

1. a 가 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7의 값을 가질 때, 분수 $\frac{a}{150}$ 가 유한소수가 되도록 하는 a 의 값의 합은?

① 3

② 6

③ 8

④ 9

⑤ 16

해설

$\frac{a}{150} = \frac{a}{2 \times 3 \times 5^2}$ 가 유한소수가 되기 위해서는

a 는 3의 배수이어야 하므로 $a = 3, 6$ 이다.

$\therefore 3 + 6 = 9$

2. $a = 3^{x+1}$ 일 때, 9^x 을 a 를 사용하여 나타내면?

① $\frac{a^2}{9}$

② $\frac{a^3}{9}$

③ $\frac{a^4}{9}$

④ $\frac{a^5}{9}$

⑤ $\frac{a^6}{9}$

해설

$$a = 3 \times 3^x \quad \therefore 3^x = \frac{a}{3}$$

$$9^x = (3^2)^x = (3^x)^2 = \left(\frac{a}{3}\right)^2 = \frac{a^2}{9}$$

3. 다음 중에서 안에 들어갈 알맞은 식이 같은 것끼리 짝지은 것을 모두 골라라. (정답 2 개)

$$\textcircled{\text{㉠}} \quad 6x^2 \times \square = 24x^3$$

$$\textcircled{\text{㉡}} \quad (2x)^2 \times \square = 8x^3$$

$$\textcircled{\text{㉢}} \quad 16x^9 \div \square = 4x^8$$

$$\textcircled{\text{㉣}} \quad 2x^9 \div x^7 \div \square = x$$

$$\textcircled{1} \quad \textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}$$

$$\textcircled{2} \quad \textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉢}}$$

$$\textcircled{3} \quad \textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉢}}$$

$$\textcircled{4} \quad \textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉣}}$$

$$\textcircled{5} \quad \textcircled{\text{㉢}}, \textcircled{\text{㉣}}$$

해설

$$\textcircled{\text{㉠}} \quad \square = 24x^3 \div 6x^2 = 4x$$

$$\textcircled{\text{㉡}} \quad \square = 8x^3 \div (2x)^2 = 8x^3 \div 4x^2 = 2x$$

$$\textcircled{\text{㉢}} \quad \square = 16x^9 \div 4x^8 = \frac{16x^9}{4x^8} = 4x$$

$$\textcircled{\text{㉣}} \quad 2x^9 \div x^7 \div \square = x \quad \text{이므로} \quad 2x^2 \div \square = x$$

$$\therefore \square = 2x^2 \div x = 2x$$

따라서, 안의 식이 같은 것은 $\textcircled{\text{㉠}}$ 과 $\textcircled{\text{㉢}}$, $\textcircled{\text{㉡}}$ 과 $\textcircled{\text{㉣}}$ 이다.

4. $y = 4x - 3$ 일 때, $-4x^2 + 2xy - y$ 을 x 에 관한 식으로 나타낼 때, $Ax^2 + Bx + C$ 이면 $A + B + C$ 의 값은?

① -11

② -3

③ 3

④ 11

⑤ 13

해설

$y = 4x - 3$ 을 식 $-4x^2 + 2xy - y$ 에 대입하면

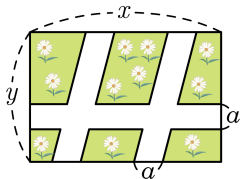
$$-4x^2 + 2x(4x - 3) - 4x + 3$$

$$= -4x^2 + 8x^2 - 6x - 4x + 3$$

$$= 4x^2 - 10x + 3$$

$$\therefore A + B + C = 4 + (-10) + 3 = -3$$

5. 다음 그림은 가로 길이 x 이고 세로 길이 y 인 직사각형 모양으로 생긴 꽃밭에 폭이 a 인 길을 만든 것이다. 이 꽃밭에서 길이 아닌 부분의 넓이를 x, y, a 를 사용하여 나타내면?



① $xy - ax - 2ay + 2a^2$

② $xy - ax - ay + 2a^2$

③ $xy - ax - 2ay + a^2$

④ $xy - ax - ay + a^2$

⑤ $xy + ax - ay + a^2$

해설

(직사각형의 넓이) $= xy$

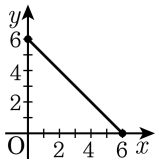
(길의 넓이) $= 2ay + ax - 2a^2$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

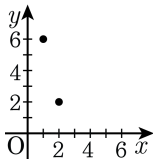
$$xy - (2ay + ax - 2a^2) = xy - 2ay - ax + 2a^2$$

6. x, y 가 자연수일 때, $4x + y - 10 = 0$ 의 해의 집합을 좌표평면 위에 옳게 나타낸 것은?

