1. 다음 중에서 성립하지 <u>않는</u> 것은?

① $a^2 \geq 0$

② $a^2 + b^2 \geq 0$

③ $a^2 = 0 \Leftrightarrow a = 0$

④ $a^2 + b^2 = 0 \Leftrightarrow a = b = 0$

⑤ $a > b \Leftrightarrow ab > 0$

해설

① $a^2 \geq 0$ (항상 성립)
② $a^2 + b^2 \geq 0$ (항상 성립)
③ $a^2 = 0 \Leftrightarrow a = 0$ (항상 성립)
④ $a^2 + b^2 = 0 \Leftrightarrow a = b = 0$ (항상 성립)
⑤ $a > b \Leftrightarrow ab > 0$
(반례 : $a > 0$, $b < 0$이면 $a > b$이지만 $ab < 0$이다.)

2. $-1 < x < 3$일 때, $A = 2x - 3$의 범위는?

① $1 < A < 3$ ② $-1 < A < 3$ ③ $-3 < A < 5$

④ $-5 < A < 3$ ⑤ $3 < A < 5$

해설

$-1 < x < 3$에서 양변에 2를 곱하고 3을 빼면

$-2 - 3 < 2x - 3 < 6 - 3$

$\therefore\ -5 < 2x - 3 < 3$

3. x에 대한 부등식 $x+2 \leq ax+3$ 의 해가 모든 실수일 때, 상수 a의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

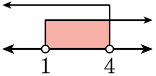
해설

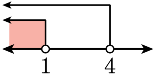
$x+2 \leq ax+3$에서 $(1-a)x \leq 1$이 부등식의 해가 모든 실수이고 우변이 양수이므로 x의 계수는 0이어야 한다.

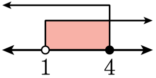
$1-a=0$

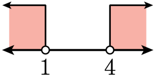
$\therefore a=1$

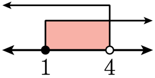
4. 연립부등식 $\begin{cases} 3 - x > -1 \\ 3x - 1 \geq 2 \end{cases}$ 의 해를 수직선에 바르게 나타낸 것은?

①


②


③


④


⑤


해설

$3 - x > -1$, $x < 4$ 이고

$3x - 1 \geq 2$, $3x \geq 3$, $x \geq 1$ 이므로

$1 \leq x < 4$ 이다.

5. 연립부등식 $\begin{cases} 3(x-2) \le x-2 \\ x+2 > 1 \end{cases}$ 을 풀면?

① $-2 < x \le 1$ ② $1 < x \le 2$ ③ $-1 \le x < 2$

④ $1 < x < 2$ ⑤ $-1 < x \le 2$

해설

$$\begin{cases} 3(x-2) \le x-2 \\ x+2 > 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x - x \le -2 + 6 \\ x > -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \le 2 \\ x > -1 \end{cases}$$

$\therefore\ -1 < x \le 2$

6. 두 부등식 $0.3x + 1.2 > 0.5x$, $\frac{2}{3}x - \frac{1}{2} < \frac{3}{4}x$을 동시에 만족하는 정수 x의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 11 개

해설

$0.3x + 1.2 > 0.5x$ 의 양변에 10을 곱하면

$3x + 12 > 5x$

$3x - 5x > -12$

$-2x > -12$

$x < 6$

$\frac{2}{3}x - \frac{1}{2} < \frac{3}{4}x$ 의 양변에 12 를 곱하면

$8x - 6 < 9x$

$x > -6$

따라서 $-6 < x < 6$ 이고 정수는

$-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$ 의 11 개이다.

7. 연립부등식 $2x+1 \geq x+5 > -3x+1$의 해는?

① $x \leq -4$ ② $x \leq -1$ ③ $-1 \leq x \leq 4$

④ $x \geq 1$ ⑤ $x \geq 4$

해설

$2x+1 \geq x+5,\ x \geq 4$

$x+5 > -3x+1,\ x > -1$

$\therefore\ x \geq 4$

8. 연립부등식 $\begin{cases} -(6-2x) > 10 \\ 9x+10 \leq 8x+18 \end{cases}$ 의 해는?

