

1. 다음 중 이차방정식이 아닌 것은?

① $2x^2 + 3x - 4 = 0$

② $4x^2 - 2x + 1 = x^2 - 5$

③ $3x^2 - x + 2 = 2x^2 - 7x$

④ $\frac{1}{5}x^2 - 3 = 5$

⑤ $2x^2 - 1 = (x - 1)(2x + 3)$

해설

이차방정식은 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 의 꼴이므로

⑤ $2x^2 - 1 = 2x^2 + x - 3$, $x - 2 = 0$: 일차방정식

2. 방정식 $3x^2 + 2x = x^2 - x + 4$ 를 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 꼴로 고칠 때, $a + b + c$ 의 값은? (단, $a > 0$)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$3x^2 + 2x = x^2 - x + 4 \Leftrightarrow 2x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$\therefore a = 2, b = 3, c = -4$$

$$\therefore a + b + c = 1$$

3. 다음 보기의 이차방정식 중 $x = 2$ 가 해가 되는 것은 모두 몇 개인가?

보기

㉠ $(x + 1)(x - 2) = 0$

㉡ $x^2 - x - 6 = 0$

㉢ $2x^2 - 5x + 2 = 0$

㉣ $(x - 1)^2 - 4 = 0$

㉤ $x^2 - 3x = 0$

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

각각의 방정식에 $x = 2$ 를 대입하여 성립하는 것을 고르면 ㉠, ㉣의 2개이다.

4. $x^2 - x - 56 = 0$ 의 해 중 $2x - 8 > 0$ 를 만족하는 것을 a 라 할 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned}x^2 - x - 56 &= 0 \\(x - 8)(x + 7) &= 0 \\x = 8 \text{ 또는 } x = -7 \\2x - 8 &> 0 \\x &> 4 \\\therefore a &= 8\end{aligned}$$

5. x 가 $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$ 일 때, 이차방정식 $x^2 - x - 12 = 0$ 의 해를 구하면?

① $-3, 4$

② $-4, 4$

③ $-3, 3$

④ $-4, 5$

⑤ $-2, 3$

해설

$$x^2 - x - 12 = 0$$

$$(x - 4)(x + 3) = 0$$

$$x = 4 \text{ 또는 } x = -3$$

6. 이차방정식 $2x^2 - 4x - 3 = 0$ 의 한 근을 a 라 할 때, $2a^2 - 4a$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$x = a$ 를 대입하면 $2a^2 - 4a - 3 = 0$

$\therefore 2a^2 - 4a = 3$

7. 다음 등식 중에서 이차방정식은?

① $2(x+4)^2 = (x-1)^2 + (x+1)^2$

② $x^2 - 3x = x^2 + 7x$

③ $(x-2)^2 + 1 = x^2$

④ $(x-4)(x+3) = x^2 - 5$

⑤ $5x^2 = 4x - 1$

해설

이차방정식은 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 꼴이므로

① $16x + 30 = 0$: 일차방정식

② $10x = 0$: 일차방정식

③ $4x - 5 = 0$: 일차방정식

④ $x + 7 = 0$: 일차방정식

8. 방정식 $3x(Ax - 5) = 6x^2 + 2$ 이 이차방정식이 되기 위한 A 값이 될 수 없는 것은?

① -2

② -1

③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

주어진 식을 정리하면

$$3Ax^2 - 15x - 6x^2 - 2 = 0$$

$$(3A - 6)x^2 - 15x - 2 = 0$$

$A = 2$ 이면 $3A - 6 = 0$ 이므로 일차방정식이다.

9. 이차방정식 $ax^2 - (a+3)x + 3a = 0$ 의 한 근이 $x = -2$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{2}{3}$

해설

이차방정식 $ax^2 - (a+3)x + 3a = 0$ 에 $x = -2$ 를 대입하면,

$$4a + 2a + 6 + 3a = 0, 9a + 6 = 0$$

$$\therefore a = -\frac{2}{3}$$

10. 이차방정식 $x^2+ax+8=0$ 의 한 근이 2이고 다른 한 근이 이차방정식 $3x^2-10x+b=0$ 의 한 근일 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x^2+ax+8=0$ 에 $x=2$ 를 대입하면 $a=-6$ 이다.

$x^2-6x+8=0$, $(x-4)(x-2)=0$ 이므로

다른 한 근은 $x=4$ 이다.

$3x^2-10x+b=0$ 에 $x=4$ 를 대입하면 $b=-8$

$\therefore a-b=-6-(-8)=2$

11. 이차방정식 $x^2+ax+6=0$ 의 한 근이 3이고 다른 한 근이 이차방정식 $5x^2-x+b=0$ 의 한 근일 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$x^2+ax+6=0$ 에 $x=3$ 을 대입하면 $a=-5$ 이다.

$x^2-5x+6=0$, $(x-2)(x-3)=0$ 이므로

다른 한 근은 $x=2$ 이다.

