

1. 다음 중 옳지 않은 것을 고르면?

① $A > B > 0, C > D > 0$ 이면 $AC > BD$ 이다.

② $A > B, C > D$ 이면 $A + C > B + D$ 이다.

③ $A > B > 0$ 이면 $A^2 > B^2$ 이다.

④ $A > B$ 이면 $\frac{1}{A} < \frac{1}{B}$ 이다.

⑤ $A > 0 > B$ 이면 $\frac{1}{A} > \frac{1}{B}$ 이다.

해설

④ 만약 $B < 0 < A$ 인 경우라면 $\frac{1}{A} > \frac{1}{B}$ 가 되어 주어진 문장은 틀리다.

2. 실수 a 는 $0 < a < \frac{1}{2}$ 을 만족할 때, 다음 중 가장 큰 수를 구하시오.

- ① 0 ② 1 ③ $\frac{1}{a}$ ④ $\frac{1}{1-a}$ ⑤ $\frac{a}{1+a}$

해설

주어진 a 값의 범위를 이용하여 보기식의 값의 범위를 알아낸다.

$$\textcircled{3} \quad \frac{1}{1} < \frac{1}{a} < \frac{1}{0}, \quad 2 < \frac{1}{a}$$

$$\textcircled{4} \quad -\frac{1}{2} < -a < 0, \quad \frac{1}{2} < 1-a < 1$$

$$1 < \frac{1}{1-a} < 2$$

$$\textcircled{5} (\text{주어진 식}) = \frac{1+a-1}{1+a} = 1 - \frac{1}{1+a} \text{에서}$$

$$1 < 1+a < \frac{3}{2}$$

$$\frac{2}{3} < \frac{1}{1+a} < 1$$

$$0 < 1 - \frac{1}{1+a} < \frac{1}{3}$$

3. 연립부등식 $\begin{cases} 3x+10 < -x+2 \\ 2x+5 \geq 5x-4 \end{cases}$ 를 풀면?

① $x \leq -3$

② $x < -2$

③ $-2 < x \leq 3$

④ $x \geq 3$

⑤ 해는 없다.

해설

$$\begin{cases} 4x < -8 \\ -3x \geq -9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < -2 \\ x \leq 3 \end{cases}$$



$$\therefore x < -2$$

4. 다음 연립부등식을 풀면?

$$\begin{cases} 3(x-2) > 2x+5 \\ 3x-4 < 2x+9 \end{cases}$$

- ① $10 < x < 12$ ② $11 < x < 14$ ③ $11 < x < 13$
④ $10 < x < 13$ ⑤ $9 < x < 15$

해설

$$\begin{aligned} \text{i) } & 3(x-2) > 2x+5 \\ & \Rightarrow 3x-6 > 2x+5 \\ & \Rightarrow x > 11 \\ \text{ii) } & 3x-4 < 2x+9 \\ & \Rightarrow x < 13 \\ \therefore & 11 < x < 13 \end{aligned}$$

5. 연립부등식 $\begin{cases} 3.1 + 1.7x \geq -2 \\ 4(1 - 2x) \geq 16 \end{cases}$ 을 만족하는 정수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$\begin{cases} 3.1 + 1.7x \geq -2 \\ 4(1 - 2x) \geq 16 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 31 + 17x \geq -20 \\ 4 - 8x \geq 16 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq -3 \\ x \leq -\frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\therefore -3 \leq x \leq -\frac{3}{2}$$

만족하는 정수 x 의 합은 $-3 - 2 = -5$ 이다.

6. 연립부등식 $4x - 3 < -6(1 - x) < 7x - 2$ 의 해 중 가장 작은 정수를 구하면?

① 3 ② 2 ③ 1 ④ 0 ⑤ -1

해설

$$\begin{cases} 4x - 3 < -6(1 - x) \\ -6(1 - x) < 7x - 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > \frac{3}{2} \\ x > -4 \end{cases}$$

연립부등식의 해가 $x > \frac{3}{2}$ 이므로 가장 작은 정수는 2이다.

