1. 다음 중 이차방정식이 아닌 것은?

① $2x^2+3x-4=0$

② $4x^2-2x+1=x^2-5$

③ $3x^2-x+2=2x^2-7x$

④ $\frac{1}{5}x^2-3=5$

⑤ $2x^2-1=(x-1)(2x+3)$

해설

이차방정식은 $ax^2+bx+c=0\ (a\neq 0)$ 의 꼴이므로

⑤ $2x^2-1=2x^2+x-3,\ x-2=0$: 일차방정식

2. 방정식 $3x^2 + 2x = x^2 - x + 4$ 를 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 꼴로 고칠 때, $a + b + c$ 의 값은? (단, $a > 0$)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$3x^2 + 2x = x^2 - x + 4 \Leftrightarrow 2x^2 + 3x - 4 = 0$

$\therefore a = 2, b = 3, c = -4$

$\therefore \ a + b + c = 1$

3. 다음 보기의 이차방정식 중 $x=2$가 해가 되는 것은 모두 몇 개인가?

보기

㉠ $(x+1)(x-2)=0$ ㉡ $x^2-x-6=0$

㉢ $2x^2-5x+2=0$ ㉣ $(x-1)^2-4=0$

㉤ $x^2-3x=0$

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

각각의 방정식에 $x=2$를 대입하여 성립하는 것을 고르면 ㉠, ㉢의 2개이다.

4. $x^2 - x - 56 = 0$의 해 중 $2x - 8 > 0$를 만족하는 것을 a라 할 때, a의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$x^2 - x - 56 = 0$

$(x - 8)(x + 7) = 0$

$x = 8$ 또는 $x = -7$

$2x - 8 > 0$

$x > 4$

$\therefore a = 8$

5. x 가 $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$ 일 때, 이차방정식 $x^2 - x - 12 = 0$ 의 해를 구하면?

① $-3,\ 4$ ② $-4,\ 4$ ③ $-3,\ 3$

④ $-4,\ 5$ ⑤ $-2,\ 3$

해설

$x^2 - x - 12 = 0$

$(x-4)(x+3) = 0$

$x = 4$ 또는 $x = -3$

6. 이차방정식 $2x^2 - 4x - 3 = 0$ 의 한 근을 a 라 할 때, $2a^2 - 4a$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x = a$ 를 대입하면 $2a^2 - 4a - 3 = 0$

$\therefore\ 2a^2 - 4a = 3$

7. 다음 등식 중에서 이차방정식은?

① $2(x+4)^2 = (x-1)^2 + (x+1)^2$

② $x^2 - 3x = x^2 + 7x$

③ $(x-2)^2 + 1 = x^2$

④ $(x-4)(x+3) = x^2 - 5$

⑤ $5x^2 = 4x - 1$

해설

이차방정식은 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 꼴이므로

① $16x + 30 = 0$: 일차방정식

② $10x = 0$: 일차방정식

③ $4x - 5 = 0$: 일차방정식

④ $x + 7 = 0$: 일차방정식

8. 방정식 $3x(Ax-5)=6x^2+2$ 이 이차방정식이 되기 위한 A 값이 될 수 없는 것은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

주어진 식을 정리하면

$3Ax^2-15x-6x^2-2=0$

$(3A-6)x^2-15x-2=0$

$A=2$ 이면 $3A-6=0$ 이므로 일차방정식이다.

9. 이차방정식 $ax^2 - (a+3)x + 3a = 0$의 한 근이 $x = -2$일 때, 상수 a의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{2}{3}$

해설

이차방정식 $ax^2 - (a+3)x + 3a = 0$에 $x = -2$를 대입하면,

$4a + 2a + 6 + 3a = 0$, $9a + 6 = 0$

$\therefore\ a = -\frac{2}{3}$

10. 이차방정식 $x^2+ax+8=0$ 의 한 근이 2이고 다른 한 근이 이차방정식 $3x^2-10x+b=0$ 의 한 근일 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x^2+ax+8=0$ 에 $x=2$ 를 대입하면 $a=-6$ 이다.
$x^2-6x+8=0,\ (x-4)(x-2)=0$ 이므로
다른 한 근은 $x=4$ 이다.
$3x^2-10x+b=0$ 에 $x=4$ 를 대입하면 $b=-8$
$\therefore\ a-b=-6-(-8)=2$

11. 이차방정식 $x^2+ax+6=0$ 의 한 근이 3이고 다른 한 근이 이차방정식 $5x^2-x+b=0$ 의 한 근일 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$x^2+ax+6=0$ 에 $x=3$을 대입하면 $a=-5$ 이다.
$x^2-5x+6=0,\ (x-2)(x-3)=0$ 이므로
다른 한 근은 $x=2$이다.
$5x^2-x+b=0$ 에 $x=2$ 를 대입하면 $b=-18$
$\therefore\ a-b=-5-(-18)=13$

