

1. 다음 중 81 의 약수는?

① 2

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 9

해설

81 의 약수는 1, 3, 9, 27, 81 이다.

2. 108 을 소인수분해하면?

①  $2^2 \times 3^2$

②  $2^2 \times 3^3$

③  $2^3 \times 3$

④  $2^3 \times 3^2$

⑤  $2^3 \times 3^3$

해설

$$2 \overline{) 108}$$

$$2 \overline{) 54}$$

$$3 \overline{) 27}$$

$$3 \overline{) 9}$$

3

$$108 = 2^2 \times 3^3$$

3. 다음 중 360 의 소인수를 모두 구한 것은?

① 1, 2, 3

② 2, 3

③ 2

④ 3, 5

⑤ 2, 3, 5

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$  이므로 소인수는 2, 3, 5이다.

4.  $2^3 \times 3^2 \times 5$  에 어떤 자연수를 곱하여 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 곱할 수 있는 수 중에서 가장 작은 자연수는?

① 3

② 5

③  $3 \times 5$

④  $5^2$

⑤ 10

해설

$$2^3 \times 3^2 \times 5$$

곱해야할 가장 작은 자연수는

$$2 \times 5 = 10$$

5. 다음 수 중 약수의 개수가 가장 많은 수는?

①  $2^2 \times 3 \times 7$

②  $3 \times 5 \times 7 \times 9$

③  $5 \times 7 \times 11$

④  $13^2$

⑤  $2^{10}$

해설

① 12 개

② 16 개

③ 8 개

④ 3 개

⑤ 11 개

6. 어떤 자연수를 10 으로 나누었더니, 몫이 7 이고 나머지가 8 이었다. 이 수를 15 로 나누었을 때의 몫을  $a$ , 나머지를  $b$  라 할 때,  $a - b$  의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

어떤 자연수를  $A$  라 하면  $A = 10 \times 7 + 8 = 15 \times 5 + 3$  이다. 따라서  $a = 5, b = 3$  이므로  $a - b = 5 - 3 = 2$  이다.

7. 1에서 100까지의 자연수를 다음과 같이 연속한 세 개의 수씩 묶어 차례로 늘어놓았다.

(1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5),  $\dots$ , (98, 99, 100)

이 때, 세 수의 합이 21의 배수인 것은 모두 몇 묶음인지 구하면?

① 12

② 13

③ 14

④ 15

⑤ 16

### 해설

연속하는 세 개의 자연수를

$(a-1, a, a+1)$  ( $2 \leq a \leq 99$ )라 하면,

$(a-1) + (a) + (a+1) = (21 \text{의 배수})$

$\Rightarrow 3a = (21 \text{의 배수})$

$\Rightarrow a = (7 \text{의 배수})$

$\therefore 2 \leq a \leq 99$ 일 때, 7의 배수는 14개

8.  $3^6 = 729$  를 이용하여  $729 - 3^5 - 3^a = 243$  을 만족하는 자연수  $a$  의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$3^6 = 729$  이고  $3^5 = 243$  이다.

따라서  $729 - 243 - 3^a = 243$ ,  $3^a = 243$  이므로  $a = 5$  이다.

9. 140 에 어떤 자연수를 곱하였더니 자연수  $b$  의 제곱이 되었다. 곱할 수 있는 자연수 중 가장 작은 자연수를  $a$  라 할 때,  $140 \times a$  의 값은?

① 3600

② 4900

③ 6400

④ 8100

⑤ 10000

### 해설

어떤 자연수를 소인수분해했을 때, 모든 소인수의 지수가 짝수이면 그 수는 다른 자연수의 제곱이 된다.

$$140 = 2^2 \times 5 \times 7$$

5 와 7 의 지수가 홀수이므로 제곱수가 되기 위해 곱해 주어야 하는 수는  $5 \times 7 \times x^2$  ( $x^2$  은 자연수) 꼴이다.

따라서 가장 작은 수  $a = 5 \times 7 = 35$  이다.

$$140 \times 35 = 2^2 \times 5 \times 7 \times 5 \times 7 = (2 \times 5 \times 7)^2 = (70)^2 = 4900$$

10. 자연수  $2^2 \times 3 \times 5$  의 약수 중에서 두 번째로 큰 수를  $a$ , 세 번째로 큰 수를  $b$  라 할 때,  $a + b$  의 값을 구하면?

