖는다.} \\ f(x) + g(x) &= 2x^2 - 2x - 4 = 2(x^2 - x - 2) \\ &= 2(x-2)(x+1) \cdots \textcircled{\text{㉢}} \end{aligned}$$

①, ③에서 $G(x) = x-2$
 $\therefore G(2) = 0$

24. 두 다항식 $x^3 + 2x^2 - x - 2, 2x^3 + (a - 2)x^2 - 2x$ 의 최대공약수가 이차식이 되도록 하는 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

해설

$x^3 + 2x^2 - x - 3 = x^2(x + 2) - (x + 2)$
 $= (x + 2)(x - 1)(x - 2)$
 $2x^3 + (a - 2)x^2 - 2x = x(2x^2 + (a - 2)x - 2) \cdots \textcircled{1}$
두 식의 최대 공약수가 이차식이므로
 $x = -2, -1, 1$ 을 $\textcircled{1}$ 식에 대입하면
식의 값이 동시에 0이 되는 경우가 있어야 한다.
 $x = -2$ 일 때, $8 - 2a + 4 - 2 = 0, a = 5$
 $x = -1$ 일 때, $2 - a + 2 - 2 = 0, a = 2$
 $x = 1$ 일 때, $2 + a - 2 - 2 = 0, a = 2$
 $x = -1, 1$ 일때, 일치함
최대 공약수는 $(x + 1)(x - 1)$
 $\therefore a = 2$

25. 이차항의 계수가 1인 두 다항식의 최대공약수가 $x-1$ 이고, 최소공배수가 x^3+x^2-2x 일 때, 두 이차식의 합을 구하면?

① $2x^2-1$

② $2x^2-2$

③ $2x^2-3$

④ $2x^2+1$

⑤ $2x^2+2$

해설

두 다항식은 $(x-1)a, (x-1)b$ (a, b 는 서로소)

$$x^3+x^2-2x=(x-1)ab=x(x+2)(x-1)$$

두 다항식은 $x(x-1), (x+2)(x-1)$

$\therefore$ 두식의 합은 $2x^2-2$