7. 연립부등식 $\begin{cases} 6x+7 > 2x+3 \\ x+3 < a \end{cases}$ 의 해가 $-1 < x < 4$ 일 때, a 의 값은?

① -7 ② -4 ③ 1 ④ 4 ⑤ 7

해설

$$\begin{cases} 6x+7 > 2x+3 & \dots ① \\ x+3 < a & \dots ② \end{cases}$$

①식에서 $x > -1$, ②식에서 $x < a-3$ 이다.
 $-1 < x < a-3$ 이므로 $a-3 = 4$, $a = 7$ 이다.

8. 다음 연립부등식이 해를 가질 때, 상수 a 의 값의 범위는?

$$\begin{cases} x - 10 > a \\ 4x - 5 \leq 3 \end{cases}$$

- ① $a \geq -8$ ② $a > -8$ ③ $a < -8$
④ $a > -12$ ⑤ $a < -12$

해설

정리하면

$$\begin{cases} x > a + 10 \\ x \leq 2 \end{cases}$$

해가 존재하기 위해서는 $a + 10 < 2$ 이어야 한다.

$$\therefore a < -8$$

9. $(a+b)x + (2a-3b) < 0$ 의 해가 $x < -\frac{1}{3}$ 일 때, 부등식 $(a-3b)x + (b-2a) > 0$ 을 풀어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < -3$

해설

$$(a+b)x + (2a-3b) < 0$$

$$(a+b)x < 3b-2a$$

$$\Rightarrow x < \frac{3b-2a}{a+b} = -\frac{1}{3} \quad (a+b > 0)$$

$$\Rightarrow a+b = -3(3b-2a)$$

$$\Rightarrow a=2b, \quad a+b=3b > 0 \rightarrow b > 0$$

$$(a-3b)x + (b-2a) > 0 \Leftrightarrow -bx-3b > 0$$

$$bx < -3b$$

$$\therefore x < -3 \quad (\because b > 0)$$

10. $3x - 5 \leq 10$, $x + 2 > a$ 의 정수해가 1 개가 되도록 하는 a 의 값의 범위는?

① $4 \leq a < 5$

② $5 \leq a < 6$

③ $6 \leq a < 7$

④ $7 \leq a < 8$

⑤ $8 \leq a < 9$

해설

$A : 3x \leq 15 \rightarrow x \leq 5$

$B : x > a - 2$

$a - 2 < x \leq 5$ 에 속하는 정수가 1 개여야 하므로

$4 \leq a - 2 < 5$

$\therefore 6 \leq a < 7$

11. 분모와 분자의 합이 55 인 기약분수를 소수로 고쳤더니 정수 부분은 0 이고, 소수 첫째 자리는 3 이었다. 이 기약분수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{14}{41}$

▷ 정답 : $\frac{13}{42}$

해설

$$0.3 \leq \frac{55-x}{x} < 0.4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 0.3x \leq 55-x \\ 55-x < 0.4x \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \leq \frac{550}{13} \\ x > \frac{550}{14} \end{cases}$$

$$\frac{550}{14} < x \leq \frac{550}{13} \text{ 인 정수 : } x = 40, 41, 42$$

$$x = 40 \text{ 일 때 } \frac{15}{40} \text{ 이므로 기약분수가 아니다.}$$

$$x = 41 \text{ 일 때 } \frac{14}{41}$$

$$x = 42 \text{ 일 때 } \frac{13}{42}$$

$$\text{따라서 기약분수는 } \frac{14}{41}, \frac{13}{42} \text{ 이다.}$$

12. 지수는 이번 기말고사에 국어, 영어, 과학, 수학 4 과목을 시험을 치루었다. 지금까지의 국어, 영어, 과학 성적이 각각 88 점, 79 점, 97 점 일 때, 수학성적까지의 평균이 88 점 이상 91 점 이하가 되게 하려면 수학시험에서 몇 점 이상을 받아야 하는가? (단, 수학시험은 100 점 만점이다.)

