

1. 다음 두 점 사이의 거리를 구하여라.

$A(\sqrt{3}-1, 1-\sqrt{2}), B(\sqrt{3}, 1+\sqrt{2})$

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{3}+1)^2+(1-\sqrt{2}-1+\sqrt{2})^2} \\ &= \sqrt{1+8}=3\end{aligned}$$

2. 두 점 A(-2, 1), B(4, 7) 의 중점의 좌표는?

- ① $M\left(\frac{1}{2}, 4\right)$ ② $M(1, 2)$ ③ $M(1, 4)$
④ $M\left(1, \frac{3}{2}\right)$ ⑤ $M(2, 2)$

해설

중점 M의 좌표 $M(x, y)$ 라 하면

$$x = \frac{-2+4}{2} = 1, y = \frac{1+7}{2} = 4$$

따라서 $M(1, 4)$

3. 두 점 A (1, -1), B (4, -5)을 잇는 선분 AB를 3 : 1로 외분하는 점 Q의 좌표는?

① (4, -1)

② $\left(\frac{11}{2}, -7\right)$

③ $\left(-3, \frac{15}{2}\right)$

④ $\left(\frac{2}{3}, -1\right)$

⑤ (3, 1)

해설

$$\left(\frac{12-1}{3-1}, \frac{-15+1}{3-1}\right) = \left(\frac{11}{2}, -7\right)$$

4. 세 점 A(2, a), B(3, 4), C(b , -2)를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 의 무게 중심의 좌표가 (1, 2)일 때, $a - b$ 는?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

세 점 A(2, a), B(3, 4), C(b , -2)를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 의 무게중심의 좌표가 (1, 2)이므로,

$$\frac{2+3+b}{3} = 1 \text{에서 } b = -2$$

$$\frac{a+4-2}{3} = 2 \text{에서 } a = 4$$

$$\therefore a - b = 6$$

5. 다음 중 점 $(2, 3)$ 을 지나고 직선 $2x + y + 3 = 0$ 에 평행한 직선의 방정식은?

- ① $y = -2x + 7$ ② $y = 2x + 7$ ③ $2x + y + 7 = 0$
④ $2x - y - 7 = 0$ ⑤ $x + 2y + 7 = 0$

해설

$y = -2x - 3$ 에 평행하므로 기울기는 -2 이다.

$\therefore y = -2(x - 2) + 3 = -2x + 7$

6. 점 $(a+b, ab)$ 가 제 2사분면의 점일 때, $(a, a+b)$ 는 제 $\square$ 사분면, 점 $\left(\frac{b}{a}, b\right)$ 는 제 $\square$ 사분면의 점이다. 다음 중 $\square$ 안에 들어갈 알맞은 것을 차례로 나열한 것은?

① 1, 2 ② 2, 3 ③ 3, 4 ④ 1, 4 ⑤ 3, 2

해설

점 $(a+b, ab)$ 가 제 2사분면의 점이므로

$$a+b < 0, ab > 0$$

$$\therefore a < 0, b < 0$$

$$\therefore a+b < 0, \frac{b}{a} > 0$$

따라서 점 $(a, a+b)$ 는 제 3사분면의 점이고

점 $\left(\frac{b}{a}, b\right)$ 는 제 4사분면의 각이다.

7. $(3k+2)x - (k+1)y + 4 = 0$ 은 k 값에 관계없이 한 점 $A(a, b)$ 를 지난다. 이때, $a + b$ 값은?

① 12

② 14

③ 16

④ 18

⑤ 20

해설

준 식 : $(3x - y)k + 2x - y + 4 = 0$

이 식이 k 에 대한 항등식이므로

$$3x - y = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$2x - y + 4 = 0 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} : x = 4, y = 12$$

$$\therefore A(a, b) = (4, 12)$$

$$\therefore a + b = 4 + 12 = 16$$

8. 두 점 A(1,2), B(3,4)로부터 같은 거리에 있는 점 P가 나타내는 직선의 x 절편과 y 절편의 합은?