① $x \leq -4$ ② $-4 \leq x < 8$ ③ 해가 없다.

④ $2 \leq x < 8$ ⑤ $x > 8$

해설

(i) $-(6-2x) > 10$, $x > 8$

(ii) $9x+10 \leq 8x+18$, $x \leq 8$

따라서 해가 없다.

9. 연립부등식 $\begin{cases} 4x-1<3x+5 \\ 6x+a \le 7x+1 \end{cases}$ 을 동시에 만족하는 정수의 개수가 2개 일 때, 상수 a 의 값의 범위는?

▶ 답 :

▷ 정답 : $4 < a \le 5$

해설

$4x-1<3x+5$ 를 풀면 $x<6$ 이고, $6x+a \le 7x+1$ 을 풀면 $a-1 \le x$ 이다.
따라서 $a-1 \le x < 6$ 을 만족하는 정수의 개수가 2개이기 위해서 $3 < a-1 \le 4$, 따라서 $4 < a \le 5$ 이다.

10. 연립부등식 $\begin{cases} x-4>5 \\ 3x-2<a \end{cases}$ 의 해가 $9<x<14$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

$x-4>5$

$x>9$

$3x-2<a$

$3x<a+2$

$x<\dfrac{a+2}{3}$

$9<x<\dfrac{a+2}{3}$ 가 $9<x<14$ 이므로

$\dfrac{a+2}{3}=14$

$a+2=42$

$\therefore \quad a=40$

11. 연립부등식 $\begin{cases} 4x + a \le 3x \\ 7 > -4x - 5 \end{cases}$ 의 해가 없을 때, a의 값의 범위는?

① $a \le -3$ ② $a \le -1$ ③ $a \le 0$

④ $a \ge 1$ ⑤ $a \ge 3$

해설

$$\begin{cases} 4x + a \le 3x \\ 7 > -4x - 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \le -a \\ x > -3 \end{cases}$$

해가 없으므로 $-a \le -3$

$\therefore\ a \ge 3$

12. 분모와 분자의 합이 54 인 기약분수를 소수로 고쳤더니 정수 부분은 0 이고, 소수 첫째 자리는 5 였다. 이 기약분수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{19}{35}$

해설

$0.5 \leq \frac{54-x}{x} < 0.6$

$\Rightarrow \begin{cases} 0.5x \leq 54-x \\ 54-x < 0.6x \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} 1.5x \leq 54 \\ -1.6x < -54 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x \leq 36 \\ x > 33.75 \end{cases}$

$33.75 < x \leq 36$ 인 정수 : $x = 34, 35, 36$

$x = 34$ 일 때 $\frac{20}{34}$ 이므로 기약분수가 아니다.

$x = 35$ 일 때 $\frac{19}{35}$

$x = 36$ 일 때 $\frac{18}{36}$ 이므로 기약분수가 아니다.

따라서 기약분수는 $\frac{19}{35}$ 이다.

13. 부등식 $|x+1| < 1 + |2-x|$을 풀어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < 1$

해설

$|x+1| < 1 + |2-x|$ 에서

ⅰ) $x < -1$일 때,

$-(x+1) < 1 + (2-x)$

$\therefore -1 < 3$이므로 성립

$\therefore \ x < -1$

ⅱ) $-1 \le x < 2$일 때,

$x + 1 < 1 + 2 - x$

$\therefore \ 2x < 2$

$\therefore \ x < 1$

조건과 공통 범위를 구하면 $-1 \le x < 1$

ⅲ) $x \ge 2$ 일 때,

$x + 1 < 1 - (2 - x)$

$\therefore \ 1 < -1$ 이므로 모순

ⅰ), ⅱ), ⅲ)에서 구하는 부등식의 해는 $x < 1$

14. $64 \le 16x - x^2$ 의 해를 구하면?

