

1. 두 점 (0, 0), (4, -3) 사이의 거리를 구하면?

- ① 7 ② 6 ③ 5 ④ 4 ⑤ 3

해설

$$\sqrt{(4-0)^2 + (-3-0)^2} = \sqrt{25} = 5$$

2. 두 점 A (-2, 0), B (7, 0) 에서 \overline{AB} 를 2 : 1 로 내분하는 점 P 와 외분하는 점 Q 의 좌표는?

- ① P(4, 0), Q(16, 0) ② P(2, 0), Q(-16, 0)
③ P(4, 0), Q(-8, 0) ④ P(4, 0), Q(4, 0)
⑤ P(-4, 0), Q(16, 0)

해설

내분점 P 의 좌표는

$$P\left(\frac{-2 \times 1 + 7 \times 2}{2 + 1}, \frac{0 \times 1 + 0 \times 2}{2 + 1}\right)$$

$$\therefore P(4, 0)$$

외분점 Q 의 좌표는

$$Q\left(\frac{2 \times 1 + 7 \times 2}{2 - 1}, \frac{-0 \times 1 + 0 \times 2}{2 - 1}\right)$$

$$\therefore Q(16, 0)$$

3. 다음 주어진 조건을 만족하는 직선의 방정식을 구한 것 중 틀린 것을 고르면?

① 기울기가 2 이고, y 절편이 1 인 직선: $y = 2x + 1$

② 점(1,0) 을 지나고, 기울기가 3 인 직선: $y = 3x - 3$

③ 점 (3,5) 를 지나고, y 축에 평행한 직선: $x = 3$

④ 두 점 (2,0), (0,-1) 을 지나는 직선: $\frac{1}{2}x - y = 1$

⑤ 두 점 (-1,-1), (3,1) 을 지나는 직선: $x + 2y - 1 = 0$

해설

$$\textcircled{5} y = \frac{1 - (-1)}{3 - (-1)}(x - 3) + 1, y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x - 2y - 1 = 0$$

4. x 축의 양의 방향과 30° 를 이루고 x 절편이 -1 인 직선의 방정식은 $ax + by + 1 = 0$ 이다. 이 때, ab 의 값은?

- ㉠ $-\sqrt{3}$ ㉡ -1 ㉢ $\frac{1}{2}$ ㉣ $\sqrt{2}$ ㉤ 4

해설

$$\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

따라서 준 직선은 기울기가 $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 이고,

점 $(-1, 0)$ 을 지나는 직선이다.

$$\therefore y - 0 = \frac{1}{\sqrt{3}}(x + 1)$$

$$\therefore x - \sqrt{3}y + 1 = 0$$

$$\therefore a = 1, b = -\sqrt{3}$$

$$\therefore ab = -\sqrt{3}$$

5. 직선 $2x - 3y = 1$ 과 수직이고, 점 $(4, 11)$ 를 지나는 직선의 y 절편은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$2x - 3y = 1$ 과 수직이므로 직선의 기울기는 $-\frac{3}{2}$

$y = -\frac{3}{2}x + b$ 에 $(4, 11)$ 를 대입하면 $b = 5$

따라서 y 절편은 5이다.

6. 세 직선 $l : y = -2x + 3, m : 4x - 2y + 1 = 0, n : x - 2y + 3 = 0$ 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것은?

보기

㉠ $l // m$

㉡ $m \perp n$

㉢ $l \perp n$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉡

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$$l : y = -2x + 3, m : 4x - 2y + 1 = 0 \Leftrightarrow y = 2x + \frac{1}{2}$$

$$n : x - 2y + 3 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \text{에서}$$

두 직선 l 과 n 의 기울기의 곱이

$$(-2) \times \frac{1}{2} = -1 \text{이므로}$$

l 과 n 은 서로 수직이다.

즉, $l \perp n$ 한편, 기울기가 같은 직선은

없으므로 서로 평행한 직선은 없다.

따라서 옳은 것은 ㉢뿐이다

7. 좌표평면 위의 점 (1, 2) 와 직선 $x + 2y = 0$ 사이의 거리는?

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ 5

해설

점 (1, 2) 와 직선 $x + 2y = 0$ 사이의 거리 d 는

$$\therefore d = \frac{|1 \cdot 1 + 2 \cdot 2|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \sqrt{5}$$

8. 평행한 두 직선 $3x - 5y + 2 = 0$, $3x - 5y - 1 = 0$ 사이의 거리는?

