

1. 연립부등식  $\begin{cases} 3x+2 \geq -13 \\ x-1 \geq 2x \end{cases}$  의 해를 구하면?

① 해가없다

②  $1 \leq x \leq 5$

③  $-5 \leq x \leq 1$

④  $-1 \leq x \leq 5$

⑤  $-5 \leq x \leq -1$

해설

부등식  $3x+2 \geq -13$ 을 풀면

$$3x+2 \geq -13$$

$$\therefore x \geq -5$$

부등식  $x-1 \geq 2x$ 을 풀면

$$x-1 \geq 2x$$

$$\therefore x \leq -1$$

$$\therefore -5 \leq x \leq -1$$

2. 다음 연립부등식을 풀면?

$$\begin{cases} 2(2x-3) > x+3 \\ 5x-9 < 3x+7 \end{cases}$$

①  $2 < x < 8$

②  $3 < x < 9$

③  $3 < x < 8$

④  $5 < x < 9$

⑤  $4 < x < 10$

해설

i )  $2(2x-3) > x+3$   
 $\Rightarrow 4x-6 > x+3$   
 $\Rightarrow x > 3$

ii )  $5x-9 < 3x+7$   
 $\Rightarrow 2x < 16$   
 $\Rightarrow x < 8$

$\therefore 3 < x < 8$

3. 다음 연립부등식을 만족하는 가장 큰 정수는?

$$\begin{cases} \frac{2}{5}(4x-1) > \frac{1}{3}(2x+3) \\ 0.5(x-9) < 0.2(x-3) \end{cases}$$

- ① 6                      ② 8                      ③ 10                      ④ 12                      ⑤ 13

해설

i)  $\frac{2}{5}(4x-1) > \frac{1}{3}(2x+3)$  의 양변에 15 를 곱해 주면,  
 $\Rightarrow 6(4x-1) > 5(2x+3)$   
 $\Rightarrow x > \frac{3}{2}$

ii)  $0.5(x-9) < 0.2(x-3)$  의 양변에 10 을 곱해 주면,  
 $\Rightarrow 5(x-9) < 2(x-3)$   
 $\Rightarrow x < 13$   
 $\therefore \frac{3}{2} < x < 13$

4. 연립부등식  $8x - 6 < 5x + 4 \leq 3x + 8$  의 해는?

①  $x < 1$

②  $x \leq 2$

③  $x > 2$

④  $x < \frac{10}{3}$

⑤ 해가 없다.

해설

주어진 부등식은 연립부등식

$$\begin{cases} 8x - 6 < 5x + 4 & \cdots \textcircled{1} \\ 5x + 4 \leq 3x + 8 & \cdots \textcircled{2} \end{cases} \text{의 해와 같으므로}$$

$$\textcircled{1} : 3x < 10, \quad x < \frac{10}{3} \quad \textcircled{2} : 2x \leq 4, \quad x \leq 2$$

따라서  $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 의 공통된 범위의 해를 구하면  $x \leq 2$  이다.

5. 연립부등식  $\begin{cases} 3x-3 > -x+9 \\ 5x < 4x+a \end{cases}$  를 만족하는 자연수가 2개일 때,  $a$ 의 값의 범위는?

- ①  $3 < a \leq 4$                       ②  $3 < a < 4$                       ③  $4 \leq a < 5$   
④  $4 < a \leq 5$                       ⑤  $5 < a \leq 6$

해설

$$3x-3 > -x+9, \quad x > 3$$

$$5x < 4x+a, \quad x < a$$

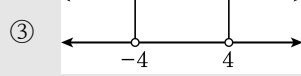
$$\therefore 3 < x < a$$

만족하는 자연수가 2개, 즉 4, 5 이므로  $5 < a \leq 6$

6. 다음 연립부등식 중에서 해가 없는 것은?

- ①  $\begin{cases} x > 1 \\ x \geq 4 \end{cases}$       ②  $\begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq -5 \end{cases}$       ③  $\begin{cases} x > 4 \\ x < -4 \end{cases}$
- ④  $\begin{cases} x < 5 \\ x \geq 3 \end{cases}$       ⑤  $\begin{cases} x \leq 7 \\ x \geq -3 \end{cases}$

해설



7. 연립부등식  $\begin{cases} x+6 > 2a \\ 3x-2 < 4 \end{cases}$  의 해가  $-2 < x < 2$  일 때,  $a$  의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$x+6 > 2a, x > 2a-6$  이므로  
 $2a-6 = -2$   
 $\therefore a = 2$

8. 부등식  $2|x+2|+|x-1|\leq 6$ 을 만족하는 정수  $x$ 의 개수는?

