

1. 다음 중 $a^3 - 4a^2$ 의 인수가 아닌 것은?

① $a - 4$

② a

③ a^2

④ a^3

⑤ $a^2(a - 4)$

해설

$$a^3 - 4a^2 = a^2(a - 4)$$

2. 다음 중 $3x^2y + 6xy$ 의 인수는?

① x^2y

② $3(x + 2)$

③ $x^2 + 2$

④ $xy + 2$

⑤ $3x^2$

해설

$$(\text{준식}) = 3x(xy + 2y) = 3xy(x + 2)$$

3. $4a^2 - 6ab$ 를 인수분해한 것은?

① $4a(a - b)$

② $2ab(a - 3)$

③ $a(a - b)$

④ $2a(2a - 3b)$

⑤ $4a^2(1 - 6b)$

해설

$$4a^2 - 6ab = 2a(2a - 3b)$$

4. $3ax^2 - 6ax - 9a$ 의 인수가 아닌 것은?

① $3a$

② $x - 3$

③ $x + 1$

④ $3x - 1$

⑤ a

해설

$$\begin{aligned} 3ax^2 - 6ax - 9a &= 3a(x^2 - 2x - 3) \\ &= 3a(x - 3)(x + 1) \end{aligned}$$

5. $2x^2 + ax + b$ 을 인수분해하면 $(2x+1)(x+1)$ 이 된다. 이때, $a+b$ 을 구하면?

① -5

② 5

③ 7

④ -4

⑤ 4

해설

$$(2x+1)(x+1) = 2x^2 + 3x + 1$$

$$a = 3, b = 1 \quad \therefore a + b = 4$$

6. 다항식 $2x^2 - xy - Ay^2$ 이 $x-2y$ 를 인수로 가질 때, 다음 중 이 다항식의 인수는? (단, A 는 상수)

① $2x - 3y$

② $2x - y$

③ $2x + y$

④ $2x + 3y$

⑤ $2x + 5y$

해설

$$\begin{aligned} 2x^2 - xy - Ay^2 &= (x - 2y)(2x + my) \\ &= 2x^2 + (m - 4)xy - 2my^2 \end{aligned}$$

$$-4 + m = -1, m = 3$$

$$-A = -2m, A = 6$$

$$\therefore 2x^2 - xy - Ay^2 = (x - 2y)(2x + 3y)$$

7. $3a^2b - ab$ 의 인수가 아닌 것은?

- ① 1 ② a ③ b ④ ab ⑤ a^2b

해설

$3a^2b - ab = ab(3a - 1)$ 이므로 $3ab^2 - ab$ 의 인수에 a^2b 는 없다.

8. 두 다항식 $x^2 - ax - 15$, $2x^2 - 9x + b$ 의 공통인 인수가 $x - 3$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 7$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - ax - 15 &= (x - 3)(x + 5) \\-a &= -3 + 5, \quad a = -2 \\2x^2 - 9x + b &= (x - 3)(2x + q) \\q - 6 &= -9, \quad q = -3 \\b &= -3 \times (-3), \quad b = 9 \\\therefore a + b &= 7\end{aligned}$$

9. 다음 중 인수분해한 것이 옳지 않은 것은?

① $25x^2 - 20xy + 4y^2 = (5x - 2y)^2$

② $ax^2 + 2ax + a = (ax + 1)^2$

③ $\frac{1}{9}a^2 + \frac{1}{2}ab + \frac{9}{16}b^2 = \left(\frac{1}{3}a + \frac{3}{4}b\right)^2$

④ $x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{4}{9} = \left(x - \frac{2}{3}\right)^2$

⑤ $(xy)^2 + 22xy + 11^2 = (xy + 11)^2$

해설

② $ax^2 + 2ax + a = a(x + 1)^2$

10. $(2x - a)^2 = 4x^2 - (b - 5)x + 49$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 40$

