

1. 다음 중에서 성립하지 않는 것은?

① $a^2 \geq 0$

② $a^2 + b^2 \geq 0$

③ $a^2 = 0 \Leftrightarrow a = 0$

④ $a^2 + b^2 = 0 \Leftrightarrow a = b = 0$

⑤ $a > b \Leftrightarrow ab > 0$

해설

① $a^2 \geq 0$ (항상 성립)

② $a^2 + b^2 \geq 0$ (항상 성립)

③ $a^2 = 0 \Leftrightarrow a = 0$ (항상 성립)

④ $a^2 + b^2 = 0 \Leftrightarrow a = b = 0$ (항상 성립)

⑤ $a > b \Leftrightarrow ab > 0$

(반례 : $a > 0, b < 0$ 이면 $a > b$ 이지만 $ab < 0$ 이다.)

2. $-1 < x < 3$ 일 때, $A = 2x - 3$ 의 범위는?

① $1 < A < 3$

② $-1 < A < 3$

③ $-3 < A < 5$

④ $-5 < A < 3$

⑤ $3 < A < 5$

해설

$-1 < x < 3$ 에서 양변에 2를 곱하고 3을 빼면

$$-2 - 3 < 2x - 3 < 6 - 3$$

$$\therefore -5 < 2x - 3 < 3$$

3. x 에 대한 부등식 $x+2 \leq ax+3$ 의 해가 모든 실수일 때, 상수 a 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

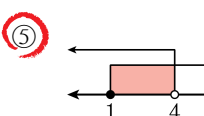
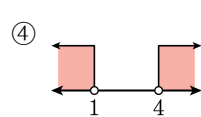
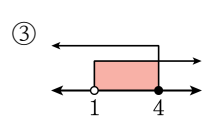
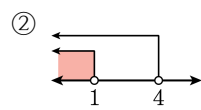
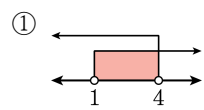
해설

$x+2 \leq ax+3$ 에서 $(1-a)x \leq 1$ 이 부등식의 해가 모든 실수이고
우변이 양수이므로 x 의 계수는 0이어야 한다.

$$1-a=0$$

$$\therefore a=1$$

4. 연립부등식 $\begin{cases} 3-x > -1 \\ 3x-1 \geq 2 \end{cases}$ 의 해를 수직선에 바르게 나타낸 것은?



해설

$3-x > -1, x < 4$ 이고
 $3x-1 \geq 2, 3x \geq 3, x \geq 1$ 이므로
 $1 \leq x < 4$ 이다.

5. 연립부등식 $\begin{cases} 3(x-2) \leq x-2 \\ x+2 > 1 \end{cases}$ 을 풀면?

① $-2 < x \leq 1$

② $1 < x \leq 2$

③ $-1 \leq x < 2$

④ $1 < x < 2$

⑤ $-1 < x \leq 2$

해설

$$\begin{cases} 3(x-2) \leq x-2 \\ x+2 > 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x-x \leq -2+6 \\ x > -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x > -1 \end{cases}$$

$$\therefore -1 < x \leq 2$$

6. 두 부등식 $0.3x + 1.2 > 0.5x$, $\frac{2}{3}x - \frac{1}{2} < \frac{3}{4}x$ 을 동시에 만족하는 정수 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 11 개

해설

$0.3x + 1.2 > 0.5x$ 의 양변에 10을 곱하면
 $3x + 12 > 5x$
 $3x - 5x > -12$
 $-2x > -12$
 $x < 6$
 $\frac{2}{3}x - \frac{1}{2} < \frac{3}{4}x$ 의 양변에 12를 곱하면
 $8x - 6 < 9x$
 $x > -6$
따라서 $-6 < x < 6$ 이고 정수는
 $-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$ 의 11개이다.

7. 연립부등식 $2x + 1 \geq x + 5 > -3x + 1$ 의 해는?

① $x \leq -4$

② $x \leq -1$

③ $-1 \leq x \leq 4$

④ $x \geq 1$

⑤ $x \geq 4$

해설

$$2x + 1 \geq x + 5, x \geq 4$$

$$x + 5 > -3x + 1, x > -1$$

$$\therefore x \geq 4$$

8. 연립부등식 $\begin{cases} -(6-2x) > 10 \\ 9x+10 \leq 8x+18 \end{cases}$ 의 해는?

