

1. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ 3의 음의 제곱근은 $\sqrt{-3}$ 이다.

㉡ $\sqrt{25}$ 는 5이다.

㉢ 제곱근 16은 4이다.

㉤ $(-3)^2$ 의 제곱근은 3이다.

㉥ $x^2 = a$ 이면 $x = \sqrt{a}$ 이다.

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉢

③ ㉡, ㉤

④ ㉡, ㉥

⑤ ㉡, ㉢, ㉥

해설

㉠ 3의 음의 제곱근은 $-\sqrt{3}$

㉤ $(-3)^2 = 9$ 의 제곱근은 ± 3

㉥ $x^2 = a (a > 0)$ 이면, $x = \pm \sqrt{a}$

2. 다음 중 그 계산이 옳지 않은 것을 고르면?

① $97^2 = (100 - 3)^2 = 100^2 - 2 \times 100 \times 3 + 3^2 = 9409$

② $5.1 \times 4.9 = (5 + 0.1)(5 - 0.1) = 5^2 - 0.1^2 = 24.99$

③ $301^2 = (300 + 1)^2 = 300^2 + 2 \times 300 \times 1 + 1^2 = 90601$

④ $(\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3}) = (\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2 = -1$

⑤ $(-\sqrt{10} - \sqrt{2})(\sqrt{10} - \sqrt{2}) = (\sqrt{10})^2 - (\sqrt{2})^2 = 8$

해설

$$\begin{aligned} & (-\sqrt{10} - \sqrt{2})(\sqrt{10} - \sqrt{2}) \\ &= (-\sqrt{2} - \sqrt{10})(-\sqrt{2} + \sqrt{10}) \\ &= (-\sqrt{2})^2 - (\sqrt{10})^2 = 2 - 10 = -8 \end{aligned}$$

3. 이차함수 $y = 2(x - 3)^2 - 8$ 의 y 절편으로 알맞은 것을 고르면?

① 6

② 7

③ 9

④ 10

⑤ 12

해설

y 절편은 $x = 0$ 일 때의 y 의 값이므로

$$2(0 - 3)^2 - 8 = 2 \times (-3)^2 - 8 = 10$$

4. 다음 중 $y = -2x^2 + 8x$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

① 제 1 사분면

② 제 2 사분면

③ 제 3 사분면

④ 제 4 사분면

⑤ 원점

해설

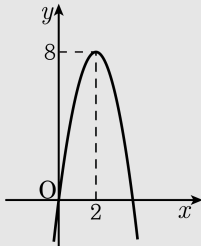
$$y = -2x^2 + 8x$$

$$y = -2(x - 2)^2 + 8$$

꼭짓점의 좌표는 (2, 8) 인 위로 볼록한 그래프이다.

또 원점 (0, 0) 을 지난다.

따라서 $y = -2x^2 + 8x$ 의 그래프는 다음 그림과 같고, 제 2 사분면을 지나지 않는다.



5. $4x^2 - 5xy - 6y^2$ 을 $(ax + by)(cx + dy)$ 꼴로 인수분해하였을 때, $ac - bd$ 의 값은?

① 10

② 15

③ 20

④ 26

⑤ 28

해설

$$4x^2 - 5xy - 6y^2 = (4x + 3y)(x - 2y)$$

$$(ax + by)(cx + dy) = (4x + 3y)(x - 2y)$$

$$ac = 4, \quad bd = -6$$

$$\therefore ac - bd = 4 - (-6) = 10$$

6. 다음은 이차방정식 A 와 A 의 한 근 B 를 나타낸 것일 때, 유리수 a 의 값은?

$$A : -a = (x + 1)^2$$

$$B : -1 - \sqrt{3}$$

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

해설

이차방정식의 계수가 모두 유리수이므로 $-1 - \sqrt{3}$ 가 근이면 $-1 + \sqrt{3}$ 도 근이다.

$$-a = (x + 1)^2, \quad x^2 + 2x + a + 1 = 0$$

근과 계수와의 관계에서

$$\text{두 근의 곱은 } a + 1 = -2$$

$$\therefore a = -3$$

7. 어느 청소부들이 청소를 하다가 15 개의 빈 병을 발견하였다. 이 빈병을 전체 청소부들이 똑같이 나누어 수거하였더니 각자 가진 빈병들의 수가 전체 청소부들의 수의 3 배보다 4 개가 적었다. 이 때, 청소부들의 전체 인원은?

