

1. 108의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답:                         개

▷ 정답: 12 개

해설

$$108 = 2^2 \times 3^3$$

$$\text{약수의 개수} : (2 + 1) \times (3 + 1) = 12$$

2. 다음 중 약수의 개수가 가장 많은 것은?

- ① 80      ② 90      ③ 216      ④ 168      ⑤ 180

해설

①  $80 = 2^4 \times 5$

$\therefore (4+1) \times (1+1) = 10(\text{개})$

②  $90 = 2 \times 3^2 \times 5$

$\therefore (1+1) \times (2+1) \times (1+1) = 12(\text{개})$

③  $216 = 2^3 \times 3^3$

$\therefore (3+1) \times (3+1) = 16(\text{개})$

④  $168 = 2^3 \times 3 \times 7$

$\therefore (3+1) \times (1+1) \times (1+1) = 16(\text{개})$

⑤  $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

$\therefore (2+1) \times (2+1) \times (1+1) = 18(\text{개})$

3.  $2^2 \times 5 \times 7^2 \times 9$  의 약수의 개수를 구하면?

- ① 36개    ② 42개    ③ 48개    ④ 54개    ⑤ 58개

해설

$$\begin{aligned} & 2^2 \times 5 \times 7^2 \times 9 \\ & = 2^2 \times 5 \times 7^2 \times 3^2 \end{aligned}$$

$$(\text{약수의 개수}) = (2+1) \times (1+1) \times (2+1) \times (2+1) = 54 \text{ (개)}$$

4. 다음 수 중에서 약수가 가장 많은 수를 써라.

36 48 64 120

▶ 답:

▷ 정답: 120

해설

$$36 = 2^2 \times 3^2 \text{ 이므로 } (2+1) \times (2+1) = 9(\text{개})$$

$$48 = 2^4 \times 3 \text{ 이므로 } (4+1) \times (1+1) = 10(\text{개})$$

$$64 = 2^6 \text{ 이므로 } 6+1 = 7(\text{개})$$

$$120 = 2^3 \times 3 \times 5 \text{ 이므로 } (3+1) \times (1+1) \times (1+1) = 16(\text{개})$$

5.  $\square \times 3^3$  은 약수의 개수가 8 개인 자연수이다. 다음 중  $\square$  안에 알맞은 수 중 가장 작은 것을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$8 = (3 + 1) \times (1 + 1)$  이므로

$\square = a$  ( $a$  는 소수),

가장 작은 소수는 2,

$\therefore \square = 2$

6.  $2^4 \times \square$  의 약수의 개수가 15 개일 때,  $\square$  안에 들어갈 수 있는 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$15 = 5 \times 3 = (4 + 1) \times (2 + 1)$$

$\square$ 에 알맞은 가장 작은 자연수는  $3^2 = 9$

$\therefore 9$

7.  $5^6 \times \square$  의 약수의 개수가 21 개일 때,  $\square$  안에 들어갈 수 있는 자연수 중 가장 작은 것은?

- ① 1      ② 4      ③ 9      ④ 16      ⑤ 25

해설

$$21 = 7 \times 3 = (6 + 1) \times (2 + 1)$$

$\square$  에 알맞은 가장 작은 자연수는  $2^2 = 4$

$\therefore 4$

8.  $2^2 \times \square$  는 약수의 개수가 12 개인 자연수이다. 다음 중  $\square$  안에 알맞은 수 중 가장 작은 자연수는?

- ① 4      ② 8      ③ 15      ④ 30      ⑤ 32

해설

$12 = (2+1) \times (1+1) \times (1+1)$  이므로

$\square = a \times b$  ( $a, b$  는 소수),

$a \neq 2, b \neq 2$  이므로 가장 작은 소수는  $3 \times 5$ ,

$\therefore \square = 15$



10.  $3^{2009} - 2^{2009}$  를 10 으로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$3^1 = 3, 3^2 = 9, 3^3 = 27, 3^4 = 81, \dots \rightarrow$  4 번 거듭제곱을 할 때  
마다 일의 자릿수는 1 이 된다.

$2^1 = 2, 2^2 = 4, 2^3 = 8, 2^4 = 16, \dots \rightarrow$  4 번 거듭제곱을 할 때  
마다 일의 자릿수는 6 이 된다.

$3^{2009}$  의 일의 자릿수는 3 이고,

$2^{2009}$  의 일의 자릿수는 2 이므로,

$3^{2009} - 2^{2009}$  의 일의 자릿수는 1 이 된다.

$\therefore 3^{2009} - 2^{2009}$  를 10 으로 나누었을 때의 나머지는 1 이다.

11. 어떤 자연수  $x$  는 9 로 나누었더니 몫이 5 이고, 나머지는 6 보다 큰 소수였다. 자연수  $x$  의 값은?