- ① $x \leq -4$ ② $-4 \leq x < 8$ ③ 해가 없다.
④ $2 \leq x < 8$ ⑤ $x > 8$

해설

(i) $-(6-2x) > 10, x > 8$
(ii) $9x+10 \leq 8x+18, x \leq 8$
따라서 해가 없다.

9. 연립부등식 $\begin{cases} 4x - 1 < 3x + 5 \\ 6x + a \leq 7x + 1 \end{cases}$ 을 동시에 만족하는 정수의 개수가

2개 일 때, 상수 a 의 값의 범위는?

▶ 답 :

▷ 정답 : $4 < a \leq 5$

해설

$4x - 1 < 3x + 5$ 를 풀면 $x < 6$ 이고, $6x + a \leq 7x + 1$ 을 풀면 $a - 1 \leq x$ 이다.
따라서 $a - 1 \leq x < 6$ 을 만족하는 정수의 개수가 2개이기 위해서 $3 < a - 1 \leq 4$, 따라서 $4 < a \leq 5$ 이다.

10. 연립부등식 $\begin{cases} x-4 > 5 \\ 3x-2 < a \end{cases}$ 의 해가 $9 < x < 14$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

$$x-4 > 5$$

$$x > 9$$

$$3x-2 < a$$

$$3x < a+2$$

$$x < \frac{a+2}{3}$$

$$9 < x < \frac{a+2}{3} \text{ 가 } 9 < x < 14 \text{ 이므로}$$

$$\frac{a+2}{3} = 14$$

$$a+2 = 42$$

$$\therefore a = 40$$

11. 연립부등식 $\begin{cases} 4x + a \leq 3x \\ 7 > -4x - 5 \end{cases}$ 의 해가 없을 때, a 의 값의 범위는?

① $a \leq -3$

② $a \leq -1$

③ $a \leq 0$

④ $a \geq 1$

⑤ $a \geq 3$

해설

$$\begin{cases} 4x + a \leq 3x \\ 7 > -4x - 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq -a \\ x > -3 \end{cases}$$

해가 없으므로 $-a \leq -3$

$$\therefore a \geq 3$$

12. 분모와 분자의 합이 54 인 기약분수를 소수로 고쳤더니 정수 부분은 0 이고, 소수 첫째 자리는 5 였다. 이 기약분수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{19}{35}$

해설

$$0.5 \leq \frac{54-x}{x} < 0.6$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 0.5x \leq 54-x \\ 54-x < 0.6x \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1.5x \leq 54 \\ -1.6x < -54 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \leq 36 \\ x > 33.75 \end{cases}$$

$33.75 < x \leq 36$ 인 정수 : $x = 34, 35, 36$

$x = 34$ 일 때 $\frac{20}{34}$ 이므로 기약분수가 아니다.

$x = 35$ 일 때 $\frac{19}{35}$

$x = 36$ 일 때 $\frac{18}{36}$ 이므로 기약분수가 아니다.

따라서 기약분수는 $\frac{19}{35}$ 이다.

13. 부등식 $|x + 1| < 1 + |2 - x|$ 을 풀어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < 1$

해설

$|x + 1| < 1 + |2 - x|$ 에서

i) $x < -1$ 일 때,

$$-(x + 1) < 1 + (2 - x)$$

$\therefore -1 < 3$ 이므로 성립

$\therefore x < -1$

ii) $-1 \leq x < 2$ 일 때,

$$x + 1 < 1 + 2 - x$$

$\therefore 2x < 2$

$\therefore x < 1$

조건과 공통 범위를 구하면 $-1 \leq x < 1$

iii) $x \geq 2$ 일 때,

$$x + 1 < 1 - (2 - x)$$

$\therefore 1 < -1$ 이므로 모순

i), ii), iii) 에서 구하는 부등식의 해는 $x < 1$

14. $64 \leq 16x - x^2$ 의 해를 구하면?