- ① 3명 ② 4명 ③ 5명 ④ 6명 ⑤ 7명

해설

청소부들의 수를 x 명이라 하면

$$\frac{15}{x} = 3x - 4$$

$$3x^2 - 4x - 15 = 0$$

$$(3x + 5)(x - 3) = 0$$

$x > 0$ 이므로 $x = 3$ 이다.

8. 이차함수 $y = -x^2 + 8x + m$ 의 그래프가 x 축에 접할 때, m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -16

해설

그래프가 x 축에 접하려면 $y = a(x - p)^2$ 의 꼴이어야 한다.

$$y = -x^2 + 8x + m = -(x - 4)^2 + 16 + m$$

$$\therefore 16 + m = 0$$

$$\therefore m = -16$$

9. 다음 중 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 6$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 꼭짓점의 좌표는 $(4, -2)$ 이다.

② 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + 6$ 의 그래프와 모양이 같다.

③ $x < 4$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

④ $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨 것이다.

⑤ 제 3 사분면을 지나지 않는다.

해설

③ $y = \frac{1}{2}(x-4)^2 - 2$, 아래로 볼록하기 때문에, 축의 왼쪽에서는 x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

10. 꼭짓점의 좌표가 $(1, -2)$ 인 포물선이 두 점 $(2, -3)$, $(m, -6)$ 을 지날 때, 다음 중 m 의 값은?

① -1

② 5

③ -3

④ -6

⑤ -9

해설

꼭짓점의 좌표가 $(1, -2)$ 이므로

$y = a(x-1)^2 - 2$ 이고 점 $(2, -3)$ 을 지나므로 $-3 = a(2-1)^2 - 2$
 $a = -1$ 이다.

$$y = -(x-1)^2 - 2$$

점 $(m, -6)$ 을 지나므로

$$-6 = -(m-1)^2 - 2$$

$$\therefore m = 3 \text{ 또는 } m = -1$$

11. 둘레의 길이가 28cm 인 직사각형에서 넓이를 최대가 되게 하려면 가로와 세로의 길이를 각각 얼마로 하면 되겠는가?

① 가로 6 cm, 세로 8 cm

② 가로 7 cm, 세로 7 cm

③ 가로 8 cm, 세로 9 cm

④ 가로 8 cm, 세로 8 cm

⑤ 가로 7 cm, 세로 9 cm

해설

가로의 길이를 x cm, 세로의 길이를 $(14 - x)$ cm, 넓이를 y cm² 라 하면

$$\begin{aligned}y &= x(14 - x) \\&= -x^2 + 14x \\&= -(x^2 - 14x + 49 - 49) \\&= -(x - 7)^2 + 49\end{aligned}$$

따라서 $x = 7$, 즉 가로 7 cm, 세로 7 cm 일 때 최댓값 49 cm² 를 가진다

12. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 보기 중 옳은 것은 몇 개인가?

보기

㉠ $a < \sqrt{a}$

㉡ $a < \frac{1}{a}$

㉢ $\sqrt{a^2} = a$

㉣ $\frac{1}{a} < \sqrt{a}$

① 없다

② 1 개

③ 2 개

④ 3 개

⑤ 4 개

해설

$0 < a < 1$ 이므로 $a = \frac{1}{4}$ 라고 생각하고 대입하면

㉠ $\frac{1}{4} < \sqrt{\frac{1}{4}} \left(= \frac{1}{2} \right)$ (○)

㉡ $\frac{1}{4} < \frac{1}{\frac{1}{4}} (= 4)$ (○)

㉢ $a > 0$ 이므로 $\sqrt{a^2} = a$ (○)

㉣ $\frac{1}{\frac{1}{4}} (= 4) > \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$ (×)

∴ ㉠, ㉡, ㉢

13. 다음 보기의 A, B, C, D, E 에서 가장 큰 수와 가장 작은 수의 곱은?