$5x^2-x+b=0$ 에 $x=2$ 를 대입하면 $b=-18$

$\therefore a-b=-5-(-18)=13$

12. x 에 관한 이차방정식 $ax^2 - px - ap - 3q = 0$ 이 a 의 값에 관계없이 항상 $x = 3$ 의 근을 가질 때, $p + q$ 의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x = 3$ 이 근이므로 $9a - 3p - ap - 3q = 0$ 이고
 a 의 값에 관계없이 성립하므로
 $(9 - p)a - 3(p + q) = 0$ 에 의하여
 $p = 9, q = -9$ 이다.
 $\therefore p + q = 0$

13. 이차방정식 $ax^2 + bx - 7 = 0$ 의 한 근을 p 라고 할 때, $ap^2 + bp + 4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

주어진 식에 x 대신 p 를 대입하면

$$ap^2 + bp = 7$$

$$ap^2 + bp + 4 = 7 + 4 = 11$$

14. 이차방정식 $x^2 - 7x + 1 = 0$ 의 한 근을 a 라고 할 때, $a + \frac{1}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

주어진 식에 x 대신 a 를 대입하면

$$a^2 - 7a + 1 = 0$$

$$a - 7 + \frac{1}{a} = 0$$

$$a + \frac{1}{a} = 7$$

15. 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 $\frac{ax^2+2x+b}{5x^2-cx+3} = 4$ 이라 한다. 이 때, abc 의 값은?

① 100 ② 120 ③ 240 ④ -120 ⑤ -100

해설

$\frac{ax^2+2x+b}{5x^2-cx+3} = 4$ 를 정리하면,

$$(a-20)x^2 + (2+4c)x + b-12 = 0$$

이 식이 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 성립하므로 x 에 대한
항등식이다.

따라서 $a-20=0$, $2+4c=0$, $b-12=0$

$$\therefore a=20, b=12, c=-\frac{1}{2}$$

$$abc = 20 \times 12 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -120$$

16. $7x - 5 < 4(x + 1)$ 이고 x 는 자연수일 때, $x^2 - 5x + 6 = 0$ 를 풀면?

① $x = 0, x = 1$

② $x = 2$

③ $x = 2, x = 3$

④ $x = 3$

⑤ $x = -2, x = 3$

해설

$7x - 5 < 4(x + 1)$ 에서 $7x - 4x < 4 + 5, 3x < 9 \therefore x < 3$

따라서 x 의 값은 1, 2이다.

$x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 해는 $x = 2, x = 3$ 이므로 해는 $x = 2$ 가 된다.

17. 부등식 $4 \leq 3x - 2 < 8$ 을 만족하는 두 자연수가 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 근일 때, $\frac{a+b}{ab}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{11}{30}$

해설

부등식 $4 \leq 3x - 2 < 8$ 을 풀면 다음과 같다.

$$6 \leq 3x < 10$$

$$2 \leq x < \frac{10}{3}$$

$$\therefore x = 2, 3$$

이 두 자연수를 근으로 가지므로 이를 이차방정식에 대입하여 풀면

$$a = 5, b = 6$$

$$\therefore \frac{a+b}{ab} = \frac{11}{30}$$

18. 이차방정식 $x^2 - 4x + 2 = 0$ 의 한 근이 a 일 때, $a^2 + \frac{4}{a^2}$ 의 값은?

- ① 12 ② 13 ③ 15 ④ 16 ⑤ 18

해설

$x = a$ 를 주어진 이차방정식에 대입하면 $a^2 - 4a + 2 = 0$

양변을 a 로 나누면 $a - 4 + \frac{2}{a} = 0$ 이므로 $a + \frac{2}{a} = 4$

$$\therefore a^2 + \frac{4}{a^2} = \left(a + \frac{2}{a}\right)^2 - 4 = 4^2 - 4 = 12$$

19. 이차방정식 $x^2 + 2x + A = 0$ 의 근이 $x = 2$ 또는 $x = -4$ 일 때, A 의 값을 구하여라.

① -8 ② -6 ③ -2 ④ 6 ⑤ 8

해설

$$\begin{aligned}(x - 2)(x + 4) &= 0 \\ x^2 + 2x - 8 &= 0, A = -8\end{aligned}$$

20. 이차방정식 $x - \frac{3}{x} = 6$ 의 두 근을 p, q 라고 할 때 $(p^2 - 6p + 5)(q^2 - 6q + 3)$ 의 값을 구하면?

- ① 12 ② 24 ③ 36 ④ 48 ⑤ 50

해설

$$x - \frac{3}{x} = 6 \text{의 양변에 } x \text{를 곱하면 } x^2 - 6x - 3 = 0$$

$x = p, x = q$ 를 각각 대입하면

$$p^2 - 6p - 3 = 0 \text{에서 } p^2 - 6p = 3$$

$$q^2 - 6q - 3 = 0 \text{에서 } q^2 - 6q = 3$$

$$\therefore (p^2 - 6p + 5)(q^2 - 6q + 3) = (3 + 5)(3 + 3) = 48$$