해설

$$(2x - a)^2 = 4x^2 - 4ax + a^2$$

$$4x^2 - 4ax + a^2 = 4x^2 - (b - 5)x + 49 \text{ 이므로}$$

$$a^2 = 49 \quad \therefore a = 7$$

$$-(b - 5) = -4a, a = 7 \text{ 을 대입하면}$$

$$-(b - 5) = -28 \therefore b = 33$$

$$\therefore a + b = 7 + 33 = 40$$

11. $a = \frac{1}{\sqrt{2}+1}$, $b = \frac{1}{\sqrt{2}-1}$ 일 때, $a^2 - b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-4\sqrt{2}$

해설

$$a = \frac{1}{\sqrt{2}+1} = \sqrt{2}-1, b = \frac{1}{\sqrt{2}-1} = \sqrt{2}+1$$

$$\begin{aligned} a^2 - b^2 &= (a+b)(a-b) \\ &= (\sqrt{2}-1 + \sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1 - \sqrt{2}-1) \\ &= 2\sqrt{2}(-2) = -4\sqrt{2} \end{aligned}$$

12. 다항식 $x^2 + \square x - 6$ 이 $(x+a)(x+b)$ 로 인수분해될 때, a 에 알맞은 정수의 개수는? (단, a, b 는 정수이고 $a > b$)

① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개 ④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

$$x^2 + \square x - 6 = (x+a)(x+b) \text{ 이므로}$$

$$\square = a+b, -6 = ab$$

두 정수를 곱해서 -6 이 되는 경우는 -1 과 6 , 6 과 -1 , 1 과 -6 , -1 과 6 , 2 와 -3 , -3 과 2 , -2 와 3 , 3 과 -2 이고 $a > b$ 이므로 $a = 1$ 또는 $a = 2$ 또는 $a = 3$ 또는 $a = 6$ 이다.

따라서 a 에 알맞은 정수의 개수는 4개이다.

13. 다음 수식의 $a + b + c + d + e$ 의 값은?

보기

- ㉠ $x^2 + 5x - 14 = (x - 2)(x + a)$
- ㉡ $2x^2 - 4x - 16 = 2(x + b)(x + 2)$
- ㉢ $(x - c)(x + c) = x^2 - 16 \ (c > 0)$
- ㉤ $-3x^2 + 30x - 75 = -3(x + d)^2$
- ㉥ $3x^2 + 8x - 3 = (3x - 1)(x + e)$

- ① -18 ② -4 ③ 5 ④ 13 ⑤ 36

해설

㉠ $x^2 + 5x - 14 = (x - 2)(x + 7) \therefore a = 7$
㉡ $2x^2 - 4x - 16 = 2(x - 4)(x + 2) \therefore b = -4$
㉢ $(x - 4)(x + 4) = x^2 - 16 \therefore c = 4$
㉤ $-3x^2 + 30x - 75 = -3(x^2 - 10x + 25)$
 $\qquad\qquad\qquad = -3(x - 5)^2$
 $\therefore d = -5$
㉥ $3x^2 + 8x - 3 = (3x - 1)(x + 3) \therefore e = 3$
따라서 $a = 7, b = -4, c = 4, d = -5, e = 3$ 이므로 $7 - 4 + 4 - 5 + 3 = 5$

14. 다음 두 식의 공통인 인수를 구하여라.

$$\textcircled{\text{㉠}} \quad 6x^2 - x - 15$$

$$\textcircled{\text{㉡}} \quad (2x + 5)^2 - 3(2x + 5) + 2$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $2x + 3$

해설

$$\textcircled{\text{㉠}} \quad 6x^2 - x - 15 = (2x + 3)(3x - 5)$$

$$\textcircled{\text{㉡}} \quad 2x + 5 = A \text{ 로 치환하면}$$

$$(\text{준식}) = A^2 - 3A + 2$$

$$= (A - 1)(A - 2)$$

$$= (2x + 5 - 1)(2x + 5 - 2)$$

$$= (2x + 4)(2x + 3)$$

$$= 2(x + 2)(2x + 3)$$

$\therefore$ 공통인 인수는 $2x + 3$ 이다.