▶ 답: 점

▶ 정답 : 88점

해설

$$\begin{aligned} 88 &\leq \frac{88 + 79 + 97 + x}{4} \leq 91 \\ 88 \times 4 &\leq 88 + 79 + 97 + x \leq 91 \times 4 \\ \Rightarrow \begin{cases} 352 \leq 264 + x \\ 264 + x \leq 364 \end{cases} \\ \Rightarrow \begin{cases} -x \leq 264 - 352 \\ 264 + x \leq 364 \end{cases} \\ \Rightarrow \begin{cases} x \geq 88 \\ x \leq 100 \end{cases} \\ \therefore 88 \leq x \leq 100 \end{aligned}$$

13. 부등식 $3|x-1|+2|x+1|<6$ 을 풀면?

① $x > -1$

② $x < \frac{7}{5}$

③ $1 \leq x < \frac{7}{5}$

④ $-1 < x < \frac{7}{5}$

⑤ $-3 \leq x < -1$

해설

$3|x-1|+2|x+1|<6$ 에서

i) $x < -1$ 일 때,

$$3(-x+1)+2(-x-1)<6 \quad \therefore x>-1$$

이것은 $x < -1$ 의 조건에 맞지 않는다.

ii) $-1 \leq x < 1$ 일 때,

$$3(-x+1)+2(x+1)<6 \quad \therefore x>-1$$

이것과 $-1 \leq x < 1$ 로 부터

$$-1 < x < 1 \dots\dots \textcircled{\text{㉠}}$$

iii) $x \geq 1$ 일 때,

$$3(x-1)+2(x+1)<6 \quad \therefore x < \frac{7}{5}$$

이것과 $x \geq 1$ 로 부터

$$1 \leq x < \frac{7}{5} \dots\dots \textcircled{\text{㉡}}$$

㉠, ㉡에 의하여 구하는 해는 $-1 < x < \frac{7}{5}$

14. 부등식 $x^2 - 4|x| - 5 < 0$ 을 풀면?

- ① $-5 < x < 5$ ② $-5 < x < 0$ ③ $-5 < x < 1$
④ $-1 < x < 5$ ⑤ $-1 < x < 6$

해설

(i) $x \geq 0$ 일 때, $|x| = x$ 이므로
 $x^2 - 4x - 5 < 0$, $(x - 5)(x + 1) < 0$
 $-1 < x < 5$
이 때 $x \geq 0$ 과의 공통범위는 $0 \leq x < 5$
(ii) $x < 0$ 일 때
 $x^2 + 4x - 5 < 0$, $(x + 5)(x - 1) < 0$
 $-5 < x < 1$
이 때 $x < 0$ 과 공통 범위는 $-5 < x < 0$
(i), (ii)에서 $-5 < x < 5$

15. $ax^2 + 4x - 1 \geq -2x^2 - a$ 가 x 의 임의의 실수값에 대하여 항상 성립할 때, 실수 a 의 범위는?

① $a \geq 2$

② $a \leq -3$

③ $a \leq 2$

④ $a \geq -3$

⑤ $a \leq -1$

해설

$(a+2)x^2 + 4x + (a-1) \geq 0$ 이
임의의 실수 x 에 대하여 성립하려면

(i) $a+2 > 0 \quad \therefore a > -2$

(ii) $\frac{D}{4} = 4 - (a+2)(a-1) \leq 0$ 에서

$a^2 + a - 6 \geq 0, (a+3)(a-2) \geq 0$

(i), (ii) 에서 $a \leq -3, a \geq 2$

$\therefore a \geq 2$

16. 임의의 실수 x 에 대하여 $x^2 + 2ax - a + 2 \geq 0$ 이 성립하기 위한 정수 a 의 개수는?

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$x^2 + 2ax - a + 2 \geq 0$ 이 항상 성립하기 위해서는

$$D/4 \leq 0$$

$$D/4 = a^2 + a - 2 = (a + 2)(a - 1) \leq 0$$

따라서 $-2 \leq a \leq 1$

$\therefore a = -2, -1, 0, 1$ (4개)

17. 이차부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 을 만족하는 x 의 범위가 $-1 < x < 3$ 일 때, 부등식 $bx^2 - ax - c < 0$ 을 풀어라.