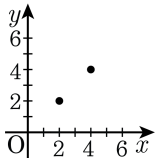
①



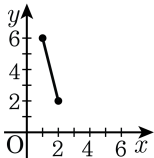
②



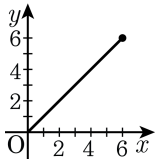
③



④



⑤



해설

x, y 가 자연수의 집합이므로 $x = 1, 2$ 를 차례로 대입하여 해를 구하면 $(1, 6), (2, 2)$ 이다.

7. 연립방정식 $\begin{cases} 2ax + by = -8 \\ ax - 3by = 17 \end{cases}$ 의 해가 $(1, 3)$ 일 때, $2a - b$ 의 값을 구하면?

① -8

② -6

③ -4

④ -2

⑤ 0

해설

$(1, 3)$ 을 두 식에 대입하면

$$2a + 3b = -8 \cdots (1), a - 9b = 17 \cdots (2)$$

$(1) \times 3 + (2)$ 하면 $7a = -7$

$$a = -1 \cdots (3)$$

(3) 을 (1) 에 대입하여 풀면 $b = -2$

$$\therefore 2a - b = 0$$

8. 두 일차방정식 $ax + y = c$, $x + by = 3$ 을 풀기 위하여 그래프를 그렸더니 그 교점의 좌표가 $(2, -2)$ 이었다. 이때, $b(2a - c)$ 의 값은?

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

교점의 좌표 $(2, -2)$ 가 연립방정식의 해이므로 $x = 2$, $y = -2$ 를 두 방정식에 대입하면

$2a - 2 = c$ 가 나오고 이를 정리하면 $2a - c = 2$ 가 되고, $2 - 2b = 3$ 을 정리하면 $b = -\frac{1}{2}$ 가 된다.

따라서 $b(2a - c) = -\frac{1}{2} \times 2 = -1$

9. $2x + 2y = 2$, $2x - 4y = -2$ 일 때, $3(x^2 - xy + y^2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

두 식을 연립하여 풀면 $y = \frac{2}{3}$, $x = \frac{1}{3}$ 이고, 주어진 식에 대입하면

$$3(x^2 - xy + y^2) = 3\left(\frac{1}{9} - \frac{2}{9} + \frac{4}{9}\right) = 3 \times \frac{3}{9} = 1$$

10. 다음은 순환소수 $0.7\dot{5}8$ 을 분수로 나타내는 과정이다. 안에 알맞은 수를 차례대로 써 넣어라.

순환소수 $0.7\dot{5}8$ 을 x 로 놓으면

$$x = 0.75858\cdots$$

$$\begin{array}{r} \boxed{}x = 758.5858\cdots \\ -) \boxed{}x = 7.5858\cdots \\ \hline \boxed{}x = 751 \end{array}$$

따라서 $x = \frac{751}{990}$ 이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1000

▷ 정답 : 10

▷ 정답 : 990

해설

순환소수 $0.7\dot{5}8$ 을 x 로 놓으면

$$x = 0.75858\cdots$$

$$\begin{array}{r} 1000x = 758.5858\cdots \\ -) 10x = 7.5858\cdots \\ \hline 990x = 751 \end{array}$$

따라서 $x = \frac{751}{990}$ 이다.

11. $(x^4)^3 \div (x^a)^2 = x^2$, $(y^3)^b \div y^9 = 1$, $x^8 \div (x^2)^c \div x = \frac{1}{x}$ 을 만족할 때,
 $a + b - c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$x^{12-2a} = x^2, 12 - 2a = 2$$

$$\therefore a = 5$$

$$y^{3b-9} = 1, 3b - 9 = 0$$

$$\therefore b = 3$$

$$x^{8-2c-1} = x^{-1}, 8 - 2c - 1 = -1$$

$$\therefore c = 4$$

$$\therefore a + b - c = 4$$

12. $(4x^a)^b = 64x^{15}$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$(4x^a)^b = 4^b x^{ab} = 4^3 x^{15}$ 이므로 $b = 3$, $ab = 15$ 이다.