- ① 1개      ② 2개      ③ 3개      ④ 4개      ⑤ 5개

해설

( i )  $x \geq 1$ 일 때  
 $2x+4+x-1-6=3x-3 \leq 0, x \leq 1$   
 $\therefore x=1 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$   
( ii )  $-2 \leq x < 1$ 일 때  
 $2x+4+1-x-6=x-1 \leq 0$ 에서  $x \leq 1$   
 $\therefore -2 \leq x < 1 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$   
( iii )  $x < -2$ 일 때  
 $-2x-4-x+1-6=-3x-9 \leq 0$   
 $3x \geq -9, x \geq -3$   
 $\therefore -3 \leq x < -2 \cdots \textcircled{\text{㉢}}$   
 $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉢}}$ 에서  $-3 \leq x \leq 1$   
따라서 만족하는 정수  $x$ 의 개수는 5개

9. 부등식  $(a+b)x + (2a-b) > 0$ 의 해가  $x < -1$ 일 때, 부등식  $ax + b > 0$ 의 해를 구하면?

㉠  $x < -\frac{1}{2}$   
㉡  $x > -\frac{1}{3}$

㉢  $x < -\frac{1}{3}$   
㉣  $x > -1$

㉤  $x > -\frac{1}{2}$

해설

$(a+b)x + (2a-b) > 0$ 의 해가  $x < -1$ 이라면

$$a+b < 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$-\frac{2a-b}{a+b} = -1 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉡}$ 에서  $a = 2b$ 이고  $a+b = 2b+b = 3b < 0$

$$\therefore b < 0$$

$ax+b > 0$ 에서  $2bx+b > 0$ ,  $2bx > -b$

$$b < 0 \text{이므로 } x < -\frac{1}{2}$$

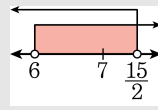
10. 어떤 자연수의 2 배에서 6 을 뺀 수는 9 보다 작고, 27 에서 그 자연수의 3 배를 뺀 수도 9 보다 작다고 한다. 이 때, 어떤 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{aligned} & \begin{cases} 2x - 6 < 9 \\ 27 - 3x < 9 \end{cases} \\ \Rightarrow & \begin{cases} 2x < 9 + 6 \\ -3x < 9 - 27 \end{cases} \\ \Rightarrow & \begin{cases} x < \frac{15}{2} \\ x > 6 \end{cases} \\ \therefore & x = 7 \end{aligned}$$



11. 110 개의 노트를 학생들에게 8 권씩 나누어주면 노트가 남고, 9 권씩 나누어주면 노트가 부족하다. 이 때 학생의 수는 몇 명인지 구하여라.

▶ **답:** 명

▶ 정답: 13 명

## 해설

문제에서 구하고자 하는 학생의 수를  $x$  명이라고 놓자.  
모든 학생이 노트를 8권씩 가지고 있을 때 전체 노트 수는  $8x$  권이고, 모든 학생이 9권씩 가지고 있을 때 전체 노트 수는  $9x$  권이다. 그러나 노트 수는 모든 학생이 8권씩 가질 때보다 많고, 모든 학생이 9권씩 가질 때보다 적으므로, 이를 식으로 나타내면  $8x < 110 < 9x$  이다.

이를 연립부등식으로 표현하면  $\begin{cases} 8x < 110 \\ 9x > 110 \end{cases}$

간단히 하면,  $\begin{cases} x < \frac{110}{8} \\ x > \frac{110}{9} \end{cases}$  이다.

이를 다시 나타내면  $\frac{110}{9} < x < \frac{110}{8}$  이다.

$\frac{110}{8} = 13.75$  이고  $\frac{110}{9} = 12.2\ldots$  이므로 학생의 수는 13 명이 가능하다.

12. 부등식  $x^2 - |x| - 12 \geq 0$ 을 풀면?