- ① $-\frac{3}{2} < x < 1$ ② $-\frac{1}{2} < x < 0$
③ $x < 2$ ④ $0 < x < 3$
⑤ $x < -1$ 또는 $2 < x$

해설

$$ax^2 + bx + c > 0 \Leftrightarrow -1 < x < 3$$

$ax^2 + bx + c > 0$ 의 양변을 $a(a < 0)$ 로 나누면

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} < 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-3) = x^2 - 2x - 3 < 0$$

$$\therefore \frac{b}{a} = -2, \frac{c}{a} = -3$$

$bx^2 - ax - c < 0$ 의 양변을 a 로 나누면

$$\frac{b}{a}x^2 - x - \frac{c}{a} > 0, -2x^2 - x + 3 > 0$$

$$2x^2 + x - 3 < 0, (2x+3)(x-1) < 0$$

$$\therefore -\frac{3}{2} < x < 1$$

18. x 에 관한 부등식 $(a-1)x^2 + (b+1)x + 6 > 0$ 의 해가 $-3 < x < 1$ 일 때, ab 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$(a-1)x^2 + (b+1)x + 6 > 0 \Leftrightarrow -3 < x < 1$$

$$x^2 + \frac{b+1}{a-1}x + \frac{6}{a-1} < 0 \quad (a-1 < 0)$$

$$\Leftrightarrow (x+3)(x-1) < 0, \quad x^2 + 2x - 3 < 0$$

$$\frac{b+1}{a-1} = 2, \quad \frac{6}{a-1} = -3$$

$$\therefore a = -1, b = -5$$

$$\therefore ab = 5$$

19. 이차부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $\frac{1}{14} < x < \frac{1}{10}$ 일 때, 부등식 $4cx^2 - 2bx + a > 0$ 을 만족시키는 x 의 값의 범위를 구하면?

- ① $-7 < x < -5$ ② $-5 < x < -3$ ③ $-3 < x < -1$
④ $5 < x < 7$ ⑤ $7 < x < 9$

해설

$ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가

$\frac{1}{14} < x < \frac{1}{10}$ 이므로 $a < 0$

$\left(x - \frac{1}{14}\right)\left(x - \frac{1}{10}\right) < 0$ 에서

$(14x - 1)(10x - 1) < 0$

$\therefore -140x^2 + 24x - 1 > 0$

$a = -140k, b = 24k, c = -k$ 라 놓고

(단, $k > 0 \leftarrow a < 0$)

$4cx^2 - 2bx + a > 0$ 에 대입하면

$-4kx^2 - 2 \cdot 24kx - 140k > 0$

$x^2 + 12x + 35 < 0$

$\therefore (x + 7)(x + 5) < 0 \quad \therefore -7 < x < -5$

20. 이차방정식 $x^2 - (2k+4)x + 2k^2 + 9 = 0$ 이 실근을 갖도록 k 의 값 또는 범위를 정하면?

① $k < 2$

② $k \leq 2$

③ $k = 2$ 를 제외한 모든 실수

④ $-4 \leq k \leq 5$

⑤ k 의 값은 존재하지 않는다.

해설

실근을 가지려면 판별식이 0보다 크거나 같아야 하므로

$$(k+2)^2 - (2k^2+9) \geq 0$$

$$k^2 - 4k + 5 \leq 0$$

$$\text{그런데 } k^2 - 4k + 5 = (k-2)^2 + 1 > 0$$

$\therefore k$ 의 값은 존재하지 않는다

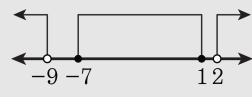
21. 다음 연립부등식을 풀면?

$$\begin{cases} |x+3| \leq 4 \\ x^2 + 7x - 18 > 0 \end{cases}$$

- ① 모든 실수
- ② 해는 없다
- ③ $-7 \leq x \leq 1$
- ④ $x < -9$ 또는 $x > 2$
- ⑤ $-9 \leq x < -7$ 또는 $1 \leq x < 2$

해설

$$\begin{cases} -4 \leq x+3 \leq 4, & -7 \leq x \leq 1 & \dots \textcircled{1} \\ (x+9)(x-2) > 0, & x < -9, x > 2 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$



22. 부등식 $-x < x^2 < 2x + 1$ 의 해를 구하면?