보기

$$\textcircled{\text{㉠}} \sqrt{75} = A \sqrt{3}$$

$$\textcircled{\text{㉡}} \sqrt{2^2 \times 5^2 \times 3} = B \sqrt{3}$$

$$\textcircled{\text{㉢}} 3\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = C\sqrt{3}$$

$$\textcircled{\text{㉤}} \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = D\sqrt{3}$$

$$\textcircled{\text{㉥}} \sqrt{0.21} \div \sqrt{7} = E\sqrt{3}$$

▶ 답 :

▶ 정답 : 1

해설

$$\textcircled{\text{㉠}} \sqrt{5 \times 5 \times 3} = 5\sqrt{3}, \therefore A = 5$$

$$\textcircled{\text{㉡}} \sqrt{10^2 \times 3} = 10\sqrt{3}, \therefore B = 10$$

$$\textcircled{\text{㉢}} 7\sqrt{3}, \therefore C = 7$$

$$\textcircled{\text{㉤}} \frac{3\sqrt{2}\sqrt{6}}{\sqrt{6}\sqrt{6}} = \frac{6}{6}\sqrt{3} = \sqrt{3}, \therefore D = 1$$

$$\textcircled{\text{㉥}} \sqrt{\frac{21}{100} \times \frac{1}{7}} = \sqrt{\frac{3}{100}} = \frac{1}{10}\sqrt{3}, \therefore E = 0.1$$

가장 큰 수 : 10, 가장 작은 수 : 0.1

$$\therefore 10 \times 0.1 = 1$$

14. 두 수 a, b 에 대하여 기호 $*$ 를 $a * b = \frac{1}{a - b\sqrt{3}}$ (단, a, b 는 $a \neq 0, b \neq 0$ 인 유리수)라고 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $1 * 1 = -\frac{1 + \sqrt{3}}{2}$

② $2 * 1 = 2 + \sqrt{3}$

③ $3 * 2 = -\frac{3 + 2\sqrt{3}}{3}$

④ $5 * 3 = -\frac{5 + 3\sqrt{3}}{2}$

⑤ $7 * 4 = -\frac{7 + 4\sqrt{3}}{2}$

해설

$$7 * 4 = \frac{1}{7 - 4\sqrt{3}} = 7 + 4\sqrt{3}$$

15. $x^2 + 4xy + 4y^2 = 0 (xy \neq 0)$ 일 때, $\frac{(x-y)^2}{2xy}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{9}{4}$

해설

$$x^2 + 4xy + 4y^2 = 0 \text{ 에서 } (x + 2y)^2 = 0$$

$$\therefore x = -2y$$

$$\frac{(x-y)^2}{2xy} \text{ 에 } x = -2y \text{ 를 대입하면}$$

$$\frac{(-2y-y)^2}{2(-2y)y} = \frac{(-3y)^2}{(-4y^2)} = \frac{9y^2}{(-4y^2)} = -\frac{9}{4}$$