15. $x^2 + ax - 20$ 의 인수 중 하나가 $x + 4$ 일 때, a 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$x^2 + ax - 20 = (x + 4)(x - 5) \quad \therefore a = -1$$

16. 평행사변형의 넓이가 $2x^2 + 5x + 2$ 이고 밑변의 길이가 $2x + 1$ 일 때, 높이는?

① $x + 2$

② $x - 2$

③ $2x - 1$

④ $x - 1$

⑤ $x + 1$

해설

$$2x^2 + 5x + 2 = (2x + 1)(x + 2)$$

따라서 높이는 $x + 2$ 이다.

17. 삼각형의 넓이가 $3a^2 + a - 10$ 이고 높이가 $3a - 5$ 일 때, 이 삼각형의 밑변의 길이는?

① $2a + 5$

② $4a - 3$

③ $4a + 3$

④ $2a - 3$

⑤ $2a + 4$

해설

$$S = \frac{1}{2} \times (\text{밑변}) \times (3a - 5)$$

$$3a^2 + a - 10 = (3a - 5)(a + 2) = \frac{1}{2} \times (\text{밑변}) \times (3a - 5)$$

따라서 밑변의 길이는 $(a + 2) \times 2 = 2a + 4$ 이다.

18. $2x^3 - 8xy^2$ 을 인수분해하면?

① $x(x+2y)(x-2y)$

② $2x(x+2y)(x-2y)$

③ $2(x+2y)(x-2y)$

④ $2x(x+2y)(x-y)$

⑤ $2x(x+y)(x-2y)$

해설

$$\begin{aligned} 2x^3 - 8xy^2 &= 2x(x^2 - 4y^2) \\ &= 2x(x+2y)(x-2y) \end{aligned}$$

19. $-3a^2 + 12b^2 = k(ma + nb)(ma - nb)$ 일 때, 세 정수 k, m, n 의 곱 kmn 의 값은?(단, $n > 0$)

① 5

② 6

③ -6

④ -4

⑤ -5

해설

$$\begin{aligned} -3a^2 + 12b^2 &= -3(a^2 - 4b^2) \\ &= -3(a + 2b)(a - 2b) \end{aligned}$$

$$k = -3, m = 1, n = 2$$

$$\therefore kmn = -3 \times 1 \times 2 = -6$$

20. $(x-1)(x-3)(x-5)(x-7)+k$ 가 완전제곱식이 되도록 상수 k 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 11

⑤ 16

해설

$$\begin{aligned} & (x-1)(x-7)(x-3)(x-5)+k \\ &= (x^2-8x+7)(x^2-8x+15)+k \\ & x^2-8x=A \text{로 놓으면,} \\ & (A+7)(A+15)+k \\ &= A^2+22A+105+k=(A+11)^2 \\ & \therefore 105+k=11^2=121 \\ & \therefore k=16 \end{aligned}$$

21. $x^2 - 2xy + y^2 - 5x + 5y + 4$ 를 인수분해하면?

① $(x - y - 4)(x - y - 1)$

② $(x - y + 4)(x - y + 1)$

③ $(x + y + 4)(x + y + 1)$

④ $(x + y - 4)(x + y - 1)$

⑤ $(x - y - 4)(x - 2y - 1)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 2xy + y^2 - 5x + 5y + 4 \\ &= (x - y)^2 - 5(x - y) + 4 \\ &= (x - y - 4)(x - y - 1) \end{aligned}$$

22. $a + b = -2$, $ab = -15$ 일 때, $(a - b)^2$ 의 값은?

① 36

② 45

③ 64

④ 81

⑤ 121

해설

$$(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab = (-2)^2 - 4(-15) = 64$$

23. $x = -1 + \sqrt{3}$ 일 때, $4x^2 + 8x + 4$ 의 값을 구하면?