①  $x \leq -4$  또는  $x \geq 1$

②  $x \leq -4$  또는  $x \geq 2$

③  $x \leq -4$  또는  $x \geq 3$

④  $x \leq -4$  또는  $x \geq 4$

⑤  $x \leq -4$  또는  $x \geq 5$

해설

( i )  $x \geq 0$ 일 때,  $|x| = x$ 이므로

주어진 부등식은  $x^2 - x - 12 \geq 0$ ,  $(x + 3)(x - 4) \geq 0$

$\therefore x \leq -3$  또는  $x \geq 4 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$

이 때,  $x \geq 0$ 과  $\textcircled{\text{㉠}}$ 의 공통 범위를 구하면 다음 수직선에서  $x \geq 4$

( ii )  $x < 0$ 일 때,  $x^2 + x - 12 \geq 0$ ,  $(x + 4)(x - 3) \geq 0$

$\therefore x \leq -4$  또는  $x \geq 3 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$

이 때,  $x < 0$ 과  $\textcircled{\text{㉡}}$ 의 공통 범위를 구하면  $x \leq -4$

따라서,  $x \leq -4$  또는  $x \geq 4$

13.  $x$ 에 대한 부등식  $(k+1)x^2 - 2(k+1)x + 2 > 0$ 이 모든 실수  $x$ 에 대하여 항상 성립할 때, 실수  $k$ 값의 범위는?

- ①  $-1 < k < 1$       ②  $-1 < k \leq 1$       ③  $-1 \leq k < 1$   
④  $-1 \leq k \leq 1$       ⑤  $k \geq -1$

해설

i)  $k = -1$  일 때,  $0 \cdot x^2 - 0 \cdot x + 2 > 0$ 이므로 모든 실수  $x$ 에 대하여 항상 성립한다.

ii)  $k \neq -1$  일 때,  $(k+1)x^2 - 2(k+1)x + 2 > 0$ 이 모든 실수  $x$ 에 대하여 성립하려면

$$k+1 > 0, k > -1 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

또 이차방정식  $(k+1)x^2 - 2(k+1)x + 2 = 0$ 의 판별식을  $D$ 라 할 때,

$$\frac{D}{4} = (k+1)^2 - 2(k+1) < 0$$

$$k^2 - 1 < 0, (k+1)(k-1) < 0$$

$$\therefore -1 < k < 1 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

①, ②의 공통 범위를 구하면  $-1 < k < 1$

i), ii)에서  $-1 \leq k < 1$

14. 다음 중 모든 실수  $x$ 에 대하여  $x^2 - 6x + k > 0$ 이 항상 성립하도록 하는 실수  $k$ 의 값이 아닌 것은?

① 9      ② 10      ③ 11      ④ 12      ⑤ 13

해설

모든 실수  $x$ 에 대하여 이차부등식  $x^2 - 6x + k > 0$ 이 성립해야 하므로

이차방정식  $x^2 - 6x + k = 0$ 의 판별식을 D라 하면

$$\frac{D}{4} = 9 - k < 0$$

$$\therefore k > 9$$

따라서,  $k$ 의 값이 될 수 없는 것은 ①이다.

15. 모든 실수  $x$  에 대하여  $x^2 + 2(a-5)x + 2(3a-19)$  가 양수가 되기 위한  $a$  의 정수값은 얼마인가?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

$x^2 + 2(a-5)x + 2(3a-19)$  가 양수가 되려면

판별식이  $D < 0$  이어야 하므로

$$\frac{D}{4} = (a-5)^2 - 2(3a-19) < 0$$

$$a^2 - 10a + 25 - 6a + 38 < 0, a^2 - 16a + 63 < 0$$

$$(a-9)(a-7) < 0$$

$$\therefore 7 < a < 9$$

따라서 정수  $a$  의 값은 8 이다.

16. 양의 실수  $a$ 에 대하여 부등식  $-3 < x + 1 < 6$ 의 모든 해가 부등식  $|x - 2| < a$ 를 만족할 때,  $a$ 값의 범위는?

①  $0 < a \leq 3$

②  $0 < a < 3$

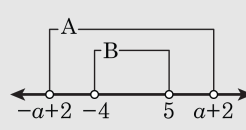
③  $0 \leq a \leq 3$

④  $a \geq 3$

⑤  $a \geq 6$

해설

$\therefore a \geq 6$



17. 둘레의 길이가 24 cm 인 직사각형의 넓이를  $35\text{ cm}^2$  이상 되도록 할 때, 그 한 변의 길이  $a$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

① 9 cm      ② 10 cm      ③ 12 cm      ④ 15 cm      ⑤ 19 cm

해설

한 변의 길이가  $a$  이므로 다른 한 변의 길이는  $12 - a$ 이다.

$a(12 - a) \geq 35$ 에서  $(a - 5)(a - 7) \leq 0$

$\therefore 5 \leq a \leq 7$

따라서, 최댓값과 최솟값의 합은 12 cm

18. 이차함수  $y = x^2 - 4px + 5 - p$  의 그래프가  $x$  축과 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는  $p$  의 범위가  $p < \alpha$ ,  $p > \beta$  일 때  $\alpha + \beta$  의 값은?