① $\frac{2\sqrt{17}}{17}$

② $\frac{3\sqrt{17}}{17}$

③ $\frac{\sqrt{34}}{34}$

④ $\frac{2\sqrt{34}}{34}$

⑤ $\frac{3\sqrt{34}}{34}$

해설

$3x - 5y + 2 = 0$ 위의 점 $(0, \frac{2}{5})$ 에서

$3x - 5y - 1 = 0$ 까지의 거리

$$\frac{|3 \cdot 0 - 5 \cdot \frac{2}{5} - 1|}{\sqrt{9 + 25}} = \frac{3}{\sqrt{34}} = \frac{3\sqrt{34}}{34}$$

9. 직선 $2x - y + 3 = 0$ 을 x 축 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 이동하면 $2x + ay + b = 0$ 이 된다고 한다. 이때, $a + b$ 의 값은?

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$2x - y + 3 = 0$ 을 x 축 방향으로 -1 만큼,
 y 축의 방향으로 2 만큼 이동하면
 $2(x + 1) - (y - 2) + 3 = 0$ 이 된다.
이 식을 정리하면 $2x - y + 7 = 0$ 이다.
따라서 $a + b = -1 + 7 = 6$

10. 두 점 A(4, -3), B(a, 3) 사이의 거리가 $6\sqrt{2}$ 일 때, 양수 a 의 값은?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

두 점 A(4, -3), B(a, 3) 에 대하여

$$\begin{aligned} \overline{AB} &= \sqrt{(a-4)^2 + (3+3)^2} \\ &= \sqrt{a^2 - 8a + 52} \\ &= 6\sqrt{2} \end{aligned}$$

위의 식의 양변을 제곱하면 $a^2 - 8a + 52 = 72$

$$a^2 - 8a - 20 = 0$$

$$(a-10)(a+2) = 0$$

$$\therefore a = 10 (\because a > 0)$$

11. 세 점 $A(0, 3)$, $B(-6, 0)$, $C(3, 0)$ 에 대하여 \overline{AB} 를 2 : 1로 내분하는 점을 $P(a, b)$, \overline{BC} 를 2 : 1로 외분하는 점을 $Q(c, d)$ 라고 할 때, $c - 3a + bd$ 의 값을 구하면?

- ① 0 ② 12 ③ 24 ④ 25 ⑤ 40

해설

$$P\left(\frac{2 \cdot (-6) + 1 \cdot (0)}{2 + 1}, \frac{2 \cdot (0) + 1 \cdot (3)}{2 + 1}\right)$$

$$= P(-4, 1) = P(a, b)$$

$$Q\left(\frac{2 \cdot 3 - 1 \cdot (-6)}{2 - 1}, \frac{0}{2 - 1}\right) = Q(12, 0) = Q(c, d)$$

$$\therefore c - 3a + bd = 12 - 3 \cdot (-4) + 1 \cdot 0 = 24$$

12. 삼각형 ABC의 세 꼭짓점의 좌표가 A(1, 1), B(2, 4), C(6, 3)이고 선분 AB를 2:1로 외분하는 점을 D라 하자. 삼각형 BCD의 무게중심의 좌표가 (x, y)일 때, x-y의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

두 점 A(1, 1), B(2, 4)이므로
점 D의 좌표를 (a, b)라 하면

$$a = \frac{2 \cdot 2 - 1 \cdot 1}{2 - 1} = 3, b = \frac{2 \cdot 4 - 1 \cdot 1}{2 - 1} = 7$$

따라서 D(3, 7)이므로

삼각형 BCD의 무게중심의 좌표 (x, y)는

$$x = \frac{2 + 6 + 3}{3} = \frac{11}{3}, y = \frac{4 + 3 + 7}{3} = \frac{14}{3}$$

$$\therefore x - y = \frac{11}{3} - \frac{14}{3} = -1$$

13. A(2, 0), B(0, 2)에서의 거리의 제곱의 합이 12인 점 P(x, y)의 자취를 나타내는 식은?

① $x^2 + y^2 + 2x + 2y = 2$

② $x^2 + y^2 + 2x - 2y = 2$

③ $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 2$

④ $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 2$

⑤ $x^2 + y^2 + x - y = 2$

해설

$$(\overline{PA})^2 = (x-2)^2 + y^2$$

$$(\overline{PB})^2 = x^2 + (y-2)^2$$

$$\therefore (x-2)^2 + y^2 + x^2 + (y-2)^2 = 12$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 2x - 2y = 2$$

14. 두 점 $A(1, 5)$, $B(-3, -1)$ 을 지름의 양 끝점으로 하는 원의 방정식은?