① 10

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

$$\begin{aligned} 4x^2 + 8x + 4 &= 4(x^2 + 2x + 1) \\ &= 4(x + 1)^2 = 4(-1 + \sqrt{3} + 1)^2 \\ &= 4(\sqrt{3})^2 = 12 \end{aligned}$$

24. x 에 관한 이차식 $12x^2 + kx - 7$ 에 대하여 인수분해 한 결과 정수 k 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 83

해설

$$(x + 7)(12x - 1) = 12x^2 + 83x - 7$$

25. 다음은 여러 개의 사각형을 이용하여 하나의 큰 정사각형을 만든 것이다. 이 때, 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

x^2	x	x
x	1	1
x	1	1

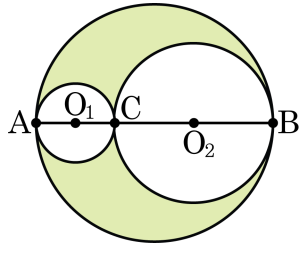
▶ 답 :

▷ 정답 : $x + 2$

해설

총 넓이는 $x^2 + 4x + 4$
 $x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$
따라서 한 변의 길이는 $(x + 2)$

26. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 큰 원과 두 원 O_1 , O_2 가 세 점 A, B, C 에서 서로 접하고 있다. 원 O_1 의 반지름이 a , 원 O_2 의 반지름이 b 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 a 와 b 를 사용하여 나타내면?



- ① $\pi(3a^2 + 3b^2 + 8ab)$ ② $8\pi ab$
 ③ $2\pi ab$ ④ πab
 ⑤ $\pi(2a^2 + 2b^2 + 8ab)$

해설

O_1 의 반지름은 a , O_2 의 반지름은 b 이므로 큰 원의 반지름은 $a + b$ 이다.
 따라서 색칠한 부분의 넓이는 $(a+b)^2\pi - a^2\pi - b^2\pi = 2ab\pi$ 이다.

27. 가로 길이가 $x+y+1$ 인 직사각형의 넓이가 $x^2+y^2+2xy-x-y-2$ 일 때, 이 직사각형의 둘레의 길이는 $ax+bx+c$ 이다. $a+b+c$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b+c=6$

해설

$$x^2+y^2+2xy-x-y-2=(x+y)^2-(x+y)-2$$

$x+y=X$ 라 두면

$$X^2-X-2=(X+1)(X-2)$$

따라서 세로의 길이는 $x+y-2$ 이므로

둘레의 길이는 $2(x+y+1+x+y-2)=4x+4y-2$ 이다.

따라서 $a+b+c=6$ 이다.

28. 다음 보기에서 각 식의 인수를 $ax + b$ 라 할 때, $a + b = 3$ 인 인수 $ax + b$ 를 갖는 식을 모두 골라라.

보기

㉠ $2(3x + 2) + (2x - 1)(3x + 2)$

㉡ $2x(2x + 1) - 3(1 + 2x)$

㉢ $(x + 2)(x - 1) - 2(x + 2)$

㉣ $x^2 - 4x + 4$

㉤ $2x^2 + 7x + 6$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉤

해설

㉠ $2(3x + 2) + (2x - 1)(3x + 2) = (3x + 2)(2x + 1)$

㉡ $2x(2x + 1) - 3(1 + 2x) = (2x + 1)(2x - 3)$

㉢ $(x + 2)(x - 1) - 2(x + 2) = (x + 2)(x - 3)$

㉣ $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$

㉤ $2x^2 + 7x + 6 = (2x + 3)(x + 2)$

29. $(x-1)^2 + \frac{1}{(x-1)^2} - 2$ 를 인수분해하면?

