

1. 다항식 $2xy^2 + x^2y - 3x + x^3 - 1$ 에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① x 에 대한 삼차식이다.
- ② y 에 대한 이차식이다.
- ③ x^2 의 계수는 y 이다.
- ④ x 의 계수는 $2y^2 - 3$ 이다.
- ⑤ y 에 대한 상수항은 -1 이다.

해설

⑤ y 에 대한 상수항: $x^3 - 3x - 1$

2. 두 다항식 $A = 2x^3 + 4x^2 - 7$, $B = x^2 + x - 2$ 에 대하여 $A - 2B$ 를 간단히 한 것은?

- ① $2x^3 + 2x^2 - 2x - 3$ ② $2x^3 + 2x^2 + 2x - 3$
③ $2x^3 + 2x^2 + 2x + 3$ ④ $2x^3 + 6x^2 - 2x + 3$
⑤ $2x^3 + 6x^2 - 2x - 3$

해설

$$\begin{aligned} A - 2B &\text{를 동류항끼리 묶어 정리한다.} \\ A - 2B &= (2x^3 + 4x^2 - 7) - 2(x^2 + x - 2) \\ &= 2x^3 + 4x^2 - 7 - 2x^2 - 2x + 4 \\ &= 2x^3 + (4 - 2)x^2 - 2x - 7 + 4 \\ &= 2x^3 + 2x^2 - 2x - 3 \end{aligned}$$

3. 다항식 $(x^2 + 1)^4(x^3 + 1)^3$ 의 차수는?

- ① 5차 ② 7차 ③ 12차 ④ 17차 ⑤ 72차

해설

$(x^2 + 1)^4$ 는 8차식, $(x^3 + 1)^3$ 은 9차식

따라서 $(x^2 + 1)^4(x^3 + 1)^3$ 은

$8 + 9 = 17$ 차 다항식이다.

4. $(x - 2y - 3z)^2$ 을 전개하여 x 에 대한 내림차순으로 정리하면?

① $x^2 + 4y^2 + 9z^2 - 4xy + 12yz - 6zx$

② $x^2 - 4xy + 4y^2 - 9z^2 + 12yz - 6zx$

③ $x^2 - (4y + 6z)x + 4y^2 + 12yz + 9z^2$

④ $4y^2 + 12yz + 9z^2 + (-4y - 6z)x + x^2$

⑤ $9z^2 + 4y^2 + x^2$

해설

$$(x - 2y - 3z)^2 = x^2 - (4y + 6z)x + 4y^2 + 12yz + 9z^2$$

5. 등식 $(x-2)(ax-3) = 4x^2 + bx + c$ 가 항등식이 되도록 상수 a, b, c 의 값을 구하면?

① $a = 4, b = 5, c = 6$

② $a = 2, b = -10, c = 5$

③ $a = 4, b = -11, c = 6$

④ $a = 2, b = -10, c = 6$

⑤ $a = 2, b = -9, c = 5$

해설

(좌변) $= ax^2 - (2a+3)x + 6$ 이므로

$$ax^2 - (2a+3)x + 6 = 4x^2 + bx + c$$

계수를 비교하면 $a = 4, -2a - 3 = b, 6 = c$

이것을 풀면 $a = 4, b = -11, c = 6$

6. 등식 $2x^2 + 10x - 18 = a(x-2)(x+3) + bx(x-2) + cx(x+3)$ 이 x 에 대한 항등식이 되도록 상수 a, b, c 의 값을 정할 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입하면,
 $-18 = -6a \quad \therefore a = 3$
양변에 $x = 2$ 를 대입하면
 $10 = 10c \quad \therefore c = 1$
양변에 $x = -3$ 을 대입하면,
 $-30 = 15b, \quad \therefore b = -2$
 $\therefore a - b + c = 3 + 2 + 1 = 6$

7. 임의의 실수 x, y 에 대하여, $(x+y)a^2 + (x-y)b = 4x+y$ 가 성립할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① $\frac{13}{4}$

② $\frac{15}{4}$

③ $\frac{17}{4}$

④ $\frac{19}{4}$

⑤ $\frac{21}{4}$

해설

$$(a^2 + b)x + (a^2 - b)y = 4x + y$$

$$a^2 + b = 4 \cdots \textcircled{1}, a^2 - b = 1 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } a^2 = \frac{5}{2}, b = \frac{3}{2}$$

$$\therefore a^2 + b^2 = \frac{19}{4}$$

8. 다항식 $x^{22} + x^{11} + 22x + 11$ 을 $x + 1$ 로 나눈 나머지는?