- ①  $-1$       ②  $-\frac{1}{2}$       ③  $-\frac{1}{4}$       ④  $-\frac{1}{5}$       ⑤  $-\frac{1}{6}$

해설

$y = x^2 - 4px + 5 - p$  의 그래프가  
 $x$  축과 서로 다른 두 점에서 만나려면  
판별식  $D$  가  $D > 0$  이다.

$$\frac{D}{4} = (-2p)^2 - 5 + p > 0$$

$$4p^2 + p - 5 > 0$$

$$(p - 1)(4p + 5) > 0$$

$$\therefore p < -\frac{5}{4}, p > 1$$

$$\text{따라서 } \alpha = -\frac{5}{4}, \beta = 1 \text{ 이므로}$$

$$\therefore \alpha + \beta = -\frac{1}{4}$$

19. 연립부등식  $\begin{cases} x^2 - x - 6 \leq 0 \\ x^2 - 5x + 4 > 0 \end{cases}$  을 만족하는 정수해는 몇 개인가?

- ① 7 개      ② 6 개      ③ 5 개      ④ 4 개      ⑤ 3 개

해설

$x^2 - x - 6 \leq 0$   
 $\Rightarrow (x - 3)(x + 2) \leq 0$   
 $\Rightarrow -2 \leq x \leq 3 \quad \dots \quad \textcircled{1}$   
 $x^2 - 5x + 4 > 0$   
 $\Rightarrow (x - 1)(x - 4) > 0$   
 $\Rightarrow x < 1 \text{ 또는 } x > 4 \quad \dots \quad \textcircled{2}$   
①, ②의 공통범위는 :  $-2 \leq x < 1$   
 $\therefore$  정수의 해 :  $-2, -1, 0$

20. 연립부등식  $\begin{cases} x^2 - 3x \leq 0 \\ x^2 \geq 2 - x \end{cases}$  의 해와 부등식  $ax^2 + 2bx - (a + 2b) \geq 0$

의 해가 일치할 때,  $\frac{b}{a}$  의 값은?

- ① -3      ② -2      ③ -1      ④ 0      ⑤ 1

해설

$$\begin{cases} x^2 - 3x \leq 0 \cdots (가) \\ x^2 \geq 2 - x \cdots (나) \end{cases}$$

(가)에서  $x(x - 3) \leq 0 \quad \therefore 0 \leq x \leq 3$

(나)에서

$$x^2 + x - 2 \geq 0, \quad (x + 2)(x - 1) \geq 0$$

$$\therefore x \leq -2 \text{ 또는 } x \geq 1$$

따라서 (가)와 (나)의 공통 범위를 구하면

$$1 \leq x \leq 3$$

해가  $1 \leq x \leq 3$ 이고 이차항의 계수가

$a(a < 0)$ 인 부등식은

$$a(x - 1)(x - 3) \geq 0$$

$$ax^2 - 4ax + 3a \geq 0$$

$$\therefore -4a = 2b, \quad 3a = -(a + 2b)$$

$$-4a = 2b \text{에서} \quad b = -2a$$

$$\frac{b}{a} = \frac{-2a}{a} = -2$$

21. 이차방정식  $x^2 + 2kx + 6 - k = 0$  의 두 근이 모두 1보다 클 때, 실수  $k$ 의 값의 범위를 구하면?

①  $0 \leq k < 7$

②  $-1 \leq k \leq 2$

③  $-5 \leq k \leq -2$

④  $-7 < k \leq -1$

⑤  $-7 < k \leq -3$

해설

이차방정식  $x^2 + 2kx + 6 - k = 0$  의

두 근이 모두 1보다 크므로

$f(x) = x^2 + 2kx + 6 - k$  로 놓으면

( i )  $D \geq 0$  이므로

$$k^2 + k - 6 \geq 0$$

$$(k + 3)(k - 2) \geq 0$$

$$\therefore k \leq -3, k \geq 2$$

( ii )  $x^2 + 2kx + 6 - k = (x + k)^2 + 6 - k - k^2$  에서

$$-k > 1$$

$$\therefore k < -1$$

(iii)  $f(1) > 0$  이므로

$$1 + 2k + 6 - k > 0$$

$$\therefore k > -7$$

따라서 ( i ), ( ii ), (iii) 에서

$$\therefore -7 < k \leq -3$$

22. 이차방정식  $ax^2 - (a+1)x - 4 = 0$ 의 한 근이  $-1$ 과  $0$  사이에 있고, 다른 한 근이  $1$ 과  $2$  사이에 있을 때, 상수  $a$ 의 범위는?