따라서 $a = 5$ 이므로 $a - b = 5 - 3 = 2$ 이다.

13. 다음 중 옳지 않은 것을 고르면?

$$\textcircled{1} (a^2b)^2 \times (ab)^2 \div a^3b^3 = a^3b$$

$$\textcircled{2} (a^2b^3)^2 \times \frac{a^2}{b^4} = a^6b^2$$

$$\textcircled{3} (4a)^2 \times \left(\frac{a}{3}\right)^3 \div \left(\frac{1}{a^2}\right) = \frac{4a^3}{27}$$

$$\textcircled{4} \left(-\frac{a}{2}\right)^2 \times \left(\frac{ab}{3}\right)^3 = \frac{a^5b^3}{108}$$

$$\textcircled{5} \left(\frac{a}{4}\right)^2 \div \left(\frac{a}{b}\right)^2 \div (a^2b)^3 = \frac{1}{16a^6b}$$

해설

$$\textcircled{1} (a^2b)^2 \times (ab)^2 \div a^3b^3$$

$$= a^4b^2 \times a^2b^2 \times \frac{1}{a^3b^3}$$

$$= a^3b$$

$$\textcircled{2} (a^2b^3)^2 \times \frac{a^2}{b^4}$$

$$= a^4b^6 \times \frac{a^2}{b^4}$$

$$= a^6b^2$$

$$\textcircled{3} (4a)^2 \times \left(\frac{a}{3}\right)^3 \div \left(\frac{1}{a^2}\right)$$

$$= 2^4a^2 \times \frac{a^3}{27} \times a^2$$

$$= \frac{16a^7}{27}$$

$$\textcircled{4} \left(-\frac{a}{2}\right)^2 \times \left(\frac{ab}{3}\right)^3$$

$$= \frac{a^2}{4} \times \frac{a^3b^3}{27}$$

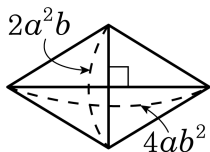
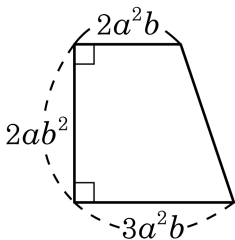
$$= \frac{a^5b^3}{108}$$

$$\textcircled{5} \left(\frac{a}{4}\right)^2 \div \left(\frac{a}{b}\right)^2 \div (a^2b)^3$$

$$= \frac{a^2}{16} \times \frac{b^2}{a^2 \times \frac{1}{a^6b^3}}$$

$$= \frac{1}{16a^6b}$$

14. 다음 그림에서 사다리꼴의 넓이는 마름모의 넓이의 몇 배인가?



- ① 2 배 ② $\frac{5}{4}$ 배 ③ $\frac{3}{2}$ 배 ④ 4 배 ⑤ $\frac{8}{3}$ 배

해설

(사다리꼴의 넓이)

$$= \{(\text{윗변} + \text{아랫변}) \times \text{높이}\} \times \frac{1}{2}$$

(마름모의 넓이)

$$= (\text{한 대각선의 길이}) \times (\text{다른 대각선의 길이}) \times \frac{1}{2}$$

(사다리꼴의 넓이)

$$= \{(2a^2b + 3a^2b) \times 2ab^2\} \times \frac{1}{2}$$

$$= (5a^2b \times 2ab^2) \times \frac{1}{2} = 5a^3b^3$$

$$(\text{마름모의 넓이}) = (2a^2b \times 4ab^2) \times \frac{1}{2} = 4a^3b^3$$

$5a^3b^3 = \frac{5}{4} \times 4a^3b^3$ 이므로, 사다리꼴의 넓이는 마름모의 넓이의 $\frac{5}{4}$ 배이다.

15. $\frac{3}{4}xy\left(-\frac{5}{3}x + \frac{1}{6}y - \frac{1}{3}\right)$ 을 간단히 하였을 때, 각 항의 계수의 합을 a 라 하자. 이때, $|8a|$ 의 값은?