- ① -33 ② -22 ③ -11 ④ 11 ⑤ 33

해설

$f(x) = x^{22} + x^{11} + 22x + 11$ 이라 하면,
 $f(x) = (x + 1)Q(x) + R$ 에서 $f(-1) = R$ 이므로
 $f(-1) = (-1)^{22} + (-1)^{11} - 22 + 11 = -11$

9. $a^2b^3c^4$, $ab^2c^4e^3$ 의 최대공약수를 구하면?

① ab^2c^3

② ab^2c^4

③ ab^3c^4

④ $a^2b^3c^4$

⑤ $ab^2c^4e^3$

해설

두 식의 공통인수 중 낮은 차수를 선택하여 곱한다.

$a^2b^3c^4$, $ab^2c^4e^3$ 에서

공통인수는 a, b, c 이고

차수가 낮은 것은 각각 a , b^2 , c^4 이다.

이들을 모두 곱하면 최대공약수는 ab^2c^4

10. x 에 대한 다항식 $A = 2x^3 + 5x^2 + 4$ 를 다항식 B 로 나눌 때, 몫이 $2x + 1$ 이고, 나머지가 $-6x + 2$ 이다. 이 때, 다항식 B 를 구하면?

- ① $x^2 + 2x + 2$ ② $x^2 + x + 2$ ③ $x^2 - x + 2$
④ $x^2 - 2x + 2$ ⑤ $x^2 - 3x + 2$

해설

$$\begin{aligned} A &= B(2x + 1) - 6x + 2 \text{ 에서} \\ B(2x + 1) &= 2x^3 + 5x^2 + 6x + 2 \\ \therefore B &= (2x^3 + 5x^2 + 6x + 2) \div (2x + 1) \\ &= x^2 + 2x + 2 \end{aligned}$$

11. 다음 등식이 k 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, xy 의 값을 구하여라.

$$(2k + 3)x + (3k - 1)y + 5k - 9 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

k 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$(2x + 3y + 5)k + (3x - y - 9) = 0$$

이것은 k 에 대한 항등식이므로

$$2x + 3y + 5 = 0$$

$$3x - y - 9 = 0$$

연립방정식을 풀면 $x = 2$, $y = -3$

$$\therefore xy = 2 \times (-3) = -6$$

12. 다항식 x^3+ax-8 을 x^2+4x+b 로 나눌 때, 나머지가 $3x+4$ 가 되도록 상수 $a+b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

x^3+ax-8 을 x^2+4x+b 로 직접나눈 나머지는
 $(a-b+16)x+4b-8$
 $(a-b+16)x+4b-8=3x+4\cdots\cdots㉠$
㉠이 x 에 대한 항등식이므로,
 $a-b+16=3, 4b-8=4$
 $\therefore a=-10, b=3$
 $\therefore a+b=-7$

해설

$x^3+ax-8=(x^2+4x+b)(x+p)+3x+4$ 의 양변의 계수를 비교하여 $a=-10, b=3, p=-4$ 를 구해도 된다.

13. x 에 대한 다항식 $4x^3 - 3x^2 + ax + b$ 가 $(x+1)(x-3)$ 을 인수로 갖도록 $a+b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -37

해설

$P(x) = 4x^3 - 3x^2 + ax + b$ 라 하고 $P(x)$ 가
 $(x+1)(x-3)$ 을 인수로 가지려면
 $P(-1) = P(3) = 0$
 $P(-1) = -4 - 3 - a + b = 0 \quad \therefore a - b = -7$
 $P(3) = 108 - 27 + 3a + b = 0 \quad \therefore 3a + b = -81$
 $\therefore a = -22, b = -15$

14. 등식 $3x^2 + 2x + 1 = a(x - 1)^2 + b(x - 1) + c$ 이 x 에 관한 항등식일 때, 상수 b 의 값은?