12. x 에 관한 이차방정식 $ax^2 - px - ap - 3q = 0$ 이 a 의 값에 관계없이 항상 $x = 3$ 의 근을 가질 때, $p + q$ 의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x = 3$ 이 근이므로 $9a - 3p - ap - 3q = 0$ 이고
a 의 값에 관계없이 성립하므로
$(9 - p)a - 3(p + q) = 0$ 에 의하여
$p = 9,\ q = -9$ 이다.
$\therefore p + q = 0$

13. 이차방정식 $ax^2 + bx - 7 = 0$ 의 한 근을 p 라고 할 때, $ap^2 + bp + 4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

주어진 식에 x 대신 p 를 대입하면

$ap^2 + bp = 7$

$ap^2 + bp + 4 = 7 + 4 = 11$

14. 이차방정식 $x^2 - 7x + 1 = 0$ 의 한 근을 a 라고 할 때, $a + \frac{1}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

주어진 식에 x 대신 a 를 대입하면

$a^2 - 7a + 1 = 0$

$a - 7 + \frac{1}{a} = 0$

$a + \frac{1}{a} = 7$

15. 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 $\dfrac{ax^2+2x+b}{5x^2-cx+3}=4$ 이라 한다. 이 때, abc 의 값은?

① 100 ② 120 ③ 240 ④ -120 ⑤ -100

해설

$\dfrac{ax^2+2x+b}{5x^2-cx+3}=4$ 를 정리하면,

$(a-20)x^2+(2+4c)x+b-12=0$

이 식이 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 성립하므로 x 에 대한 항등식이다.

따라서 $a-20=0,\ 2+4c=0,\ b-12=0$

$\therefore\ a=20,\ b=12,\ c=-\dfrac{1}{2}$

$abc=20\times12\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)=-120$

16. $7x-5<4(x+1)$이고 x는 자연수일 때, $x^2-5x+6=0$를 풀면?

① $x=0,\ x=1$ ② $x=2$ ③ $x=2,\ x=3$

④ $x=3$ ⑤ $x=-2,\ x=3$

해설

$7x-5<4(x+1)$ 에서 $7x-4x<4+5$, $3x<9$ $\therefore\ x<3$
따라서 x의 값은 $1,\ 2$이다.
$x^2-5x+6=0$의 해는 $x=2,\ x=3$이므로 해는 $x=2$가 된다.

17. 부등식 $4 \le 3x-2 < 8$을 만족하는 두 자연수가 이차방정식 $x^2-ax+b=0$의 근일 때, $\dfrac{a+b}{ab}$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{11}{30}$

해설

부등식 $4 \le 3x-2 < 8$을 풀면 다음과 같다.

$6 \le 3x < 10$

$2 \le x < \dfrac{10}{3}$

$\therefore x = 2, 3$

이 두 자연수를 근으로 가지므로 이를 이차방정식에 대입하여 풀면

$a = 5, b = 6$

$\therefore \dfrac{a+b}{ab} = \dfrac{11}{30}$

18. 이차방정식 $x^2 - 4x + 2 = 0$ 의 한 근이 a 일 때, $a^2 + \frac{4}{a^2}$ 의 값은?

① 12 ② 13 ③ 15 ④ 16 ⑤ 18

해설

$x = a$ 를 주어진 이차방정식에 대입하면 $a^2 - 4a + 2 = 0$

양변을 a 로 나누면 $a - 4 + \frac{2}{a} = 0$ 이므로 $a + \frac{2}{a} = 4$

$$\therefore a^2 + \frac{4}{a^2} = \left(a + \frac{2}{a}\right)^2 - 4 = 4^2 - 4 = 12$$

19. 이차방정식 $x^2 + 2x + A = 0$ 의 근이 $x = 2$ 또는 $x = -4$ 일 때, A 의 값을 구하여라.

① -8 ② -6 ③ -2 ④ 6 ⑤ 8

해설

$(x-2)(x+4) = 0$

$x^2 + 2x - 8 = 0,\ A = -8$

20. 이차방정식 $x-\frac{3}{x}=6$ 의 두 근을 p, q 라고 할 때 $(p^2-6p+5)(q^2-6q+3)$ 의 값을 구하면?

① 12 ② 24 ③ 36 ④ 48 ⑤ 50

해설

$x-\frac{3}{x}=6$ 의 양변에 x 를 곱하면 $x^2-6x-3=0$

$x=p$, $x=q$ 를 각각 대입하면

$p^2-6p-3=0$ 에서 $p^2-6p=3$

$q^2-6q-3=0$ 에서 $q^2-6q=3$

$\therefore\ (p^2-6p+5)(q^2-6q+3)=(3+5)(3+3)=48$