① $4 \leq x \leq 8$

② $x = 8$

③ 해는 없다.

④ 모든 실수

⑤ $x \leq 8$

해설

$$\begin{aligned} 64 &\leq 16x - x^2 \\ x^2 - 16x + 64 &\leq 0 \\ \Rightarrow (x - 8)^2 &\leq 0 \\ \Rightarrow x &= 8 \end{aligned}$$

15. 부등식 $\left(x + \frac{1}{x}\right)(x^2 - |x| - 2) \leq 0$ 을 풀면?

① $0 < x \leq 1$ 또는 $x \leq -2$

② $0 < x \leq 1$ 또는 $x \leq -1$

③ $0 < x \leq 2$ 또는 $x \leq -1$

④ $0 < x \leq 2$ 또는 $x \leq -2$

⑤ $0 < x \leq 2$ 또는 $x \leq 0$

해설

① $x > 0$ 이면 $|x| = x$, $x + \frac{1}{x} > 0$ 이므로

$$x^2 - x - 2 \leq 0 \rightarrow (x - 2)(x + 1) \leq 0$$

$$\therefore -1 \leq x \leq 2$$

$$\therefore 0 < x \leq 2 \quad (\because x > 0)$$

② $x < 0$ 이면 $|x| = -x$, $x + \frac{1}{x} < 0$ 이므로

$$x^2 + x - 2 \geq 0 \rightarrow (x - 1)(x + 2) \geq 0$$

$$\therefore x \leq -2, x \geq 1$$

$$\therefore x \leq -2 \quad (\because x < 0)$$

$$\text{①, ②에서 } 0 < x \leq 2, x \leq -2$$

16. 부등식 $3x^2 \geq 2|x-1| + 3$ 의 해가 $x \leq \alpha$ 또는 $x \geq \beta$ 일 때, $3\alpha + \beta$ 의 값은?

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

(i) $x < 1$ 일 때,
 $3x^2 \geq -2(x-1) + 3, 3x^2 + 2x - 5 \geq 0$
 $(x-1)(3x+5) \geq 0 \therefore x \leq -\frac{5}{3}$ 또는 $x \geq 1$
그런데 $x < 1$ 이므로 $x \leq -\frac{5}{3}$
(ii) $x \geq 1$ 일 때,
 $3x^2 \geq 2(x-1) + 3, 3x^2 - 2x - 1 \geq 0$
 $(x-1)(3x+1) \geq 0 \therefore x \leq -\frac{1}{3}$ 또는 $x \geq 1$
그런데 $x \geq 1$ 이므로 $x \geq 1$
(i), (ii)에 의해 $\therefore x \leq -\frac{5}{3}$ 또는 $x \geq 1$
따라서 $\alpha = -\frac{5}{3}, \beta = 1$ 이므로 $3\alpha + \beta = -4$

17. 모든 실수 x 에 대하여 이차부등식 $x^2 + 2kx - k + 6 > 0$ 이 항상 성립하도록 k 의 범위를 구하면 $m < k < n$ 이다. 이 때, $m^2 + n^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$x^2 + 2kx - k + 6 > 0$ 이 항상 성립하려면
판별식 $D < 0$ 이다.

$$\frac{D}{4} = k^2 - (-k + 6) < 0$$

$$k^2 + k - 6 < 0, (k + 3)(k - 2) < 0$$

$$-3 < k < 2$$

$$\therefore m = -3, n = 2$$

$$\therefore m^2 + n^2 = (-3)^2 + 2^2 = 13$$

18. 이차부등식 $ax^2 + bx + 10 < 0$ 의 해가 $x < -2$ 또는 $x > 5$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

해가 $x < -2$, $x > 5$ 이므로, $a < 0$ 이다

$$ax^2 + bx + 10 < 0$$

$$\Leftrightarrow a(x+2)(x-5) < 0$$

$$ax^2 - 3ax - 10a < 0$$

$$\therefore a = -1, \quad b = 3, \quad a + b = 2$$

19. 이차부등식 $ax^2+bx+c > 0$ 의 해가 $-1 < x < 2$ 일 때, $bx^2+2cx+5a < 0$ 해를 구하면?