① $x < -1$ 또는 $x > 0$

② $1 - \sqrt{2} < x < 1 + \sqrt{2}$

③ $0 < x < 1 + \sqrt{2}$

④ $-1 < x < 0$

⑤ $x < -\sqrt{2}$
또는 $x > 1 + \sqrt{2}$

해설

$$-x < x^2 < 2x + 1$$

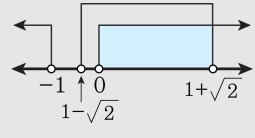
$$\begin{cases} -x < x^2 & \dots \textcircled{㉠} \\ x^2 < 2x + 1 & \dots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

$$\textcircled{㉠} \quad 0 < x^2 + x, \quad x(x + 1) > 0$$

$$\therefore x < -1 \text{ 또는 } x > 0$$

$$\textcircled{㉡} \quad x^2 - 2x - 1 < 0,$$

$$\therefore 1 - \sqrt{2} < x < 1 + \sqrt{2}$$



두 부등식의 공통부분은

$$\therefore 0 < x < 1 + \sqrt{2}$$

23. 이차방정식 $x^2 - 4x + k = 0$ 의 두 실근이 모두 3보다 작기 위한 실수 k 의 범위를 구하면 $m < k \leq n$ 이다. mn 의 값을 구하면?

① 10 ② 12 ③ -15 ④ -12 ⑤ -10

해설

i) $D/4 = 4 - k \geq 0, k \leq 4$
ii) $f(3) > 0, k > 3$ 따라서,
i) ii)를 모두 만족하는 k 의 범위는 $3 < k \leq 4$
 $m = 3, n = 4$ 이므로 $mn = 12$

24. 이차방정식 $x^2 + 4mx - 3m = 0$ 의 한 근은 -1 과 1 사이에 있고, 또 한 근은 -1 보다 작도록 하는 실수 m 의 범위를 구하면?

① $m > \frac{2}{9}$

② $m > \frac{1}{7}$

③ $m > -\frac{1}{3}$

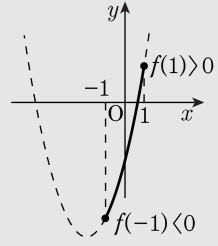
④ $m < -\frac{1}{3}$

⑤ $m < \frac{2}{9}$

해설

$f(x) = x^2 + 4mx - 3m$ 으로 놓을 때,

$f(x) = 0$ 의 근이 한 근은 -1 과 1 사이에 있고, 또 한 근은 -1 보다 작아야 하므로



$$f(-1) = 1 - 4m - 3m < 0 \Rightarrow m > \frac{1}{7}$$

$$f(1) = 1 + 4m - 3m > 0 \Rightarrow m > -1$$

$$\therefore m > \frac{1}{7}$$

25. 이차방정식 $x^2 - ax + 1 = 0$ 의 두 근이 -1 과 2 사이에 있도록 상수 a 의 값의 범위를 구하면?

① $a > 2$ 또는 $a < -2$

② $2 < a < \frac{5}{2}$

③ $-2 < a < 4$

④ $-2 < a < \frac{5}{2}$

⑤ $a > \frac{5}{2}$ 또는 $a < -2$

해설

(i) 방정식이 두 근을 가지므로

$$D > 0 \text{에서 } D = a^2 - 4 > 0, (a - 2)(a + 2) > 0$$

$$\therefore a > 2 \text{ 또는 } a < -2$$

(ii) $f(-1) > 0$ 에서 $1 + a + 1 > 0$

$$\therefore a > -2$$

(iii) $f(2) > 0$ 에서 $4 - 2a + 1 > 0$

$$\therefore \frac{5}{2} > a$$

(iv) 대칭축이 -1 과 2 사이에 있어야 하므로

$$-1 < \frac{a}{2} < 2$$

$$\therefore -2 < a < 4$$

따라서 (i), (ii), (iii), (iv)에서 $2 < a < \frac{5}{2}$