① $\frac{15}{8}$

② $\frac{11}{8}$

③ 11

④ 15

⑤ $\frac{1}{8}$

해설

$$\frac{3}{4}xy \times \left(-\frac{5}{3}x\right) + \frac{3}{4}xy \times \frac{1}{6}y + \frac{3}{4}xy \times \left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{5}{4}x^2y + \frac{1}{8}xy^2 - \frac{1}{4}xy$$

따라서 $a = \left(-\frac{5}{4}\right) + \frac{1}{8} + \left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{11}{8}$ 이므로 $|8a| = 11$ 이다.

16. 연립방정식 $\begin{cases} 2x - 5y = 7 \\ x + ay = b \end{cases}$ 의 해가 무수히 많다고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

해를 무수히 많을 조건은 $\frac{2}{1} = \frac{-5}{a} = \frac{7}{b}$ 이므로

$$a = -\frac{5}{2}, b = \frac{7}{2} \quad \therefore a + b = -\frac{5}{2} + \frac{7}{2} = 1$$

17. $\frac{1378}{a}$ 를 순환소수로 나타내면 $0.2\dot{7}5\dot{8}$ 이다. a 의 값은?

① 4991

② 4992

③ 4993

④ 4994

⑤ 4995

해설

$$0.2\dot{7}5\dot{8} = \frac{2756}{9990} = \frac{1378}{4995} = \frac{1378}{a}$$

$$\therefore a = 4995$$

18. 순환소수 $0.3\dot{8}$ 에 어떤 자연수를 곱하면 유한소수가 된다. 곱하는 두 자리 자연수 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 99

해설

$0.3\dot{8} = \frac{38 - 3}{90} = \frac{35}{90}$ 에서 $\frac{7}{2 \times 3^2} \times x$ 가 유한소수가 되기 위해서는 x 가 9의 배수이므로 9의 배수 중 가장 큰 두 자리 자연수는 99

19. $7^{2x-1} + (7^2)^x + 7^{2x-1} = 63$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$7^{2x-1} + (7^2)^x + 7^{2x-1} = 63 \text{ 에서}$$

$$7^{2x-1} + 7^{2x} + 7^{2x-1} = 63$$

$$7^{2x} \times \frac{1}{7} + 7^{2x} + 7^{2x} \times \frac{1}{7} = 63$$

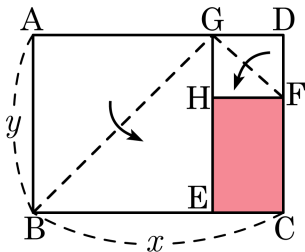
$$7^{2x} \left(\frac{1}{7} + 1 + \frac{1}{7} \right) = 63$$

$$\frac{9}{7} \times 7^{2x} = 63$$

$$7^{2x} = 63 \times \frac{7}{9} = 7^2$$

$$\therefore x = 1$$

20. 가로 길이가 $x\text{cm}$, 세로 길이가 $y\text{cm}$ ($x > y$)인 직사각형 ABCD를 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 $\overline{EB}$ 에, $\overline{GD}$ 를 $\overline{GH}$ 에 겹치도록 접었을 때 생기는 사각형 HECF의 넓이를 나타내는 식을 구하면?



- ① $(-x^2 + 2y^2)\text{cm}^2$ ② $(-x^2 - 2y^2)\text{cm}^2$
 ③ $(-x^2 + 3xy - 2y^2)\text{cm}^2$ ④ $(-x^2 + 6xy - 2y^2)\text{cm}^2$
 ⑤ $(-x^2 + 9xy - 2y^2)\text{cm}^2$

해설

$\overline{AB}$ 를 $\overline{EB}$ 에, $\overline{GD}$ 를 $\overline{GH}$ 에 겹치도록 접었다는 것은 $\square ABEG$ 와 $\square GHFD$ 가 정사각형이라는 뜻이다.

$\overline{GD}$ 의 길이는 $x - y$ 이고, $\square GHFD$ 이 정사각형이므로 $\overline{GH}$ 길이도 $x - y$ 이다.

따라서 $\overline{HE}$ 의 길이는 $y - (x - y) = -x + 2y$ 이다.

사각형 HECF의 넓이는 $(x - y)(-x + 2y) = -x^2 + 3xy - 2y^2$ 이 된다.