① $4 \le x \le 8$　　② $x = 8$　　③ 해는 없다.

④ 모든 실수　　⑤ $x \le 8$

해설

$64 \le 16x - x^2$

$x^2 - 16x + 64 \le 0$

$\Rightarrow \quad (x-8)^2 \le 0$

$\Rightarrow \quad x = 8$

15. 부등식 $\left(x+\frac{1}{x}\right)(x^2-|x|-2) \le 0$ 을 풀면?

① $0 < x \le 1$ 또는 $x \le -2$

② $0 < x \le 1$ 또는 $x \le -1$

③ $0 < x \le 2$ 또는 $x \le -1$

④ $0 < x \le 2$ 또는 $x \le -2$

⑤ $0 < x \le 2$ 또는 $x \le 0$

해설

① $x > 0$이면 $|x| = x$, $x + \frac{1}{x} > 0$이므로

$x^2 - x - 2 \le 0 \ \rightarrow \ (x-2)(x+1) \le 0$

$\therefore \ -1 \le x \le 2$

$\therefore \ 0 < x \le 2 \ (\because \ x > 0)$

② $x < 0$이면 $|x| = -x$, $x + \frac{1}{x} < 0$이므로

$x^2 + x - 2 \ge 0 \ \rightarrow \ (x-1)(x+2) \ge 0$

$\therefore \ x \le -2, \ x \ge 1$

$\therefore \ x \le -2 \ (\because \ x < 0)$

①, ②에서 $0 < x \le 2, \ x \le -2$

16. 부등식 $3x^2 \geq 2|x-1|+3$의 해가 $x \leq \alpha$ 또는 $x \geq \beta$일 때, $3\alpha+\beta$의 값은?

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

(ⅰ) $x<1$일 때,

$3x^2 \geq -2(x-1)+3,\ 3x^2+2x-5 \geq 0$

$(x-1)(3x+5) \geq 0\ \therefore x \leq -\dfrac{5}{3}$ 또는 $x \geq 1$

그런데 $x<1$이므로 $x \leq -\dfrac{5}{3}$

(ⅱ) $x \geq 1$일 때,

$3x^2 \geq 2(x-1)+3,\ 3x^2-2x-1 \geq 0$

$(x-1)(3x+1) \geq 0\ \therefore x \leq -\dfrac{1}{3}$ 또는 $x \geq 1$

그런데 $x \geq 1$이므로 $x \geq 1$

(ⅰ), (ⅱ)에 의해 $\therefore x \leq -\dfrac{5}{3}$ 또는 $x \geq 1$

따라서 $\alpha=-\dfrac{5}{3},\ \beta=1$이므로 $3\alpha+\beta=-4$

17. 모든 실수 x에 대하여 이차부등식 $x^2 + 2kx - k + 6 > 0$이 항상 성립하도록 k의 범위를 구하면 $m < k < n$이다. 이 때, $m^2 + n^2$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$x^2 + 2kx - k + 6 > 0$이 항상 성립하려면

판별식 $D < 0$이다.

$$\frac{D}{4} = k^2 - (-k + 6) < 0$$

$k^2 + k - 6 < 0$, $(k + 3)(k - 2) < 0$

$-3 < k < 2$

$\therefore m = -3,\ n = 2$

$\therefore\ m^2 + n^2 = (-3)^2 + 2^2 = 13$

18. 이차부등식 $ax^2 + bx + 10 < 0$의 해가 $x < -2$ 또는 $x > 5$일 때, $a + b$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

해가 $x < -2,\ x > 5$이므로, $a < 0$이다

$ax^2 + bx + 10 < 0$

$\Leftrightarrow \quad a(x+2)(x-5) < 0$

$ax^2 - 3ax - 10a < 0$

$\therefore \quad a = -1, \quad b = 3, \quad a + b = 2$

19. 이차부등식 $ax^2+bx+c>0$ 의 해가 $-1<x<2$ 일 때, $bx^2+2cx+5a<0$ 해를 구하면?