- ㉠  $a > 3$                       ㉡  $0 < a < 3$                       ㉢  $a \geq \frac{1}{2}$   
㉣  $a \geq 1$                       ㉤  $-1 < a < 3$

해설

주어진 조건을 만족시키려면  $f(-1) > 0, f(0) < 0, f(1) < 0, f(2) > 0$  이어야 한다.

따라서  $f(-1) = a + (a+1) - 4 > 0$  에서

$$2a > 3 \quad \therefore a > \frac{3}{2} \cdots \textcircled{㉠}$$

$$f(2) = 4a - 2a - 2 - 4 > 0 \text{ 에서}$$

$$2a > 6 \quad \therefore a > 3 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 모두 만족해야 하므로

구하는  $a$ 의 값의 범위는  $a > 3$

23. 이차방정식  $x^2 + 2kx + k = 0$ 의 두 근이 모두  $-1$ 과  $1$  사이에 있기 위한  $k$ 값의 범위가  $a < k \leq b$ 라 할 때,  $ab$ 의 값은?

- ①  $-1$       ②  $-\frac{1}{2}$       ③  $0$       ④  $\frac{1}{2}$       ⑤  $1$

해설

$$D/4 = k^2 - k \geq 0, k(k-1) \geq 0, \therefore k \leq 0, k \geq 1$$

$$f(x) = x^2 + 2kx + k \text{라 하면}$$

$$f(-1) = 1 - k > 0$$

$$\therefore k < 1$$

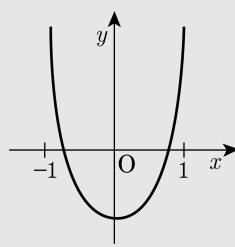
$$f(1) = 1 + 3k > 0 \therefore k > -\frac{1}{3}$$

$$\text{대칭축 } x = -k \text{ 이므로 } -1 < -k < 1$$

$$\therefore -1 < k < 1$$

$$\therefore -\frac{1}{3} < k \leq 0$$

$$\therefore ab = 0$$



24. 사탕봉지 A, B, C, D, E, F 중 5개에는 무게가 같은 사탕을 4개씩 넣었으나, 1개에는 실수로 사탕을 3개밖에 넣지 않았다. A, B, C의 무게의 합은 D, E, F의 무게의 합보다 크고, B, C, D의 무게의 합은 A, E, F의 무게의 합보다 크다. 또한 B와 F의 무게의 합은 C와 E의 무게의 합보다 클 때, 사탕이 3개 들어있는 사탕봉지를 찾아라.

▶ 답 :

▷ 정답 : E

해설

6개의 사탕봉지 A, B, C, D, E, F의 무게를 각각  $a, b, c, d, e, f$ 라 하면

$$a + b + c > d + e + f \cdots \textcircled{㉠}$$

$$b + c + d > a + e + f \cdots \textcircled{㉡}$$

$$b + f > c + e \cdots \textcircled{㉢}$$

㉠과 ㉡에서 A와 D만 바꿨을 때 부등호의 방향이 변하지 않으므로 A, D의 사탕봉지의 무게는 같다.

따라서 ㉠에서  $b + c > e + f$ 이므로 사탕이 3개 든 사탕봉지는 E, F 중 하나이고, ㉢에 의해 사탕이 3개 든 사탕봉지는 C, E 중 하나이므로, 사탕이 3개 들어있는 사탕봉지는 E이다.

25.  $x$ 에 대한 방정식  $x^2 - 2kx + (2k^2 - 3k) = 0$ 의 두 실근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $(\alpha - \beta)^2 \leq 8$ 를 만족하는  $k$ 의 최댓값과 최솟값을 각각  $M, m$ 이라 할 때,  $M + m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$x^2 - 2kx + (2k^2 - 3k) = 0$ 의 두 실근을  $\alpha, \beta$ 라 하면

$$\frac{D}{4} = k^2 - (2k^2 - 3k) \geq 0$$

$$\therefore 0 \leq k \leq 3 \cdots \textcircled{1}$$

또,  $\alpha + \beta = 2k$ ,  $\alpha\beta = 2k^2 - 3k$ 이므로

$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta \leq 8$$

$$(2k)^2 - 4(2k^2 - 3k) \leq 8$$

$$k^2 - 3k + 2 \geq 0 \quad (k-1)(k-2) \geq 0$$

$$\therefore k \leq 1, \quad k \geq 2 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②에서  $0 \leq k \leq 1$  또는  $2 \leq k \leq 3$

$$\therefore M = 3, \quad m = 0$$

$$\therefore M + m = 3$$