① -10

② -4

③ 0

④ 5

⑤ 10

해설

P(x , y)라 하면 $\overline{AP} = \overline{BP}$

즉, $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 이므로

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 = (x-3)^2 + (y-4)^2$$

$$y = -x + 5$$

따라서 x 절편은 5, y 절편은 5이다.

$$\therefore 5 + 5 = 10$$

9. 직선 $2x - y + 5 = 0$ 을 x 축의 방향으로 4만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 도형의 방정식은?

- ① $2x - y + 3 = 0$ ② $2x + y + 1 = 0$ ③ $2x - y - 1 = 0$
④ $2x - y - 3 = 0$ ⑤ $2x - y - 5 = 0$

해설

직선 $2x - y + 5 = 0$ 을 x 축의 방향으로 4만큼,
 y 축의 방향으로 -2 만큼 평행 이동하면

$$2(x - 4) - (y + 2) + 5 = 0$$

$$\therefore 2x - y - 5 = 0$$

10. 두 점 A(-3, 2), B(4, 5)에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P의 좌표는?

① (-3, 0)

② (1, 0)

③ (2, 0)

④ (-1, 0)

⑤ (5, 0)

해설

x 축 위의 점을 P(x , 0)라 하면

$\overline{PA} = \overline{PB}$ 에서 $\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2$ 이므로

$$(x+3)^2 + (0-2)^2 = (x-4)^2 + (0-5)^2$$

$$14x = 28$$

따라서 $x = 2$ 즉, P(2, 0)

11. 두 직선 $2x + y - 4 = 0$, $x - 2y + 3 = 0$ 의 교점과 점 $(2, 3)$ 을 지나는 직선의 방정식을 구하면?

- ① $x - y + 1 = 0$ ② $x + y + 1 = 0$ ③ $x - y - 1 = 0$
④ $x - y + 2 = 0$ ⑤ $x + y + 2 = 0$

해설

두 직선 $2x + y - 4 = 0$ 과 $x - 2y + 3 = 0$ 의

교점을 지나는 직선의 방정식은

$$2x + y - 4 + k(x - 2y + 3) = 0 \cdots \textcircled{1}$$

이때, $\textcircled{1}$ 이 점 $(2, 3)$ 을 지나므로 $3 - k = 0$

$$\therefore k = 3$$

$k = 3$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하여 정리하면 $x - y + 1 = 0$

12. 원점에서 직선 $3x - 4y - 5 = 0$ 에 이르는 거리를 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

점과 직선 사이의 거리 구하는 공식을 이용하면,

$$\frac{|0 \times 3 + 0 \times (-4) - 5|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 1$$

13. 두 점 A(1, 2), B(-1, 4)를 지름의 양 끝점으로 하는 원의 방정식은?

① $(x-1)^2 + (y-4)^2 = 4$

② $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 8$

③ $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$

④ $x^2 + (y-3)^2 = 2$

⑤ $x^2 + y^2 = 2$

해설

원의 중심 : $\left(\frac{1+(-1)}{2}, \frac{2+4}{2}\right) = (0, 3)$

반지름 : $\frac{\sqrt{2^2+2^2}}{2}$

∴ 원의 방정식 : $x^2 + (y-3)^2 = (\sqrt{2})^2$

14. 원 $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$ 과 중심이 같고 점 $(5, -3)$ 을 지나는 원의 방정식을 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ 이라고 할 때, $a + b + r$ 의 값은?
(단, a, b, r 은 상수)

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$
 $\Rightarrow (x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$
 $\therefore$ 중심은 $(2, 1)$ 이다.
 $\Rightarrow (x - 2)^2 + (y - 1)^2 = r^2$
 $(5, -3)$ 을 지나므로 대입하면,
 $(5 - 2)^2 + (-3 - 1)^2 = r^2 \quad r = 5$
 $\therefore a + b + r = 2 + 1 + 5 = 8$

15. 직선 $x + 3y - k = 0$ 이 원 $(x - 5)^2 + y^2 = 3$ 의 넓이를 이등분할 때, k 의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

직선이 원의 넓이를 이등분하려면 직선이 원의 중심을 지나면 된다.