21. 다음 식에서 P 의 값을 구하여라. (단, $a \neq b \neq c$)

$$P = \frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-c)(b-a)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned} P &= \frac{-a}{(a-b)(c-a)} + \frac{-b}{(b-c)(a-b)} + \frac{-c}{(c-a)(b-c)} \\ &= \frac{-a(b-c) - b(c-a) - c(a-b)}{(a-b)(b-c)(c-a)} \\ &= \frac{-ab + ac - bc + ab - ac + bc}{(a-b)(b-c)(c-a)} = 0 \end{aligned}$$

22. 연립방정식
$$\begin{cases} \frac{4}{x} - \frac{3}{y} = 1 \\ \frac{x}{8} + \frac{y}{9} = 7 \end{cases}$$
 의 해를 구하여라

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 2$

▷ 정답 : $y = 3$

해설

$\frac{1}{x} = X, \frac{1}{y} = Y$ 라 하면

주어진 식은
$$\begin{cases} 4X - 3Y = 1 \cdots \textcircled{A} \\ 8X + 9Y = 7 \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$
 이므로

$\textcircled{A} \times 3 + \textcircled{B}$ 하면 $X = \frac{1}{2}, Y = \frac{1}{3}$

$\therefore x = 2, y = 3$

23. 3의 배수가 아닌 자연수 x 에 대하여 $f(x)$ 를 $\frac{x}{3}$ 를 소수로 나타낼 때, 순환마디에 있는 각 자리의 숫자를 더한 값으로 정의하자.

이때 $\frac{f(1)}{f(2)} + \frac{f(4)}{f(5)} + \frac{f(7)}{f(8)} + \cdots + \frac{f(19)}{f(20)} + \frac{f(22)}{f(23)} + \cdots + \frac{f(88)}{f(89)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\frac{1}{3} = 0.33333\ldots = 0.\dot{3}, \quad f(1) = 3$$

$$\frac{2}{3} = 0.66666\ldots = 0.\dot{6}, \quad f(2) = 6$$

$$\frac{4}{3} = 1.33333\ldots = 1.\dot{3}, \quad f(4) = 3$$

$$\frac{5}{3} = 1.66666\ldots = 1.\dot{6}, \quad f(5) = 6 \text{ 이므로}$$

$$\frac{f(1)}{f(2)} + \frac{f(4)}{f(5)} + \frac{f(7)}{f(8)} + \cdots + \frac{f(19)}{f(20)} + \frac{f(22)}{f(23)} + \cdots + \frac{f(88)}{f(89)} \text{ 은}$$

분모가 6이고 분자가 3인 수들의 합이다.

$$89 = 3 \times 30 - 1 \text{ 이므로}$$

$$\text{구하는 값은 } \frac{1}{2} \times 30 = 15$$

24. 0이 아닌 세 수 x, y, z 에 대하여 $x : y : z = y + z : z + x : x + y$ 일 때,
 $\frac{(xy + yz + zx)(x + y + z)}{(x + y + z)^3}$ 의 값을 구하여라. (단, $x + y + z \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{3}$

해설

$x : y : z = y + z : z + x : x + y$ 이면

$$\frac{y+z}{x} = \frac{z+x}{y} = \frac{x+y}{z} \text{ 이다.}$$

$$\frac{y+z}{x} = \frac{z+x}{y} = \frac{x+y}{z}$$

의 세 변에 각각 1 씩 더하면

$$\frac{y+z}{x} + 1 = \frac{z+x}{y} + 1 = \frac{x+y}{z} + 1$$

$$\frac{x+y+z}{x} = \frac{x+y+z}{y} = \frac{x+y+z}{z}$$

x, y, z 는 0이 아니므로 $x + y + z \neq 0$

따라서 $x = y = z$

$$\therefore \frac{(xy + yz + zx)(x + y + z)}{(x + y + z)^3} = \frac{3x^2 \times 3x}{27x^3} = \frac{1}{3}$$

25. 연립방정식 $\begin{cases} 10x - y = 14 & \cdots \textcircled{㉠} \\ -3x + ay = 3a & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$ 을 만족하는 x 와 y 의 비가 $1 : 3$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

① -3

② -2

③ -1

④ 1

⑤ 2

해설

$x : y = 1 : 3$, $y = 3x$ 를 ㉠식에 대입하면

$10x - 3x = 14$, $x = 2$, $y = 6$

㉡식에 대입하면 $-6 + 6a = 3a$, $\therefore a = 2$