

1. 두 다항식 $6x^2 - 5x + 1$ 과 $6x^2 + 7x - 3$ 의 공통인 인수는 $ax - 1$ 이다.
이 때, a 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 3$

해설

$$6x^2 - 5x + 1 = (2x - 1)(3x - 1)$$

$$6x^2 + 7x - 3 = (3x - 1)(2x + 3)$$

따라서 공통인 인수는 $3x - 1$ 이므로 $a = 3$ 이다.

2. $4x^2 - 5xy - 6y^2$ 을 $(ax + by)(cx + dy)$ 꼴로 인수분해하였을 때, $ac - bd$ 의 값은?

① 10 ② 15 ③ 20 ④ 26 ⑤ 28

해설

$$\begin{aligned} 4x^2 - 5xy - 6y^2 &= (4x + 3y)(x - 2y) \\ (ax + by)(cx + dy) &= (4x + 3y)(x - 2y) \\ ac = 4, \quad bd &= -6 \\ \therefore ac - bd &= 4 - (-6) = 10 \end{aligned}$$

3. $0 < x \leq 1$ 일 때, 다음 식을 만족하는 x 의 값을 구하면?

$$3\sqrt{(-x)^2} - \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4} + \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4} = 5$$

- ① -3 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4} &= \sqrt{x^2 - 2 + \frac{1}{x^2}} \\ &= \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2} \\ \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4} &= \sqrt{x^2 + 2 + \frac{1}{x^2}} \\ &= \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2}\end{aligned}$$

$0 < x \leq 1, x - \frac{1}{x} \leq 0, x + \frac{1}{x} > 0$ 이므로

$$3\sqrt{(-x)^2} - \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4} + \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4} = 5$$
$$3x - \left\{-\left(x - \frac{1}{x}\right)\right\} + \left(x + \frac{1}{x}\right) = 5$$
$$5x = 5$$

$\therefore x = 1$

4. 다음 빈칸에 반드시 음수가 들어가야 하는 것을 모두 고르면?

$\boxed{\text{㉠}}$

$x^2 + 36x + \boxed{\text{㉡}} = (2x + \boxed{\text{㉢}})^2$

$6x^2 + x + \boxed{\text{㉣}} = (3x + 5)(2x + \boxed{\text{㉤}})$

- ① ㉠, ㉣

② ㉠, ㉡, ㉣

③ ㉠, ㉢
- ④ ㉡, ㉣

⑤ ㉢, ㉤

해설

$\text{㉠}: 2^2 = 4$

$\text{㉢}: 4 \times \text{㉢} = 36, \therefore \text{㉢} = 9$

$\text{㉡}: 9^2 = 81$

$\text{㉣}: 10 + 3 \times \text{㉣} = 1, \therefore \text{㉣} = -3$

$\text{㉤}: (-3) \times 5 = -15$

5. 신의는 한 변의 길이가 각각 $x\text{ cm}$, $y\text{ cm}$ 인 정사각형 모양의 생일 카드를 만들었다. 이 두 카드의 둘레의 길이의 차가 24 cm 이고 넓이의 차가 150 cm^2 일 때, 두 카드의 둘레의 길이의 합을 구하면?

① 6 cm

② 25 cm

③ 50 cm

④ 100 cm

⑤ 150 cm

해설

$$4x - 4y = 24 \text{ 이므로 } x - y = 6$$

$$x^2 - y^2 = 150 \text{ 이므로 } (x + y)(x - y) = 150$$

$$x + y = 25$$

$$\therefore 4x + 4y = 100$$

6. $3x^2 + ax + 12$ 와 $x^2 + 5x + b$ 완전제곱식이 될 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$, $b > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = \frac{73}{4}$

해설

$3x^2 + ax + 12$ 이 완전제곱식이 되려면

$$\left(\frac{a}{2}\right)^2 = 3 \times 12 \quad \therefore a = 12$$

$x^2 + 5x + b$ 이 완전제곱식이 되려면

$$\left(\frac{5}{2}\right)^2 = b \quad \therefore b = \frac{25}{4}$$

$$\therefore a + b = 12 + \frac{25}{4} = \frac{48}{4} + \frac{25}{4} = \frac{73}{4}$$

7. $x^4 + Ax^3 + x^2 + Bx + 1$ 이 $x^2 - 3x + 2$ 로 나누어떨어질 때, $A - B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $A - B = -2$

해설

$$\begin{aligned} & x^4 + Ax^3 + x^2 + Bx + 1 \\ &= (x^2 - 3x + 2)(x^2 + ax + b) \\ &= x^4 + (a - 3)x^3 + (b - 3a)x^2 + (-3b + 2a)x + 2b \\ &2b = 1, \therefore b = \frac{1}{2} \\ &b - 3a + 2 = 1, \therefore a = \frac{1}{2} \\ &\therefore A = a - 3 = \frac{1}{2} - 3 = -\frac{5}{2} \\ &\therefore B = -3b + 2a = (-3) \times \frac{1}{2} + 2 \times \frac{1}{2} = -\frac{1}{2} \\ &\therefore A - B = -\frac{5}{2} + \frac{1}{2} = -2 \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned} & f(x) = x^4 + Ax^3 + x^2 + Bx + 1 \text{ 이라 하면} \\ & f(x) = (x^2 - 3x + 2)Q(x) \text{ 라 쓸 수 있다.} \\ & f(1) = 1 + A + 1 + B + 1 = 0 \\ & f(2) = 16 + 8A + 4 + 2B + 1 = 0 \\ & A = -\frac{5}{2}, B = -\frac{1}{2} \\ & \therefore A - B = -\frac{5}{2} + \frac{1}{2} = -2 \end{aligned}$$