따라서 원의 중심 (5, 0)이 직선 위에 있으므로 $5 - k = 0$

$\therefore k = 5$

16. 점 $(-1, 2)$ 를 x 축에 대하여 대칭이동시킨 후, 다시 y 축에 대하여 대칭이동시켰다. 이것을 x 축으로 a , y 축으로 b 만큼 평행이동시킨 후 다시 원점에 대하여 대칭이동시켰더니 점 $(1, 2)$ 가 되었다. $a + b$ 의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

점 $(-1, 2)$ 를 x 축에 대하여
대칭이동하면 $(-1, -2)$
이것을 y 축에 대하여 대칭이동하면 $(1, -2)$
이것을 다시 x 축으로 a ,
 y 축으로 b 만큼 평행이동하면
 $(1 + a, -2 + b)$
원점에 대하여 대칭이동하면 $(-1 - a, 2 - b)$
이것이 점 $(1, 2)$ 가 되려면 $a = -2, b = 0$
 $\therefore a + b = -2$

17. 직선 $2x - 3y + 6 = 0$ 을 점 $(4, -3)$ 에 대하여 대칭이동한 다음, 직선 $y = -x$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 구하면?

① $x - y - 5 = 0$

② $2x - 4y - 9 = 0$

③ $3x - 2y - 40 = 0$

④ $2x - y - 21 = 0$

⑤ $6x - 3y - 29 = 0$

해설

직선 $2x - 3y + 6 = 0$ 을 점 $(4, -3)$ 에 대하여
대칭이동한 도형의 방정식은

$$2(8 - x) - 3(-6 - y) + 6 = 0$$

$$\text{즉, } 2x - 3y - 40 = 0$$

이것을 다시 직선 $y = -x$ 에 대하여

대칭이동한 도형의 방정식은

$$2(-y) - 3(-x) - 40 = 0$$

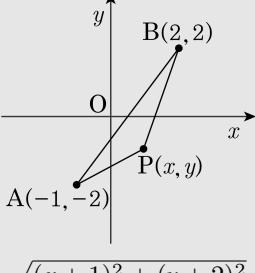
$$\therefore 3x - 2y - 40 = 0$$

18. x, y 가 실수일 때, $\sqrt{(x+1)^2+(y+2)^2} + \sqrt{(x-2)^2+(y-2)^2}$ 의 최솟값은?

- ① 3
- ② $3\sqrt{2}$
- ③ 5
- ④ $4\sqrt{2}$
- ⑤ 6

해설

다음 그림에서



$\sqrt{(x+1)^2+(y+2)^2} + \sqrt{(x-2)^2+(y-2)^2}$
= $\overline{AP} + \overline{BP} \geq \overline{AB}$
= $\sqrt{(2+1)^2+(2+2)^2} = 5$ 이므로
구하는 최솟값은 5이다.

19. 두 원 $x^2 + y^2 - 5 = 0$, $x^2 + y^2 - 3x - y - 4 = 0$ 의 교점과 점(1,1)을 지나는 원의 방정식이 $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ 일 때, $A + B - C$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$x^2 + y^2 - 5 = 0, x^2 + y^2 - 3x - y - 4 = 0$$

교점을 지나는 원의 방정식은

$$(x^2 + y^2 - 5)m + x^2 + y^2 - 3x - y - 4 = 0$$

의 꼴이고, 이 원이 점 (1,1)을지나므로

$$(1 + 1 - 5)m + 1 + 1 - 3 - 1 - 4 = 0$$

$$\therefore m = -2$$

이 값을 대입하고 정리하면

$$x^2 + y^2 + 3x + y - 6 = 0 \text{ 이다.}$$

$$\therefore A = 3, B = 1, C = -6$$

$$\text{그러므로 } A + B - C = 10$$

20. 직선 $3x + 4y + a = 0$ 이 원 $x^2 + y^2 = 4$ 와 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 정수 a 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 19개

해설

직선이 원과 서로 다른 두 점에서 만나려면
원의 중심에서 직선까지의 거리(d) 보다
원의 반지름 (r) 이 크다.

$$d = \frac{|3 \times 0 + 4 \times 0 + a|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|a|}{5} < 2 = r$$

$$\frac{|a|}{5} < 2, |a| < 10, -10 < a < 10$$

$$a = -9, -8, -7, -6, \dots, 6, 7, 8, 9 \therefore 19 \text{개}$$

21. 직선 $y = x + 4$ 가 원 $x^2 + y^2 = 9$ 에 의해서 잘린 현의 길이를 구하여라.

