1. 다음 중에서 성립하지 <u>않는</u> 것은?

① $a^2 \geq 0$　② $a^2 + b^2 \geq 0$
③ $a^2 = 0 \Leftrightarrow a = 0$　④ $a^2 + b^2 = 0 \Leftrightarrow a = b = 0$
⑤ $a > b \Leftrightarrow ab > 0$

해설

① $a^2 \geq 0$ (항상 성립)
② $a^2 + b^2 \geq 0$ (항상 성립)
③ $a^2 = 0 \Leftrightarrow a = 0$ (항상 성립)
④ $a^2 + b^2 = 0 \Leftrightarrow a = b = 0$ (항상 성립)
⑤ $a > b \Leftrightarrow ab > 0$
(반례 : $a > 0$, $b < 0$이면 $a > b$이지만 $ab < 0$이다.)

2. $-1 < x < 3$일 때, $A = 2x - 3$의 범위는?

① $1 < A < 3$ ② $-1 < A < 3$ ③ $-3 < A < 5$
④ $-5 < A < 3$ ⑤ $3 < A < 5$

해설
$-1 < x < 3$에서 양변에 2를 곱하고 3을 빼면
$-2 - 3 < 2x - 3 < 6 - 3$
$\therefore -5 < 2x - 3 < 3$

3. 연립부등식 $\begin{cases} 4x-2<10 \\ 2x-5>1 \end{cases}$ 을 만족하는 정수 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 0개

해설

$4x-2<10$

$4x<12$

$x<3$

$2x-5>1$

$2x>6$

$x>3$

따라서 동시에 만족하는 정수 x 는 없다.

4. 다음 연립부등식의 해가 $a < x < b$ 일 때, $a+b$의 값은?

$$\begin{cases} 2(3x-3) > 3(x+2) \\ 3(x+9)+3 > 15(x-2) \end{cases}$$

① 8　② 9　③ 10　④ 11　⑤ 12

해설

ⅰ) $2(3x-3) > 3(x+2)$

$\Rightarrow\ 6x-6 > 3x+6$

$\Rightarrow\ 3x > 12$

$\Rightarrow\ x > 4$

ⅱ) $3(x+9)+3 > 15(x-2)$

$\Rightarrow\ x+9+1 > 5x-10$

$\Rightarrow\ x < 5$

$\therefore\ 4 < x < 5$

$a = 4,\ b = 5$

$\therefore\ a+b = 4+5 = 9$

5. 두 부등식 $0.3x + 1.2 > 0.5x$, $\frac{2}{3}x - \frac{1}{2} < \frac{3}{4}x$ 을 동시에 만족하는 정수 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 11 개

해설

$0.3x + 1.2 > 0.5x$ 의 양변에 10을 곱하면

$3x + 12 > 5x$

$3x - 5x > -12$

$-2x > -12$

$x < 6$

$\frac{2}{3}x - \frac{1}{2} < \frac{3}{4}x$ 의 양변에 12 를 곱하면

$8x - 6 < 9x$

$x > -6$

따라서 $-6 < x < 6$ 이고 정수는

$-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$ 의 11 개이다.

6. 연립부등식 $x-5 \le 2(x-4) < 4x-10$을 만족하는 가장 작은 자연수는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x-5 \le 2(x-4)$, $x-5 \le 2x-8$, $3 \le x$
$2(x-4) < 4x-10$, $2x-8 < 4x-10$, $2 < 2x$, $1 < x$
$\therefore\ x \ge 3$

7. 연립부등식 $-3 < \frac{x+a}{4} < 1$ 의 해가 $-9 < x < b$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$-3 < \frac{x+a}{4} < 1$

$\Rightarrow \begin{cases} -3 < \frac{x+a}{4} \\ \frac{x+a}{4} < 1 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} -12 < x+a \\ x+a < 4 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x > -12-a \\ x < 4-a \end{cases}$

$-12-a < x < 4-a$ 이므로 $-12-a = -9$

$\therefore\ a = -3$

$4-a = b$ 이므로 $4-(-3) = b$

$\therefore\ b = 7$

따라서 $a+b = -3+7 = 4$ 이다.

8. 다음 연립부등식이 해를 가질 때, 상수 a 의 값의 범위는?

$$\begin{cases} x - 10 > a \\ 4x - 5 \le 3 \end{cases}$$

① $a \ge -8$ ② $a > -8$ ③ $a < -8$
④ $a > -12$ ⑤ $a < -12$

해설

정리하면

$$\begin{cases} x > a + 10 \\ x \le 2 \end{cases}$$

해가 존재하기 위해서는 $a + 10 < 2$ 이어야 한다.

$\therefore\ a < -8$

9. $x+\frac{5}{2} \leq \frac{3}{2}x+1$, $\frac{x}{9}-\frac{1}{3} \leq -\frac{1}{3}(x-1)$ 을 만족하는 x의 값은?