① $\frac{x^2(x-2)}{(x-1)^2}$

② $\frac{x(x-2)^2}{(x-1)^2}$

③ $\frac{x^2(x-2)^2}{(x-1)}$

④ $\frac{(x-2)^2}{(x-1)^2}$

⑤ $\frac{x^2(x-2)^2}{(x-1)^2}$

해설

$x-1=a$ 로 치환하면

$$(x-1)^2 + \frac{1}{(x-1)^2} - 2$$

$$= a^2 + \frac{1}{a^2} - 2 = \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = \left(\frac{a^2-1}{a}\right)^2$$

$$= \left\{ \frac{(a+1)(a-1)}{a} \right\}^2$$

$$= \frac{x^2(x-2)^2}{(x-1)^2}$$

30. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $x^3 - x^2 + 2x - 2 = (x - 1)(x^2 + 2)$

② $xy - x - y + 1 = (x - 1)(y - 1)$

③ $xy - 2x + y - 2 = (x + 1)(y - 2)$

④ $x^2(x + 1) - 4(x + 1) = (x + 1)(x + 2)(x - 2)$

⑤ $a(b + 1) - (b + 1) = (1 - a)(1 + b)$

해설

⑤ $a(b + 1) - (b + 1) = (a - 1)(b + 1)$

31. $49x^2 - 9 + 14xy + y^2$ 을 인수분해하였더니 $(ax + y + b)(ax + cy + 3)$ 가 되었다. 이때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a - b + c$ 의 값을 구하면?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 11 ⑤ 16

해설

$$\begin{aligned} 49x^2 + 14xy + y^2 - 9 &= (7x + y)^2 - 3^2 \\ &= (7x + y + 3)(7x + y - 3) \end{aligned}$$

$$a = 7, b = -3, c = 1$$

$$\therefore a - b + c = 11$$

32. 자연수 $2^{160} - 1$ 은 30 과 40 사이의 두 자연수에 의하여 나누어떨어진 다. 이 두 자연수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 64

해설

$2^{160} - 1$
 $= (2^{80} + 1)(2^{40} + 1)(2^{20} + 1)(2^{10} + 1)(2^5 + 1)(2^5 - 1)$
 $2^{160} - 1$ 을 나누어 떨어지게 하는 수 중 30 과 40 사이의 수는
 $2^5 + 1 = 33$ 과 $2^5 - 1 = 31$ 이다.
 $\therefore 33 + 31 = 64$

33. $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$, $y = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ 일 때, $(x^n - y^n)^2 - (x^n + y^n)^2$ 의 값을 구하여라. (단, n 은 양의 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned} & (x^n - y^n)^2 - (x^n + y^n)^2 \\ &= (x^n - y^n + x^n + y^n)(x^n - y^n - x^n - y^n) \\ &= 2x^n \times (-2y^n) = -4(xy)^n \\ & xy = (\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 1 \\ & \therefore -4(xy)^n = -4 \end{aligned}$$

34. $x = 3 + \sqrt{8}$, $y = 3 - \sqrt{8}$ 일 때, $(x^n + y^n)^2 - (x^n - y^n)^2$ 의 값은?(단, n 은 양의 정수)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & (x^n + y^n)^2 - (x^n - y^n)^2 \\ &= (x^n + y^n + x^n - y^n)(x^n + y^n - x^n + y^n) \\ &= 2x^n \times 2y^n = 4(xy)^n \\ & xy = (3 + \sqrt{8})(3 - \sqrt{8}) = 1 \\ & \therefore 4(xy)^n = 4 \end{aligned}$$

35. $a = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}, b = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$ 일 때,

$\sqrt{a^2 - ab + b^2 + 3}$ 의 값은?

① $5\sqrt{3}$

② 10

③ $10\sqrt{3}$

④ $10\sqrt{6}$

⑤ 15

해설

$$a = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = 5 + 2\sqrt{6},$$

$$b = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = 5 - 2\sqrt{6}$$

$$\therefore a - b = 4\sqrt{6}, ab = 1$$

$$\begin{aligned}\therefore \sqrt{a^2 - ab + b^2 + 3} &= \sqrt{(a - b)^2 + ab + 3} \\ &= \sqrt{96 + 1 + 3} = \sqrt{100} \\ &= 10\end{aligned}$$