- ① 3
- ② -4
- ③ 2
- ④ 8
- ⑤ 6

해설

$$3x^2 + 2x + 1 = a(x - 1)^2 + b(x - 1) + c$$
$$= (x - 1) \{ a(x - 1) + b \} + c$$

1		3	2	1	
			3	5	
1		3	5	6	← c
			3		
		3	8		← c
		↑			
		a			

해설

$x = 1$ 을 대입하면 $c = 6$

$$3x^2 + 2x + 1 = a(x - 1)^2 + b(x - 1) + 6$$
$$\rightarrow 3x^2 + 2x - 5 = a(x - 1)^2 + b(x - 1)$$
$$\rightarrow (x - 1)(3x + 5) = a(x - 1)^2 + b(x - 1)$$

→ 양변을 $x - 1$ 로 나누면

$$3x + 5 = a(x - 1) + b = ax - a + b$$

∴ $a = 3, b = 8$

※ 준식의 우변을 모두 전개해서 계수비교하여 구할 수도 있다.

15. 다음 중 $a^3 - b^2c - ab^2 + a^2c$ 의 인수인 것은?

① $a - b + c$

② $c - a$

③ $b + c$

④ $a - b$

⑤ $c - b + a$

해설

$$\begin{aligned} a^3 - b^2c - ab^2 + a^2c &= a^3 - ab^2 + a^2c - b^2c \\ &= a(a^2 - b^2) + (a^2 - b^2)c \\ &= (a - b)(a + b)(a + c) \end{aligned}$$

16. $(a - b + c)(a + b - c)$ 를 전개한 식은?

① $a^2 + b^2 + c^2 - 2bc$

② $a^2 - b^2 + c^2 - 2bc$

③ $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$

④ $a^2 + b^2 - c^2 - 2bc$

⑤ $a^2 + b^2 + c^2 + 2bc$

해설

$$\begin{aligned} & (a - b + c)(a + b - c) \\ &= \{a - (b - c)\}\{a + (b - c)\} \\ &= a^2 - (b - c)^2 \\ &= a^2 - b^2 - c^2 + 2bc \end{aligned}$$

17. $(a+1)(a^2-a+1) = a^3+1$ 을 이용하여 $\frac{1999^3+1}{1998 \times 1999+1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2000

해설

$a = 1999$ 라 하면

$$1998 \times 1999 + 1 = (a-1)a + 1 = a^2 - a + 1$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1999^3 + 1}{1998 \times 1999 + 1} &= \frac{a^3 + 1}{a^2 - a + 1} \\ &= \frac{(a+1)(a^2 - a + 1)}{a^2 - a + 1} \\ &= a + 1 = 2000 \end{aligned}$$

18. 다항식 $f(x)$ 를 다항식 $g(x)$ 로 나눈 나머지를 $r(x)$ 라 할 때, $f(x) - g(x) - 2r(x)$ 를 $g(x)$ 로 나눈 나머지는?

① $-2r(x)$

② $-r(x)$

③ 0

④ $r(x)$

⑤ $2r(x)$

해설

$f(x)$ 를 $g(x)$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$ 라 하면

$$f(x) = g(x)Q(x) + r(x)$$

$$\therefore f(x) - g(x) - 2r(x)$$

$$= g(x)Q(x) + r(x) - g(x) - 2r(x)$$

$$= g(x)\{Q(x) - 1\} - r(x)$$

여기서 $g(x)$ 의 차수는 $-r(x)$ 의 차수보다 높으므로 구하는 나머지는 $-r(x)$ 이다.

19. 세 모서리의 길이의 합이 22이고 대각선의 길이가 14인 직육면체의 겉넓이는?

① 144

② 196

③ 288

④ 308

⑤ 496

해설

세 모서리를 x, y, z 라 하면

$$x + y + z = 22 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = 14 \cdots \cdots \textcircled{2} \text{이고}$$

겉넓이는 $2(xy + yz + zx)$ 이다.