① $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 13$ ② $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 52$

③ $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 13$ ④ $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 13$

⑤ $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 52$

해설

원의 중심은 두 점 A , B 의 중점이므로,

$$\left(\frac{1-3}{2}, \frac{5-1}{2}\right) = (-1, 2) \text{ 이다.}$$

또, 원의 반지름의 길이는

$$\frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}\sqrt{(-3-1)^2 + (-1-5)^2} = \sqrt{13}$$

따라서 구하는 원의 방정식은

$$(x+1)^2 + (y-2)^2 = 13$$

15. 중심이 직선 $y = x + 2$ 위에 있고, 점 $(4, 4)$ 를 지나며, y 축에 접하는 원 중 반지름의 크기가 작은 원의 방정식을 구하면?

- ① $(x-3)^2 + (y-5)^2 = 4$
- ② $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 9$
- ③ $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 4$
- ④ $(x-10)^2 + (y-12)^2 = 100$
- ⑤ $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 100$

해설

원의 방정식을 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = a^2$ 으로 놓으면
 중심 (a, b) 가 $y = x + 2$ 위에 있으므로
 $b = a + 2$ ㉠
 점 $(4, 4)$ 를 지나므로
 $(4-a)^2 + (4-b)^2 = a^2$ ㉡
 ㉠을 ㉡에 대입하면 $(4-a)^2 + (4-a-2)^2 = a^2$
 $a^2 - 12a + 20 = 0 \quad \therefore a = 2, 10$
 $\therefore a = 2$ 일 때 $b = 4$, $a = 10$ 일 때 $b = 12$
 따라서 구하는 방정식은
 $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 4$,
 $(x-10)^2 + (y-12)^2 = 100$

16. 직선 $3x + 4y - 5 = 0$ 를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동시켰을 때, 이 직선의 y 절편의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{5}{4}$ ③ 3 ④ $-\frac{1}{4}$ ⑤ -8

해설

직선 $3x + 4y - 5 = 0$ 를
 x 축의 방향으로 2 만큼,
 y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동시키면
 $3(x - 2) + 4(y + 3) - 5 = 0$ 으로 나타낼 수 있다.
이 식을 정리하면 $3x + 4y + 1 = 0$
따라서 이 직선의 y 절편의 값은 $-\frac{1}{4}$ 이다.

17. 점 (2, 4) 를 x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 다음 직선 $x = 3$ 에 대하여 대칭이동 점의 좌표를 구하면?

① (1, 3)

② (2, 4)

③ (3, 5)

④ (4, 6)

⑤ (5, 7)

해설

점 (2, 4) 를 다시 x 축의 방향으로
2 만큼 평행이동한 점의 좌표는
(2+2, 4), 즉 (4, 4)
점 (4, 4) 를 다시 직선 $x = 3$ 에 대하여
대칭이동한 점의 좌표는
(2·3-4, 4), 즉 (2, 4)

18. 점 (3, 4) 에서 직선 $2x - y + k = 0$ 까지의 거리가 $\sqrt{5}$ 일 때, 양수 k 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\frac{|2 \times 3 - 4 + k|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \sqrt{5} \text{ 이므로, } |2 + k| = 5 \text{ 이다.}$$

따라서 $k = 3$ ($\because k$ 는 양수)

19. 두 원 $x^2 + y^2 = 1$, $(x-a)^2 + (y-b)^2 = 4$ 에 대하여 두 원이 외접할 때 $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

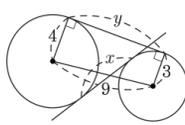
▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

외접하기 위한 조건은 $\sqrt{a^2 + b^2} = 2 + 1$
 $\therefore a^2 + b^2 = 9$

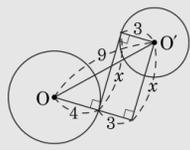
20. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 각각 3, 4 이고 중심거리가 9 인 두 원의 공통내접선의 길이와 공통외접선의 길이를 각각 x , y 라 할 때, $x^2 + y^2$ 의 값을 구하시오.