① $-1 < x < 2$

② $-2 < x < 3$

③ $-3 < x < 4$

④ $-5 < x < 1$

⑤ $-5 < x < 2$

해설

해가 $-1 < x < 2$ 이므로 $a < 0$

$$ax^2 + bx + c > 0 \Leftrightarrow a(x+1)(x-2) > 0$$

$$\Leftrightarrow ax^2 - ax - 2a > 0$$

$$\therefore b = -a, \quad c = -2a$$

$$bx^2 + 2cx + 5a = -ax^2 - 4ax + 5a < 0$$

$-a(-a > 0)$ 로 양변을 나누면

$$x^2 + 4x - 5 < 0, \quad (x-1)(x+5) < 0$$

$$\therefore -5 < x < 1$$

20. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta = 4$ 이다. 방정식 $f(4x - 2) = 0$ 의 두 근의 합은?

① 2 ② -2 ③ 4 ④ -4 ⑤ 0

해설

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = \alpha \text{ 또는 } x = \beta \text{가 성립하면}$$

$$f(4x - 2) = 0 \Leftrightarrow 4x - 2 = \alpha \text{ 또는 } 4x - 2 = \beta$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\alpha + 2}{4} \text{ 또는 } x = \frac{\beta + 2}{4}$$

$$\text{즉 } f(4x - 2) = 0 \text{의 두 근은 } \frac{\alpha + 2}{4}, \frac{\beta + 2}{4} \text{이다.}$$

$$\therefore \frac{\alpha + 2}{4} + \frac{\beta + 2}{4} = \frac{\alpha + \beta + 4}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

21. 다음은, 둘레의 길이가 28 cm 이고 넓이가 45 cm² 이상인 직사각형에서 가로 길이의 범위를 구하는 문제의 풀이 과정이다.

가로의 길이를 x cm 라고 하면, 세로의 길이는 $(14-x)$ cm 이다.
이때, x 의 값의 범위는 $(14-x)$ 이다.
또 직사각형의 넓이는 (가로)(세로) = $x(14-x)$ 이다.
이것이 45 cm² 이상이 되어야 하므로 $x(14-x) \geq 45$
이식을 정리하면 $x^2 - 14x + 45 \leq 0$
 $(x-5)(x-9) \leq 0$ 이다.
따라서 가로의 길이를 5 cm 이상, 9 cm 이하로 하면 문제의 뜻에 맞는다.

다 음 중 $(14-x)$, $(14-x)$, $(14-x)$, $(14-x)$, $(14-x)$ 에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

- ① $(14-x)$

② $(14-x)$ $0 < x < 14$

③ $(14-x)$ 45

④ $(14-x)$ $14x - x^2 - 45$

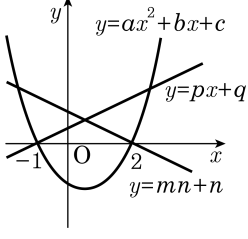
⑤ $(x-5)(x-9)$

해설

(사각형의 둘레의 길이)
= 2(가로의 길이 + 세로의 길이)
 $28 = 2x + 2 \cdot (14-x)$, $14 = x + (14-x)$
 $\therefore (14-x) = 14 - x$
가로의 길이의 범위 : $x > 0$, $14 - x > 0 \rightarrow x < 14$
 $\therefore 0 < x < 14 \cdots (14-x)$
직사각형의 넓이 : $x(14-x) \geq 45$
 $\therefore (14-x) = 45$
 $(14-x) = x^2 - 14x + 45 \leq 0$
 $(14-x) = (x-5)(x-9) \leq 0$

22. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 와 두 직선 $y = px + q$, $y = mx + n$ 이 x 축 위의 두 점 $(-1, 0)$, $(2, 0)$ 에서 만나고 있다. 이 때, 다음 연립부등식의 해는?