16. 이차방정식 $x^2 - ax - 2x + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때의 a 의 값이 이차방정식 $x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근이다. 이 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

$$x^2 - ax - 2x + 4 = 0, \quad x^2 - (a + 2)x + 4 = 0$$

$$\left(\frac{a+2}{2}\right)^2 = 4, \quad \frac{a+2}{2} = \pm 2$$

$$a + 2 = \pm 4$$

$$\therefore a = 2 \text{ 또는 } a = -6$$

$x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근이 2, -6 이므로

$$4 + 2m + n = 0$$

$$\begin{array}{r} -) 36 - 6m + n = 0 \\ \underline{- 32 + 8m = 0} \end{array}$$

$$\therefore m = 4, \quad n = -12$$

$$\therefore m + n = 4 - 12 = -8$$

17. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 유리수 a 와 무리수 b 에 대해 $a - b$ 는 항상 무리수이다.
- ㉡ $b = a - \sqrt{5}$ 를 만족시키는 무리수 a, b 가 항상 존재한다.
- ㉢ 임의의 무리수 a 에 대하여 $ab = 1$ 을 만족시키는 무리수 b 가 존재한다.
- ㉣ 유리수 a , 무리수 b 에 대해 ab 는 항상 무리수이다.
- ㉤ 임의의 유리수 a 에 대해 ab^2 이 유리수가 되는 무리수 b 는 존재하지 않는다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉣

해설

㉢ $a = 0$ 일 경우 $ab = 0$ 이 되어 유리수가 되므로 옳지 않다.

㉣ $a = 2$ 일 때, $b = \sqrt{2}$ 이면 $ab^2 = 2 \cdot (\sqrt{2})^2 = 4$ 가 되어 유리수가 되므로 옳지 않다.

따라서 옳지 않은 것을 모두 고르면 ㉢, ㉣ 이다.

18. $a + b = 3$, $ab = 1$ 일 때, $a^2(a - b) + b^2(b - a)$ 의 값은?

① 13

② 15

③ 17

④ 18

⑤ 20

해설

$$(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab = 3^2 - 4 \times 1 = 5$$

$$\begin{aligned}\therefore (\text{준식}) &= a^2(a - b) - b^2(a - b) \\ &= (a - b)(a^2 - b^2) \\ &= (a - b)^2(a + b) \\ &= 5 \times 3 = 15\end{aligned}$$

19. 이차방정식 $x^2 - 3px - 3p = 0$ 을 $(x + a)^2 = \frac{21}{4}$ 의 꼴로 나타낼 수 있을 때, 양수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{7}{2}$

해설

$x^2 - 3px - 3p = 0$ 을 변형하면

$$\left(x - \frac{3}{2}p\right)^2 = \frac{9}{4}p^2 + 3p$$

이때, $a = -\frac{3}{2}p$, $\frac{9}{4}p^2 + 3p = \frac{21}{4}$ 이다.

$$\frac{9}{4}p^2 + 3p = \frac{21}{4} \text{ 에서 } 3p^2 + 4p - 7 = 0$$

$$(3p + 7)(p - 1) = 0$$

$$\therefore p = -\frac{7}{3} \text{ 또는 } p = 1$$

$$a = -\frac{3}{2}p \text{ 에서 } a > 0 \text{ 이므로 } p < 0, p = -\frac{7}{3}$$

$$\therefore a = -\frac{3}{2}p = \frac{7}{2}$$

20. 세 이차방정식 $px^2+qx+1=0$, $qx^2+2(p+1)x+q=0$, $px^2+2qx+r=0$ 의 실근의 개수는 각각 a, b, c 이다. $a^2+b^2+c^2=2a+2b+2c-3$ 일 때, $p^2+q^2+r^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$a^2+b^2+c^2=2a+2b+2c-3$ 에서

$(a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2=0$ 이므로 $a=1, b=1, c=1$

즉, $px^2+qx+1=0$, $qx^2+2(p+1)x+q=0$, $px^2+2qx+r=0$

이 모두 중근을 가지므로

$$D=q^2-4p=0, q^2=4p \cdots \textcircled{㉠}$$

$$D=(p+1)^2-q^2=0, p^2+2p+1-q^2=0 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$D=q^2-pr=0, q^2=pr \cdots \textcircled{㉢}$$

㉠과 ㉡에 의하여

$$p^2+2p+1-4p=0, (p-1)^2=0$$

$$\therefore p=1, q=\pm 2, r=4$$

$$\therefore p^2+q^2+r^2=1+4+16=21$$