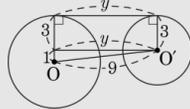
▶ 답:

▷ 정답: 112

해설



$$9^2 = (4 + 3)^2 + x^2 \quad \therefore x^2 = 9^2 - 7^2$$



$$9^2 = y^2 + (4 - 3)^2 \quad \therefore y^2 = 9^2 - 1^2$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 2 \cdot 9^2 - 7^2 - 1^2 = 112$$

21. 직선 $y = mx + 3$ 이 원 $x^2 + y^2 = 1$ 와 서로 만나지 않을 때, m 값의 범위를 구하면?

① $-2\sqrt{2} < m < 2\sqrt{2}$

② $-2\sqrt{2} \leq m \leq 2\sqrt{2}$

③ $-2\sqrt{3} < m < 2\sqrt{3}$

④ $m \leq -2\sqrt{2}, m \geq 2\sqrt{2}$

⑤ $m < -3\sqrt{2}, m > 3\sqrt{2}$

해설

원과 직선이 서로 만나지 않으려면 원의 중심부터 직선까지 거리가 반지름보다 커야 한다.

$$\therefore \frac{|m \times 0 + (-1) \times 0 + 3|}{\sqrt{m^2 + 1}} > 1$$

$$\Rightarrow m^2 + 1 < 9$$

$$\Rightarrow -2\sqrt{2} < m < 2\sqrt{2}$$

22. 중심이 $C(1, 2)$ 이고, 직선 $L : x + 2y = 0$ 에 접하는 원의 반지름을 r 이라 할 때 r^2 은 얼마인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

중심에서 접선까지의 거리가 원의 반지름과 같으므로

$$\text{반지름은 } \frac{|1+4|}{\sqrt{1^2+2^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

∴ 구하는 원의 방정식은

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5 \text{ 이므로}$$

$$\therefore r^2 = 5$$

23. $x^2 + y^2 = 5$ 밖의 한 점 $(-1, 3)$ 에서 이 원에 접선을 그을 때, 점 $(-1, 3)$ 에서 접점까지의 거리를 구하여라.

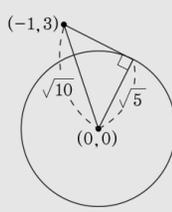
▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{5}$

해설

접선의 길이를 구하는 것이므로

$$\sqrt{1^2 + (-3)^2 - 5} = \sqrt{5}$$



24. 원 $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 10$ 위의 점 $(-3, 4)$ 에서의 접선의 방정식이 $y = mx + n$ 일 때, $3m + n$ 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$(-3, 4)$ 을 지나는 방정식 : $y = m(x+3) + 4$
원에 접하므로 원 중심에서 직선까지 거리는
반지름과 같다.

$$\Rightarrow \frac{|m \times (-2) - 1 \times 1 + 3m + 4|}{\sqrt{m^2 + 1}} = \sqrt{10}$$

$$\Rightarrow (m+3)^2 = 10m^2 + 10$$

$$\Rightarrow (3m-1)^2 = 0, m = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \text{접선의 방정식은 } y = \frac{1}{3}x + 5 \Rightarrow 3m + n = 6$$

25. 직선 $y = x + 1$ 에 관해서 점 $A(-2, 3)$ 과 대칭인 점의 좌표를 (x, y) 라 할 때, $x + y$ 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$y = x + 1$ 에 $A(-2, 3)$ 에 대칭인 점은 A' 이므로 $\overline{AA'}$ 의 중점은 $y = x + 1$ 위의 점이다.

$$\frac{-2+a}{2} + 1 = \frac{3+b}{2} \dots\dots \textcircled{A}$$

또 $\overline{AA'}$ 의 기울기와 $y = x + 1$ 의 기울기의 곱이 -1 이므로

$$\left(\frac{b-3}{a+2}\right) \times 1 = -1$$

$$\therefore b-3 = -a-2 \dots\dots \textcircled{B}$$

\textcircled{A} , \textcircled{B} 에 의해 $a = 2$, $b = -1$

$\therefore (2, -1)$