① $-1<x<2$ ② $-2<x<3$ ③ $-3<x<4$

④ $-5<x<1$ ⑤ $-5<x<2$

해설

해가 $-1<x<2$ 이므로 $a<0$

$$ax^2+bx+c>0 \Leftrightarrow a(x+1)(x-2)>0$$
$$\Leftrightarrow ax^2-ax-2a>0$$

$\therefore\ b=-a,\ \ c=-2a$

$bx^2+2cx+5a=-ax^2-4ax+5a<0$

$-a(-a>0)$ 로 양변을 나누면

$x^2+4x-5<0$, $(x-1)(x+5)<0$

$\therefore\ -5<x<1$

20. 이차방정식 $f(x)=0$의 두 근을 α, β라 할 때, $\alpha+\beta=4$이다. 방정식 $f(4x-2)=0$의 두 근의 합은?

① 2 ② -2 ③ 4 ④ -4 ⑤ 0

해설

$f(x)=0 \;\Leftrightarrow\; x=\alpha$ 또는 $x=\beta$가 성립하면

$f(4x-2)=0 \;\Leftrightarrow\; 4x-2=\alpha$ 또는 $4x-2=\beta$

$\Leftrightarrow\; x=\dfrac{\alpha+2}{4}$ 또는 $x=\dfrac{\beta+2}{4}$

즉 $f(4x-2)=0$의 두 근은 $\dfrac{\alpha+2}{4}$, $\dfrac{\beta+2}{4}$이다.

$$\therefore\; \frac{\alpha+2}{4}+\frac{\beta+2}{4}=\frac{\alpha+\beta+4}{4}=\frac{8}{4}=2$$

21. 다음은, 둘레의 길이가 28 cm 이고 넓이가 45 cm^2 이상인 직사각형에서 가로의 길이의 범위를 구하는 문제의 풀이 과정이다.

> 가로의 길이를 x cm 라고 하면, 세로의 길이는 (가) cm 이다.
> 이때, x 의 값의 범위는 (나) 이다.
> 또 직사각형의 넓이는 (가로)(세로)$= x$ (가) 이다.
> 이것이 45 cm^2 이상이 되어야 하므로 $x\times$ (가) $\geq$ (다)
> 이식을 정리하면 (라) ≤ 0
> (라)를 인수분해하면 (마) 이다.
> 따라서 가로의 길이를 5 cm 이상, 9 cm 이하로 하면 문제의 뜻에 맞는다.

다음 중 (가), (나), (다), (라), (마) 에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

① (가) $(14-x)$

② (나) $0 < x < 14$

③ (다) 45

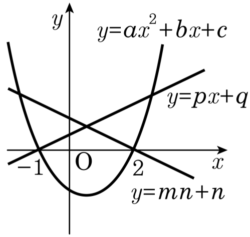
④ (라) $14x - x^2 - 45$

⑤ (마) $(x-5)(x-9)$

해설

(사각형의 둘레의 길이)
$=$ 2(가로의 길이 $+$ 세로의 길이)
$28 = 2x + 2\cdot$(가), $14 = x +$ (가)
$\therefore$ (가) $= 14 - x$
가로의 길이의 범위 : $x > 0$, $14 - x > 0 \to x < 14$
$\therefore\ 0 < x < 14 \ \cdots$ (나)
직사각형의 넓이 : $x(14-x) \geq 45$
$\therefore$ (다) $= 45$
(라) $= x^2 - 14x + 45 \leq 0$
(마) $= (x-5)(x-9) \leq 0$

22. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 와 두 직선 $y = px + q$, $y = mx + n$ 이 x축 위의 두 점 $(-1, 0)$, $(2, 0)$ 에서 만나고 있다. 이 때, 다음 연립부등식의 해는?