① 없다. ② 2 ③ 3, 4 ④ $x<2$ ⑤ $x \geq 3$

해설

$x+\frac{5}{2} \leq \frac{3}{2}x+1$, $x \geq 3$

$\frac{x}{9}-\frac{1}{3} \leq -\frac{1}{3}(x-1)$, $x \leq \frac{3}{2}$

$\therefore$ 만족하는 x는 없다.

10. 부등식 $x^2-3|x|-4>0$의 해를 구하면?

① $x<-4$ 또는 $x>4$
② $x<-1$ 또는 $x>4$
③ $x<1$ 또는 $x>-4$
④ $-1<x<4$
⑤ $-1<x<3$

해설

부등식에 절댓값이 있으므로

(ⅰ) $x\geq 0$

$x^2-3x-4>0$

$(x+1)(x-4)>0$

$x<-1$ 또는 $x>4$

$x\geq 0$ 이므로 $x>4$

(ⅱ) $x<0$

$x^2+3x-4>0$

$(x-1)(x+4)>0$

$x<-4$ 또는 $x>1$

$x<0$ 이므로 $x<-4$

(ⅰ) (ⅱ) 로부터 $x<-4$ 또는 $x>4$

11. 부등식 $2[x]^2-9[x]+9<0$ 을 만족하는 x의 값의 범위는? (단,$[x]$는 x를 넘지 않는 최대 정수)

① $\frac{2}{3}<x<\frac{7}{2}$　② $\frac{3}{2}<x\le 3$　③ $2\le x<3$
④ $1\le x<3$　⑤ $1\le x\le 4$

해설

$[x]=t$로 놓으면 $2t^2-9t+9<0$이므로
부등식을 풀면 $(2t-3)(t-3)<0$
$\therefore \frac{3}{2}<t<3$
따라서, $\frac{3}{2}<[x]<3$에서 $[x]=2$
$\therefore 2\le x<3$

12. 모든 실수 x에 대하여 이차부등식 $kx^2 + 2x + k < 0$이 성립하도록 하는 실수 k 의 값의 범위는? (단, $k \neq 0$)

① $k < -1$ ② $k < 1$

③ $-1 < k < 0$ ④ $k < -1$ 또는 $k > 0$

⑤ $-1 < k < 1$

해설

모든 실수 x에 대하여 주어진 이차부등식이 성립하려면 이차함수 $y = kx^2 + 2x + k$ 의 그래프가 x 축보다 항상 아래쪽에 있어야 한다.

즉, 이차함수 $y = kx^2 + 2x + k$ 의 그래프가 위로 볼록하고 이차방정식 $kx^2 + 2x + k = 0$ 이 허근을 가져야 하므로

$k < 0 \cdots\cdots$ ㉠

$\frac{D}{4} = 1^2 - k \cdot k < 0$

$k^2 - 1 > 0$

$(k+1)(k-1) > 0$

$\therefore k < -1$ 또는 $k > 1 \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡의 공통 부분을 구하면 $k < -1$

13. 이차부등식 $ax^2+bx+c>0$의 해가 $\alpha<x<\beta$일 때, 이차부등식$cx^2-bx+a>0$의 해는?(단,$\alpha>0$이다.)

① $-\frac{1}{\alpha}<x<-\frac{1}{\beta}$　　② $-\beta<x<-\alpha$

③ $\frac{1}{\beta}<x<\frac{1}{\alpha}$　　④ $x>\frac{1}{\alpha},\ x<\frac{1}{\beta}$

⑤ $x>-\frac{1}{\beta},\ x<-\frac{1}{\alpha}$

해설

$ax^2+bx+c>0$의 해가 $\alpha<x<\beta$이므로

$a<0,\ \alpha+\beta=-\frac{b}{a},\ \alpha\beta=\frac{c}{a}$

$cx^2-bx+a>0$

에서 $a<0$이므로 양변을 a로 나누면

$\frac{c}{a}x^2-\frac{b}{a}x+1<0$

$\therefore\ \alpha\beta x^2+(\alpha+\beta)x+1<0$

$\therefore\ (\alpha x+1)(\beta x+1)<0$이고

$0<\alpha<\beta$에서 $\frac{1}{\alpha}>\frac{1}{\beta}$이므로

$-\frac{1}{\alpha}<-\frac{1}{\beta}$

$\therefore\ -\frac{1}{\alpha}<x<-\frac{1}{\beta}$

14. x에 대한 이차방정식 $x^2-2kx-2k+3=0$이 두 실근을 가지도록 실수 k의 값의 범위를 정하면?