$$\begin{cases} ax^2 + bx + c < px + q \\ ax^2 + bx + c < mx + n \end{cases}$$



- ① $-1 < x < 3$

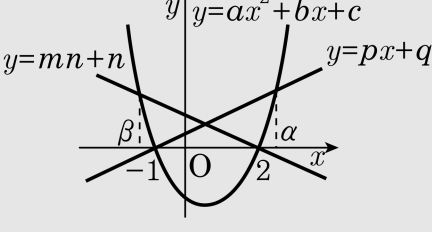
② $0 < x < 2$

③ $0 < x < 3$
- ④ $-1 < x < 2$

⑤ $-2 < x < 3$

해설

주어진 연립부등식의 해는 포물선이 두 직선 보다 모두 아래에 있는 부분이다.



$$\begin{cases} ax^2 + bx + c < px + q & \cdots \textcircled{㉠} \\ ax^2 + bx + c < mx + n & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

- $\textcircled{㉠}$ 식의 근 $-1 < x < \alpha$ ($\alpha > 2$) $\cdots$ (i)

$\textcircled{㉡}$ 식의 근 $\beta < x < 2$ ($\beta < -1$) $\cdots$ (ii)

(i), (ii)을 동시에 만족하는 x 의 범위는 $-1 < x < 2$

23. 이차함수 $y = x^2 - 2x - 3$ 의 그래프가 이차함수 $y = 2x^2 - 2mx + 1$ 의 그래프보다 항상 아래쪽에 존재하도록 하는 실수 m 의 값의 범위는?

① $-3 < m < 3$

② $-3m < 1$

③ $-1 < m < 3$

④ $m < -1$ 또는 $m > 1$

⑤ $m < -1$ 또는 $m > 3$

해설

$x^2 - 2x - 3 < 2x^2 - 2mx + 1$ 에서

$$x^2 - 2(m-1)x + 4 > 0$$

이 부등식을 풀기 위하여 이차함수의 판별식을 구하면

이 부등식이 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립해야 하므로 이차

방정식 $x^2 - 2(m-1)x + 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = (m-1)^2 - 4 < 0 \text{ 에서}$$

$$(m+1)(m-3) < 0$$

$$\therefore -1 < m < 3$$

24. 이차방정식 $x^2 - 2mx + m + 6 = 0$ 의 두 근이 모두 1보다 작을 때, 실수 m 의 값의 범위를 구하면?

- ① $m \leq -6$
- ② $m \leq -4$
- ③ $m \leq -2$
- ④ $m \leq 0$
- ⑤ $m \leq 2$

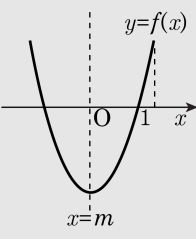
해설

$f(x) = x^2 - 2mx + m + 6 = (x - m)^2 - m^2 + m + 6$ 으로 놓으면

$\frac{D}{4} = m^2 - 1 \cdot (m + 6) = m^2 - m - 6$

$f(1) = 1 - 2m + m + 6 = -m + 7$

두 근이 모두 1보다 작으려면 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같아야 한다.



따라서,

(i) 판별식 : $\frac{D}{4} = m^2 - m - 6 \geq 0$

$(m + 2)(m - 3) \geq 0$

$\therefore m \leq -2$ 또는 $m \geq 3 \cdots \cdots \textcircled{\tiny \text{㉠}}$

(ii) 경계값의 부호 : $f(1) = -m + 7 > 0$

$\therefore m < 7 \cdots \cdots \textcircled{\tiny \text{㉡}}$

(iii) 축 : $m < 1 \cdots \cdots \textcircled{\tiny \text{㉢}}$

㉠, ㉡, ㉢으로부터 구하는 m 의 값의 범위는 $m \leq -2$

25. 이차방정식 $x^2 - (a+1)x - 3 = 0$ 의 한 근은 1보다 크고, 다른 한 근은 1보다 작도록 하는 실수 a 의 값의 범위를 구하면?

① $a > -1$

② $a > -2$

③ $a > -3$

④ $a > -4$

⑤ $a > -5$

해설

$f(x) = x^2 - (a+1)x - 3$ 이라 하면
 $f(x) = 0$ 의 한 근은 1보다 크고
다른 한 근은 1보다 작으므로
 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.
즉, $f(1) < 0$ 이므로 $-a-3 < 0$
 $\therefore a > -3$