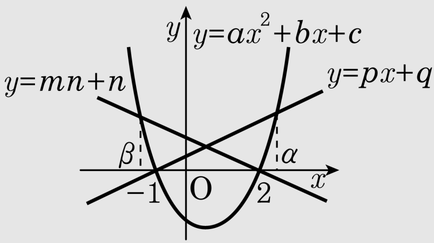


$$\begin{cases} ax^2 + bx + c < px + q \\ ax^2 + bx + c < mx + n \end{cases}$$

① $-1 < x < 3$　② $0 < x < 2$　③ $0 < x < 3$
④ $-1 < x < 2$　⑤ $-2 < x < 3$

해설

주어진 연립부등식의 해는 포물선이 두 직선 보다 모두 아래에 있는 부분이다.



$$\begin{cases} ax^2 + bx + c < px + q & \cdots ㉠ \\ ax^2 + bx + c < mx + n & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠ 식의 근 $-1 < x < \alpha$ $(\alpha > 2)$ $\cdots$ (i)

㉡ 식의 근 $\beta < x < 2$ $(\beta < -1\ )$ $\cdots$ (ii)

(i), (ii) 을 동시에 만족하는 x의 범위는 $-1 < x < 2$

23. 이차함수 $y = x^2 - 2x - 3$ 의 그래프가 이차함수 $y = 2x^2 - 2mx + 1$ 의 그래프보다 항상 아래쪽에 존재하도록 하는 실수 m 의 값의 범위는?

① $-3 < m < 3$
② $-3\ m < 1$
③ $-1 < m < 3$
④ $m < -1$또는$m > 1$
⑤ $m < -1$또는$m > 3$

해설

$x^2 - 2x - 3 < 2x^2 - 2mx + 1$ 에서
$x^2 - 2(m-1)x + 4 > 0$
이 부등식이 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립해야 하므로 이차방정식 $x^2 - 2(m-1)x + 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$\frac{D}{4} = (m-1)^2 - 4 < 0$ 에서

$(m+1)(m-3) < 0$

$\therefore -1 < m < 3$

24. 이차방정식 $x^2-2mx+m+6=0$의 두 근이 모두 1보다 작을 때, 실수 m의 값의 범위를 구하면?

① $m \le -6$ ② $m \le -4$ ③ $m \le -2$

④ $m \le 0$ ⑤ $m \le 2$

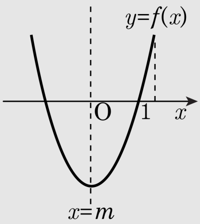
해설

$f(x)=x^2-2mx+m+6=(x-m)^2-m^2+m+6$으로 놓으면

$\frac{D}{4}=m^2-1\cdot(m+6)=m^2-m-6$

$f(1)=1-2m+m+6=-m+7$

두 근이 모두 1보다 작으려면 $y=f(x)$의 그래프가 다음 그림과 같아야 한다.



따라서,

(ⅰ) 판별식 : $\frac{D}{4}=m^2-m-6 \ge 0$

$(m+2)(m-3) \ge 0$

$\therefore m \le -2$ 또는 $m \ge 3 \cdots\cdots$ ㉠

(ⅱ) 경계값의 부호 : $f(1)=-m+7>0$

$\therefore m<7 \quad \cdots\cdots$ ㉡

(ⅲ) 축 : $m<1 \cdots\cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢으로부터 구하는 m의 값의 범위는 $m \le -2$

25. 이차방정식 $x^2-(a+1)x-3=0$의 한 근은 1보다 크고, 다른 한 근은 1보다 작도록 하는 실수 a의 값의 범위를 구하면?

① $a>-1$ ② $a>-2$ ③ $a>-3$

④ $a>-4$ ⑤ $a>-5$

해설

$f(x)=x^2-(a+1)x-3$ 이라 하면
$f(x)=0$ 의 한 근은 1 보다 크고
다른 한 근은 1 보다 작으므로
$y=f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.
즉, $f(1)<0$ 이므로 $-a-3<0$
$\therefore a>-3$