① 15

② 30

③ 50

④ 60

⑤ 75

해설

$2^2 \times 3 \times 5$  의 약수 중 두 번째로 큰 수는  $2 \times 3 \times 5 = 30$ , 세 번째로 큰 수는  $2^2 \times 5 = 20$  이므로,  $a + b = 30 + 20 = 50$  이다.

11. 옛날부터 우리나라에는 십간(☿☿)과 십이지(☿☿☿)를 이용하여 매해에 이름을 붙였다. 십간과 십이지를 차례대로 짝지으면 다음과 같이 그 해의 이름을 만들 수 있다. 다음 표에서 알 수 있듯이 2011년은 신묘년이다. 다음 중 신묘년이 아닌 해는?

정	무	기	경	신	임	계	갑
축	인	묘	진	사	오	미	신
정축	무인	기묘	경진	신사	임오	계미	갑신
1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
을	병	정	무	기	경	신	
유	술	해	자	축	인	묘	
을유	병술	정해	무자	기축	경인	신묘	
2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	

① 1831년

② 1881년

③ 1951년

④ 2071년

⑤ 2131년

### 해설

십간(☿☿)의 10가지와 십이지(☿☿☿)의 12가지를 계속 돌아가면서 조합이 이루어지므로 같은 이름의 년도는 60년 만에 한 번씩 돌아오게 된다. 따라서 2011년이 신묘년이면 1831년, 1891년, 1951년, 2071년, 2131년도 신묘년이다.

12. 자연수  $a, b, c$  에 대하여  $5 \times a = 7 \times b = c^2$  을 만족하는  $c$  의 값으로 가능하지 않은 것은?

① 35

② 70

③ 105

④ 140

⑤ 180

해설

$5 \times a = 7 \times b = c^2$  에서

i)  $a = 5 \times 7^2$ ,  $b = 5^2 \times 7$  일 때,  $5 \times (5 \times 7^2) = 7 \times (5^2 \times 7) = (5 \times 7)^2 = 35^2$

ii)  $a = 2^2 \times 5 \times 7^2$ ,  $b = 2^2 \times 5^2 \times 7$  일 때,  $5 \times (2^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (2^2 \times 5^2 \times 7) = (2 \times 5 \times 7)^2 = 70^2$

iii)  $a = 3^2 \times 5 \times 7^2$ ,  $b = 3^2 \times 5^2 \times 7$  일 때,  $5 \times (3^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (3^2 \times 5^2 \times 7) = (3 \times 5 \times 7)^2 = 105^2$

iv)  $a = 4^2 \times 5 \times 7^2$ ,  $b = 4^2 \times 5^2 \times 7$  일 때,  $5 \times (4^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (4^2 \times 5^2 \times 7) = (4 \times 5 \times 7)^2 = 140^2$

따라서  $c$  의 값으로 가능한 것은 35, 70, 105, 140, ... 이다.

13. 360의 약수의 개수와  $2^3 \times 3^a \times 5^b$ 의 약수의 개수가 같을 때,  $a + b$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 자연수)

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$  이므로 약수의 개수가 같기 위해서는  $a = 2$ ,  $b = 1$  또는  $a = 1$ ,  $b = 2$  이다.

$$\therefore a + b = 3$$

14. 다음 중 옳은 것을 고르면?

- ① 1 은 소수이다.
- ② 모든 소수는 홀수이다.
- ③ 두 소수의 곱은 합성수이다.
- ④ 20 이하의 소수는 9 개이다.
- ⑤ 소수의 제곱은 항상 네 개의 약수를 갖는다.

해설

- ① 1 은 소수도 합성수도 아니다.
- ② 2 는 소수이지만 짝수이다.
- ④ 20 이하의 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 이므로 총 8 개이다.
- ⑤ 소수  $a$  의 제곱은 항상 세 개의 약수 ( $1, a, a^2$ ) 를 갖는다.

소수의 제곱	약수
$2^2=4$	1, 2, 4
$3^2=9$	1, 3, 9
$5^2=25$	1, 5, 25
$\vdots$	$\vdots$

15.  $2^4 \times a \times 5^2$  의 약수가 45 개가 되기 위한 가장 작은  $a$  의 값은?

① 2

② 3

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$2^4 \times a \times 5^2$  의 약수의 개수는

$(4+1) \times (a \text{의 지수} + 1) \times (2+1) = 45$  으로 계산된다. ( $a$ 의 지수) + 1 = 3이 되어야 한다.

그러므로  $9 = 3^2$  이다.