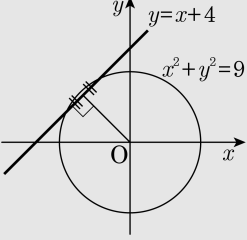
▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

원의 중심 원점에서 직선에 이르는 거리는 직선 $x - y + 4 = 0$

이므로 $\frac{|4|}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$



원의 중심에서 현에 내린 수선은 현을 수직이등분하므로 피타고라스 정리에서 ,

현의 길이는 $2\sqrt{3^2 - (2\sqrt{2})^2} = 2$

22. $x^2 + y^2 + 4x - 8y + 16 = 0$ 밖의 점 (a, a) 로부터 이 원에 그은 접선의 길이가 $\sqrt{14}$ 가 되도록 a 의 값을정하면?

① -1

② 1

③ -2 또는 -4

④ 2 또는 4

⑤ 1 또는 2

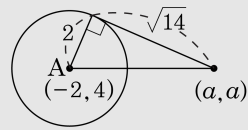
해설

$$\text{준식} = x^2 + 4x + y^2 - 8y + 16 = 0$$

$$\rightarrow (x+2)^2 + (y-4)^2 = 4 \cdots \text{㉠}$$

점 (a, a) 로부터

㉠에 그은 접선의 길이를 l 이라 하면



$$l^2 = 14 = (a+2)^2 + (a-4)^2 - 4$$

$$\rightarrow a^2 + 4a + 4 + a^2 - 8a + 16 - 4 - 14 = 0$$

$$\rightarrow 2a^2 - 4a + 2 = 0 \rightarrow a^2 - 2a + 1 = 0$$

$$\rightarrow (a-1)^2 = 0$$

$$\therefore a = 1$$

23. 원 $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 3 = 0$ 위의 점 $(3, 0)$ 에서의 접선의 방정식을 구하면 $ax + by = 3$ 이 될 때, $a - b$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 4

해설

공식 $x_1x + y_1y - 4 \cdot \frac{(x_1 + x)}{2} - 6 \cdot \frac{(y_1 + y)}{2} + 3 = 0$ 에 의해
 $3x + 0 - 2x - 6 - 3y + 3 = 0$
 $\rightarrow x - 3y = 3$ 이 된다.
 $\therefore a = 1, \quad b = -3$

24. 점 $(3, -1)$ 에서 원 $x^2 + y^2 = 5$ 에 그은 접선의 방정식 중 기울기가 음수인 것의 y 절편을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

점 $(3, -1)$ 을 지나고 접선의 기울기를 m 이라고 하면

접선은 $y + 1 = m(x - 3) \cdots \textcircled{1}$

따라서 원의 중심 $(0, 0)$ 에서 직선

$mx - y - 3m - 1 = 0$ 과의 거리가

원의 반지름 $\sqrt{5}$ 와 같다.

$\frac{|-3m - 1|}{\sqrt{m^2 + 1}} = \sqrt{5}, |-3m - 1| = \sqrt{5} \sqrt{m^2 + 1}$

양변을 제곱하면

$9m^2 + 6m + 1 = 5m^2 + 5, 4m^2 + 6m - 4 = 0$

따라서, 기울기 $m = \frac{1}{2}, -2$

여기서 기울기가 음수인 -2 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$y = -2x + 5$

따라서 y 절편은 5이다.

25. 원 $x^2 + y^2 = \frac{13}{4}$ 과 함수 $y = \frac{3}{2x}$ 의 그래프가 만나는 모든 교점의 x 좌표를 a, b, c, d 라 할 때, $abcd$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$y = \frac{3}{2x}$ 을 $x^2 + y^2 = \frac{13}{4}$ 에 대입하면

$$x^2 + \frac{9}{4x^2} = \frac{13}{4}$$

$x \neq 0$ 이므로 양변에 $4x^2$ 을 곱하고 정리하면

$$4x^4 - 13x^2 + 9 = (x^2 - 1)(4x^2 - 9) = 0$$

$$\therefore x = \pm 1, \pm \frac{3}{2}$$

따라서 구하는 답은

$$4 \times (-1) \times 1 \times \frac{3}{2} \times \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{9}{4} \times 4 = 9$$