① $k \le -3$ 또는 $k \ge 1$ ② $-3 \le k \le 1$
③ $k=-3$ 또는 $k=1$ ④ $k<-3$ 또는 $k>1$
⑤ $-3<k<1$

해설

두 실근을 갖는다는 것은
서로 다른 두 실근 또는 중근을 갖는다는 것이므로
$D' = k^2-(-2k+3) \ge 0$
$k^2+2k-3 \ge 0$
$(k+3)(k-1) \ge 0$
$\therefore\ k \le -3$ 또는 $k \ge 1$

15. x 에 관한 연립방정식

$$\begin{cases} |x+4| > 3x \\ 2x(x-3) \ge 0 \end{cases}$$ 을 풀면?

① $x \le 0$　　② $-2 < x < 3$　　③ $x < 0, x > 2$

④ $0 < x < 2$　　⑤ $x \ge 3$

해설

$$\begin{cases} |x+4| > 3x & \cdots ㉠ \\ 2x(x-3) \ge 0 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠식에서

ⅰ) $x \ge -4$ 일때

$x + 4 > 3x \rightarrow 2x < 4 \rightarrow x < 2$

$\Rightarrow -4 \le x < 2$

ⅱ) $x < -4$ 일때

$-x - 4 > 3x \rightarrow 4x < -4 \rightarrow x < -1$

$\therefore x < -4$

ⅰ), ⅱ) 에서 $x < 2$

㉡식에서 $2x(x-3) \ge 0 \rightarrow x \ge 3$, $x \le 0$

㉠과㉡ 공통범위 : $x \le 0$

16. 연립방정식 $\begin{cases} x-y=2 \\ cx+y=3 \end{cases}$ 의 해 $(x,\ y)$가 제1사분면에 있을 상수 c의 조건은?

① $c=-1$　② $c>-1$　③ $c<\dfrac{3}{2}$
④ $0<c<\dfrac{3}{2}$　⑤ $-1<c<\dfrac{3}{2}$

해설

$\begin{cases} x-y=2 \\ cx+y=3 \end{cases}$ 을 풀면 $x=\dfrac{5}{c+1}, y=\dfrac{3-2c}{c+1}$

$x>0, y>0$ 인 c의 범위를 구한다.
$c+1>0,\ \ 3-2c>0$
$\therefore\ -1<c<\dfrac{3}{2}$

17. 이차방정식 $x^2 - 2(m-4)x + 2m = 0$ 의 근에 대하여 다음 조건을 만족하도록 실수 m 의 값의 범위를 차례로 정한 것은 보기 중 어느 것인가?

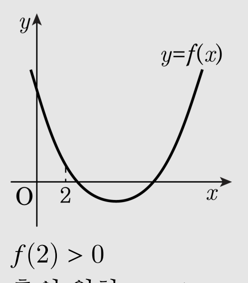
보기

(i) 두 근이 모두 2보다 크다.
(ii) 2가 두 근 사이에 있다.

① $8 \le m < 10$, $m > 10$　　② $8 \le m < 10$, $m > 8$
③ $-10 \le m < 10$, $m > 10$　　④ $-10 \le m < 10$, $m > 8$
⑤ $8 \le m < 10$, $m > 12$

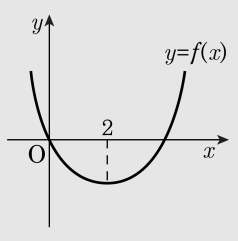
해설

(i) 경계값 $x = 2$ 에서



$f(2) > 0$
축의 위치 $m - 4 > 2$
판별식 $D \ge 0$
$\therefore\ 8 \le m < 10$

(ii)



$f(2) < 0$ 이기만 하면 된다.
$\therefore\ m > 10$

18. x에 대한 이차방정식 $x^2 - x + k = 0$의 한 근만이 이차방정식 $x^2 - 3x + 2 = 0$의 두 근 사이에 있을 때, 실수 k의 값의 범위는?

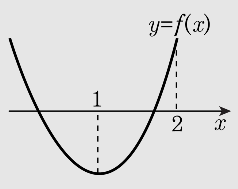
① $1 < k < 2$
② $-2 < k < 0$
③ $-2 \le k \le 0$
④ $k < -2$ 또는 $k > 0$
⑤ $-2 < k < -1$

해설

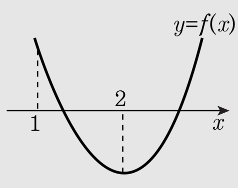
$x^2 - 3x + 2 = 0$ 에서 $(x-1)(x-2) = 0$

$\therefore x = 1$ 또는 $x = 2$

$f(x) = x^2 - x + k$ 로 놓으면 다음 그림과 같이 $y = f(x)$ 의 그래프가 두 점 $(1,\ 0)$, $(2,\ 0)$ 사이에서 x 축과 만나야 한다.



또는



$\therefore f(1) < 0,\ f(2) > 0$ 또는 $f(1) > 0,\ f(2) < 0$

즉, $f(1)f(2) = k(k+2) < 0$

$\therefore -2 < k < 0$