

1. 두 식 $2x + y = 10$, $y < x < 3y$ 을 동시에 만족시키는 정수 x , y 에 대하여 $x - y$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$2x + y = 10$ 에서 $y = 10 - 2x$ 이므로

$10 - 2x < x < 3(10 - 2x)$

$\therefore \frac{10}{3} < x < \frac{30}{7}$

x 는 정수이므로 $x = 4$

따라서 $y = 2$

$\therefore x - y = 2$

2. $a < 0$ 이고 $a + b = 0$ 일 때, 부등식 $(a - b)x - a - 2b < 0$ 의 해는?

① $x < -\frac{1}{2}$

② $x > -\frac{1}{2}$

③ $x > 2$

④ $x < -2$

⑤ $x > 1$

해설

$a + b = 0$ 에서 $b = -a$ 를 부등식에 대입하면

$(a + a)x - a + 2a < 0, 2ax + a < 0, 2ax < -a$

$\therefore x > -\frac{1}{2} (\because 2a < 0)$

3. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $k^2x+1 > 2kx+k$ 가 성립할 때, k 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$k^2x+1 > 2kx+k$ 에서
 $(k^2-2k)x > k-1$,
 $k(k-2)x > k-1$
해가 모든 실수이므로
 $k(k-2) = 0$, $k-1 < 0$ 이어야 한다.
 $\therefore k = 0$

4. $(a+b)x + (2a-3b) < 0$ 의 해가 $x < -\frac{1}{3}$ 일 때, 부등식 $(a-3b)x + (b-2a) > 0$ 을 풀어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < -3$

해설

$$(a+b)x + (2a-3b) < 0$$

$$(a+b)x < 3b-2a$$

$$\Rightarrow x < \frac{3b-2a}{a+b} = -\frac{1}{3} \quad (a+b > 0)$$

$$\Rightarrow a+b = -3(3b-2a)$$

$$\Rightarrow a = 2b, \quad a+b = 3b > 0 \rightarrow b > 0$$

$$(a-3b)x + (b-2a) > 0 \Leftrightarrow -bx - 3b > 0$$

$$bx < -3b$$

$$\therefore x < -3 \quad (\because b > 0)$$

5. 연립부등식

$$\begin{cases} 7x+4>6(x+1) \\ 2(x-a)\leq x+4 \end{cases}$$

을 만족하는 정수해가 2 개일 때, 상수 a 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $0\leq a<\frac{1}{2}$

해설

$$\begin{cases} 7x+4>6(x+1) & \cdots \textcircled{A} \\ 2(x-a)\leq x+4 & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

$\textcircled{A}$ 에서 $x>2$

$\textcircled{B}$ 에서 $x\leq 2a+4$

$$2< x\leq 2a+4$$

이 연립부등식이 2 개의 정수해를 가지므로

$$4\leq 2a+4<5$$

따라서 a 값의 범위는 $0\leq a<\frac{1}{2}$ 이다.

6. 다음의 연립부등식 $\begin{cases} 2x + 3 \leq 4x - 7 \\ 5(x + a) \leq 3x + 15 \end{cases}$ 의 문제를 푸는데 a 의 부호를 잘못 보고 풀었더니 해가 1 개였다고 한다. a 를 제대로 보았을 때의 부등식의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $5 \leq x \leq 10$

해설

$$\begin{aligned} 2x + 3 &\leq 4x - 7 \\ 2x - 4x &\leq -7 - 3 \\ x &\geq 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5x + 5a &\leq 3x + 15 \\ 2x &\leq 15 - 5a \\ x &\leq \frac{15 - 5a}{2} \end{aligned}$$

이므로 해가 1 개이려면 $5 = \frac{15 - 5a}{2}$ 로 본 것이다. a 의 부호를 잘못 보아서 푼 경우는 $a = 1$ 이다.

부호를 제대로 보았다면 $a = -1$ 이므로

$$\begin{cases} 2x + 3 \leq 4x - 7 \\ 5(x - 1) \leq 3x + 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x \leq -10 \\ 2x \leq 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 5 \\ x \leq 10 \end{cases} \text{ 이다.}$$

즉, $5 \leq x \leq 10$ 이 된다.

7. 다음 연립부등식이 해를 가질 때, 상수 a 의 값의 범위는?

$$\begin{cases} x - 10 > a \\ 4x - 5 \leq 3 \end{cases}$$

① $a \geq -8$

② $a > -8$

③ $a < -8$

④ $a > -12$

⑤ $a < -12$

해설

정리하면

$$\begin{cases} x > a + 10 \\ x \leq 2 \end{cases}$$

해가 존재하기 위해서는 $a + 10 < 2$ 이어야 한다.

$$\therefore a < -8$$

8. 분모와 분자의 합이 55 인 기약분수를 소수로 고쳤더니 정수 부분은 0 이고, 소수 첫째 자리는 3 이었다. 이 기약분수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{14}{41}, \frac{13}{42}$

해설

분모를 x 라고 하면 구하는 분수는 $\frac{55-x}{x}$ 이다.

$$0.3 \leq \frac{55-x}{x} < 0.4 \rightarrow \begin{cases} 0.3x \leq 55-x \\ 55-x < 0.4x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \leq \frac{550}{13} \\ x > \frac{550}{14} \end{cases}$$

$$\frac{550}{14} < x \leq \frac{550}{13} \text{ 인 정수 : } x = 40, 41, 42$$

$$x = 40 \text{ 일 때 } \frac{15}{40} = \frac{3}{8} (\times)$$

$$x = 41 \text{ 일 때 } \frac{14}{41}$$

$$x = 42 \text{ 일 때 } \frac{13}{42}$$

따라서 기약분수는 $\frac{14}{41}, \frac{13}{42}$ 이다.

9. 부등식 $|x+1|+|x-2|+1 < x+4$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수는?

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

$$|x+1|+|x-2|+1 < x+4$$

i) $x < -1$

$$-x-1-x+2+1 < x+4, \quad x > -\frac{2}{3}$$

공통범위 없음

ii) $-1 \leq x < 2$

$$x+1-x+2+1 < x+4, \quad x > 0$$

공통범위 : $0 < x < 2 \rightarrow$ 정수 : 1

iii) $x \geq 2$

$$x+1+x-2+1 < x+4, \quad x < 4$$

공통범위 : $2 \leq x < 4 \rightarrow$ 정수 = 2, 3

$\therefore$ 정수 x 의 개수 : 1, 2, 3으로 3개

10. 부등식 $\left|\frac{1}{2} - \frac{1}{3}x\right| \leq 1$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수를 구하면?

- ① 13개 ② 9개 ③ 6개 ④ 4개 ⑤ 2개

해설

$$-1 \leq \frac{1}{2} - \frac{1}{3}x \leq 1$$

$$-6 \leq 3 - 2x \leq 6$$

$$-9 \leq -2x \leq 3$$

$$\therefore -\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{9}{2}$$

그런데 x 는 자연수 이므로 1, 2, 3, 4이다.