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } 22^2 = 14^2 + 2(xy + yz + zx)$$

$$\therefore 2(xy + yz + zx) = 288$$

20. x 에 대한 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지는 6이고, $(x-2)^2$ 으로 나눈 나머지는 $6x+1$ 이다. 이때, $f(x)$ 를 $(x-1)(x-2)$ 로 나눈 나머지는?

① $6x+7$

② $-6x+5$

③ $7x+7$

④ $7x-1$

⑤ $8x+13$

해설

$$f(1) = 6, f(x) = (x-2)^2 q(x) + 6x + 1$$

$$f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b \text{ 에서}$$

$$f(1) = a + b = 6, f(2) = 2a + b = 13$$

$$\therefore a = 7, b = -1$$

따라서 $f(x)$ 를 $(x-1)(x-2)$ 로 나눈 나머지는 $7x-1$ 이다.

21. 다항식 $x^2 + 3xy + 2y^2 - x - 3y - 2$ 를 일차식의 곱으로 인수분해 하였을 때, 그 인수들의 합을 구하면?

① $x + 2y + 1$

② $x + y - 3$

③ $2x + 3y + 2$

④ $x + y - 2$

⑤ $2x + 3y - 1$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + 3xy + 2y^2 - x - 3y - 2 \\ &= x^2 + (3y - 1)x + 2y^2 - 3y - 2 \\ &= x^2 + (3y - 1)x + (y - 2)(2y + 1) \\ &= (x + y - 2)(x + 2y + 1) \end{aligned}$$

22. a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이를 나타낼 때, $a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b) = 0$ 을 만족하는 삼각형 ABC는 어떤 삼각형인가?

- ① $\angle B = 120^\circ$ 인 둔각삼각형 ② 직각삼각형
③ $\angle B = 150^\circ$ 인 둔각삼각형 ④ 이등변삼각형
⑤ $\angle A = 35^\circ$ 인 예각삼각형

해설

$$\begin{aligned} & a^2b - a^2c + b^2c - b^2a + c^2a - c^2b \\ &= a^2(b-c) + a(c+b)(c-b) + bc(b-c) \\ &= (b-c) \{a^2 + (c+b)a + bc\} \\ &= (b-c)(a+b)(a+c) \\ &\therefore b = c \quad (\because a+b \neq 0, a+c \neq 0) \end{aligned}$$

23. $x = 1001$ 일 때, $\frac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1000

해설

$$\begin{aligned}\frac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1} &= \frac{(x^4 + 1)(x^2 - 1)}{(x^4 + 1)(x + 1)} \\ &= x - 1 \\ &= 1001 - 1 \\ &= 1000\end{aligned}$$

24. 두 다항식의 최대공약수가 $x-2$ 이고 최소공배수가 x^3-2x^2-x+2 일 때, 두 다항식의 곱을 $f(x)$ 라 하면 $f(3)$ 의 값을 구하면?

- ① 5
- ② 6
- ③ 7
- ④ 8
- ⑤ 9

해설

$x^3-2x^2-x+2=(x-1)(x-2)(x+1)$ 에서 두 다항식은
 $(x-2)(x-1)=x^2-3x+2$
 $(x-2)(x+1)=x^2-x-2$
두 다항식의 곱 : $(x-2)^2(x-1)(x+1)=f(x)$
 $f(3)=(3-2)^2(3-1)(3+1)=2\cdot 4=8$

해설

최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면
(두 식의 곱)= GL
 $\therefore$ 두 식의 곱 $f(x)$
 $= (x-2)(x^3-2x^2-x+2)f(3)=8$

25. 차수가 같은 두 다항식의 합이 $2x^2 - 5x - 3$ 이고 최소공배수가 $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ 일 때, 두 다항식의 최대공약수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x - 3$

해설

두 다항식을 A, B 라고 하면
 $A + B = (a + b)G, L = abG,$
즉, 최대공약수는 두 식의 합과 최소공배수의 공약수이다.
 $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = (x - 3)(x - 1)(x + 2)$
 $2x^2 - 5x - 3 = (x - 3)(2x + 1)$
 $\therefore G = x - 3$