- ① 40      ② 42      ③ 44      ④ 50      ⑤ 52

해설

$x = 9 \times 5 + y$  ( $0 \leq y < 9$ ) 이고  $y$  는 6 보다 큰 소수이므로  $y = 7$  이 되어  $x = 9 \times 5 + 7 = 52$  이다.

12. 어떤 자연수를 12로 나누었더니, 몫이 5이고 나머지가 7이었다. 이 수를 13으로 나누었을 때의 몫을  $a$ , 나머지를  $b$ 라 할 때,  $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

어떤 자연수를  $A$ 라 하면  $A = 12 \times 5 + 7 = 13 \times 5 + 2$  이므로  $a = 5, b = 2$  이므로  $a + b = 5 + 2 = 7$  이다.

13. 어떤 자연수로 50 을 나누면 2 가 남고, 35 를 나누면 3 이 남고, 87 을 나누면 7 이 남는다고 한다. 이러한 수 중에서 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

구하는 수는  $50 - 2 = 48$ ,  $35 - 3 = 32$ ,  $87 - 7 = 80$  의 최대공약수이다.

그러므로, 이 세수의 최대공약수를 구하면, 16입니다.

14. 어떤 수로 70 을 나누면 나누어 떨어지고, 24 를 나누면 4 가 모자라고, 43 을 나누면 1 이 남는다고 한다. 이러한 수 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 14

해설

어떤 수는  $70$ ,  $24 + 4 = 28$ ,  $43 - 1 = 42$  의 공약수이다.  
이 중 가장 큰 수는 세 수의 최대공약수이므로  $14$  이다.

15. 어떤 수로 33 을 나누면 나누어 떨어지고, 25 를 나누면 3이 남고, 51 을 나누면 4 가 모자란다고 한다. 이러한 수 중 가장 큰 수는?

- ① 3      ② 7      ③ 11      ④ 13      ⑤ 15

해설

어떤 수는 33,  $25 - 3 = 22$ ,  $51 + 4 = 55$  의 공약수이다.  
이 중 가장 큰 수는 세 수의 최대공약수이므로 11 이다.





18. 세 자연수 7, 8, 9 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 2 인 세 자리 자연수 중에서 가장 작은 수는?

- ① 498      ② 500      ③ 502      ④ 504      ⑤ 506

해설

7, 8, 9 의 최소공배수는 504 이므로 구하는 수는  $504 + 2 = 506$  이다.

19. 세 자연수 4, 5, 6 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 3 인 자연수 중에서 가장 작은 수는?

- ① 60      ② 61      ③ 62      ④ 63      ⑤ 64

해설

4, 5, 6 의 최소공배수는 60 이므로 구하는 자연수는  $60 + 3 = 63$  이다.

20. 어떤 수를 15, 24로 나누면 모두 2가 남는다고 한다. 이러한 수 중에서 가장 작은 세 자리의 수는?

- ① 120      ② 121      ③ 122      ④ 123      ⑤ 124

**해설**

15, 24로 나누면 모두 2가 남는 수 중 가장 작은 수는 24와 15의 최소공배수보다 2가 더 큰 수이다. 따라서 24, 15의 최소공배수는 120 이므로 구하는 수는 122 이다.

21.  $273^{100}$ 의 일의 자리의 숫자를 구하면?

- ① 1      ② 3      ③ 9      ④ 7      ⑤ 0

해설

$273^{100}$ 의 일의 자리만 거듭제곱하여 규칙을 찾는다.

$$3^1 = 3,$$

$$3^2 = 9,$$

$$3^3 = 27,$$

$$3^4 = 81,$$

$$3^5 = 243,$$

...

3을 거듭제곱할 때, 일의 자리의 숫자는 3, 9, 7, 1의 네 개의 숫자가 반복된다.

$273^{100}$ 의 지수인 100를 4로 나누면 25이므로

$273^{100}$ 의 일의 자리의 숫자는 반복되는 네 개의 숫자 중 마지막 숫자인 1이다.

22. 옛날부터 우리나라에는 십간(☉☉)과 십이지(☿☿☿)를 이용하여 매해에 이름을 붙였다. 십간과 십이지를 차례대로 짝지으면 다음과 같이 그 해의 이름을 만들 수 있다. 다음 표에서 알 수 있듯이 2011년은 신묘년이다. 다음 중 신묘년이 아닌 해는?

정	무	기	경	신	임	계	갑
축	인	묘	진	사	오	미	신
정축	무인	기묘	경진	신사	임오	계미	갑신
1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
을	병	정	무	기	경	신	
유	술	해	자	축	인	묘	
을유	병술	정해	무자	기축	경인	신묘	
2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	

- ① 1831년      ② 1881년      ③ 1951년  
 ④ 2071년      ⑤ 2131년

**해설**

십간(☉☉)의 10가지와 십이지(☿☿☿)의 12가지를 계속 돌아가면서 조합이 이루어지므로 같은 이름의 년도는 60년 만에 한 번씩 돌아오게 된다. 따라서 2011년이 신묘년이면 1831년, 1891년, 1951년, 2071년, 2131년도 신묘년이다.

23. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ 9 는 35 의 약수이다.
- ㉡ 1 은 모든 자연수의 배수이다.
- ㉢ 6 은 자기 자신이 약수인 동시에 배수이다.
- ㉣ 392 는 4 의 배수이다.
- ㉤ 36 의 약수의 개수는 8 개이다.

- ① ㉠, ㉡    ② ㉠, ㉢    ③ ㉡, ㉣    ④ ㉡, ㉤    ⑤ ㉢, ㉣

해설

- ㉢. 모든 자연수는 자기 자신이 약수인 동시에 배수이다.
- ㉣. 392 는 4 의 배수이다.

24. 200 에 가장 가까운 14 의 배수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 196

해설

$14 \times 14 = 196$ ,  $14 \times 15 = 210$  이므로 200 에 가장 가까운 배수는 196 이다.

25. 13 이하의 자연수의 곱을 소인수분해 했을 때 소인수의 합을  $a$ , 소인수의 지수의 합을  $b$  라 하자. 이때,  $a - b$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$\begin{aligned} & 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 13 \\ &= 2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times (2 \times 3) \times 7 \times 2^3 \times 3^2 \\ & \quad \times (2 \times 5) \times 11 \times (2^2 \times 3) \times 13 \\ &= 2^{10} \times 3^5 \times 5^2 \times 7 \times 11 \times 13 \\ & a = 2 + 3 + 5 + 7 + 11 + 13 = 41 \\ & b = 10 + 5 + 2 + 1 + 1 + 1 = 20 \\ & \therefore a - b = 41 - 20 = 21 \end{aligned}$$

26. 350 을 소인수분해하였을 때, 각 소인수의 지수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$350 = 2 \times 5^2 \times 7$$

$$\therefore 1 + 2 + 1 = 4$$

27. 216 을 소인수분해하면  $2^a \times b^c$  이다. 이때,  $a+b+c$  의 값은?

- ① 7      ② 9      ③ 11      ④ 13      ⑤ 15

해설

$$216 = 2^3 \times 3^3$$

$$\text{따라서 } a = 3, b = 3, c = 3$$

$$a + b + c = 9$$

28. 140 을 소인수분해하면  $2^a \times 5^b \times 7^c$  일 때, 세 수  $a, b, c$  의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a = 2$

▷ 정답 :  $b = 1$

▷ 정답 :  $c = 1$

해설

140 을 소인수분해하면  $140 = 2^2 \times 5 \times 7$

29. 세 수  $3 \times 5^2$ ,  $c^3 \times 3^a \times 5^2$ ,  $2 \times 3 \times 5^b \times 7$  의 최대공약수가  $d \times 5$  이고,  
최소공배수가  $2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$  일 때,  $\frac{d}{c} - \frac{b}{a}$  의 값을 구하면?

- ① 0      ② 1      ③ 5      ④ 9      ⑤ 12

해설

최대공약수가  $d \times 5$ ,  
최소공배수가  $2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$  이므로  
 $a = 2, b = 1, c = 2, d = 3$   
 $\therefore \frac{d}{c} - \frac{b}{a} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 1$

30. 72와  $a \times b^2 \times c$ 의 최대공약수가 18, 최소공배수가 360일 때,  $a+b-c$ 의 값을 구하여라.  
(단,  $a < b < c$ 인 소수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\frac{72=2^3 \times 3^2}{a \times b^2 \times c}$$

$$\text{최대공약수 } 18 = 2 \times 3^2$$

$$\text{최소공배수 } 360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

$$\therefore a = 2, b = 3, c = 5$$

$$\therefore a + b - c = 2 + 3 - 5 = 0$$

31. 최대공약수가 18 이고, 최소공배수가 108 인 두 수의 차가 18 일 때, 두 수의 합은 얼마인가?

- ① 72      ② 90      ③ 108      ④ 126      ⑤ 144

해설

$A = 18a, B = 18b$   
( $a, b$ 는 서로소,  $a < b$ )로 놓으면  
 $108 = 18 \times a \times b, a \times b = 6$  이다.  
( $a, b$ ) = (1, 6), (2, 3)  
이때 ( $A, B$ ) = (18, 108), (36, 54)  
두 수의 차가 18 인 경우는 (36, 54)  
따라서 두 수의 합은 90 이다.

32. 두 수  $A = 2^a \times 3^2 \times 5$ ,  $B = 2^4 \times 3^b$  의 최대공약수는  $2^2 \times 3^2$  이고  
최소공배수는  $2^4 \times 3^3 \times 5$  일 때,  $a + b$  의 값은?

- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

해설

$$A = 2^a \times 3^2 \times 5, B = 2^4 \times 3^b$$

$$\text{최대공약수: } 2^2 \times 3^2$$

$$\text{최소공배수: } 2^4 \times 3^3 \times 5$$

$$a = 2, b = 3$$

$$a + b = 2 + 3 = 5$$