1. $2^4 \times 3^2 \times 5$ 의 약수 중에서 두 번째로 큰 수는?

① $2^3 \times 3^2 \times 5$ ② $2^3 \times 3^2$ ③ $2^4 \times 3^2 \times 5$

④ $2^4 \times 3 \times 5$ ⑤ $2^4 \times 5$

해설

제일 큰 약수는 자기 자신인 $2^4 \times 3^2 \times 5$ 이고, 두 번째로 큰 수는 가장 작은 소인수인 2 가 한번 덜 곱해진 것이므로, $2^{4-1} \times 3^2 \times 5 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이다.

2. 다음 중 350 의 약수가 아닌 것은?

① 2 ② 2×5 ③ 2×7

④ $2^2 \times 5^2$ ⑤ $2 \times 5^2 \times 7$

해설

$350 = 2 \times 5^2 \times 7$ 이므로 ④ $2^2 \times 5^2$ 은 약수가 아니다.

3. 다음 중 $11^3 \times 13^5$ 의 약수가 아닌 것은?

① 11 ② 13 ③ 11×13^4

④ $11^2 \times 13^3$ ⑤ $11^4 \times 13^5$

해설

⑤ $11^4 \times 13^5$ 에서 11^4 은 11^3 의 약수가 아니므로 $11^3 \times 13^5$ 의 약수가 아니다.

4. 다음 네모 칸에 쓰여진 수 중에서 $3^4 \times 11^5$ 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 한글 자음 중 하나가 나타난다. 그 한글 자음은 무엇인지 찾아라.

$3^4 \times 11$	11	3×11
$3^2 \times 11^2$	16	3×11^2
33	2×3^2	$3^4 \times 11^5$
$3^2 \times 11$	121	$3^3 \times 11^5$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ

④ ㄹ ⑤ ㅁ

해설

3^4 의 약수는 1 , 3 , 3^2 , 3^3 , 3^4 이고 11^5 의 약수는 1 , 11 , 11^2 , 11^3 , 11^4 , 11^5 이다.

표의 수들을 소인수분해하면 $16 = 2^4$, $121 = 11^2$, $33 = 3 \times 11$ 이다.

$3^4 \times 11^5$ 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 다음 표와 같다.

$3^4 \times 11$	11	3×11
$3^2 \times 11^2$	16	3×11^2
33	2×3^2	$3^4 \times 11^5$
$3^2 \times 11$	121	$3^3 \times 11^5$

5. 36 을 어떤 자연수로 나누면 나누어 떨어진다고 한다. 이때, 어떤 자연수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 9 개

해설

36 의 약수를 구하면 된다. 36 의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36 이다. 따라서 9 개이다.

6. 어떤 수 A 를 8 로 나누었더니 몫이 9 이고, 나머지가 3 이었다. 어떤 수 A 는?

① 70 ② 75 ③ 80 ④ 85 ⑤ 90

해설

$A = 8 \times 9 + 3 = 75$

7. 두 자연수 x, y 가 있다. x 를 y 로 나누었더니 몫이 15 , 나머지가 2 이었다. 이때, x를 5 로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x = y \times 15 + 2 = 5 \times y \times 3 + 2$ 이다.
따라서 나머지는 2 이다.

8. 130 을 나누어 몫이 7 이고 나머지가 4 인 수는?

① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

해설

나누는 수를 a 라 하면 $7 \times a + 4 = 130,\ 7 \times a = 126$ 이므로 $a = 18$ 이다.

9. 다음 조건을 각각 만족하는 자연수의 개수의 합을 구하여라.

> ㉠ 최대공약수가 24인 두 수 a, b의 공약수
>
> ㉡ 50보다 크지 않은 4와 6의 공배수

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

㉠ 최대공약수가 24인 두 수 a, b의 공약수는 24의 공약수이므로
$24 = 2^3 \times 3^1$에서 약수의 개수는
$(3+1) \times (1+1) = 8$(개)

㉡ 4와 6의 최소공배수는 12이므로
50보다 작은 12의 배수는 12, 24, 36, 48의 4개

$\therefore 8 + 4 = 12$

10. 자연수 n 에 대하여 $n+1$ 은 3 의 배수이고 $n+4$ 은 7 의 배수일 때, $n+6$ 을 21 로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$n+1$ 은 3 의 배수이므로
값은 $2, 5, 8, 11, 14, \cdots$ 이고,
$n+4$ 은 7 의 배수이므로
값은 $3, 10, 17, 24, 31, 38, 45, 52, \cdots$ 이다.
그러므로 자연수 n 이 될 수 있는 수는
위 두 값의 공통부분이므로 $38, 59, 80, 101, 122, \cdots$ 이다.
$\therefore$ ($n+6$ 을 21 로 나눈 나머지)$= 2$

11. 자연수 n 에 대하여 $n+3$ 은 5 의 배수이고 $n+5$ 는 3 의 배수일 때, $n+8$ 을 15 로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$n+3$ 은 5 의 배수이므로
값은 $2, 7, 12, 17, 22, \cdots$ 이고,
$n+5$ 는 3 의 배수이므로
값은 $1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, \cdots$ 이다.
그러므로 자연수 n 이 될 수 있는 수는
위 두 값의 공통부분이므로 $7, 22, 37, 52, \cdots$ 이다.
$\therefore$ ($n+8$ 을 15 로 나눈 나머지)$= 0$

12. 세 자연수 4, 5, 6 어느 것으로 나누어도 1 이 남는 세 자리 자연수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 15 개

해설

구하는 수는 (4, 5, 6 의 공배수)+1 인 수 중 가장 작은 세 자리 자연수이다.

4, 5, 6 의 최소공배수는 60 이다.

세 수의 공배수를 구하면

60, 120, 180, 240, 300, 360, ··· 960 이다.

$60 \times 2 + 1 = 121$, $60 \times 16 + 1 = 961$

$\therefore\ 16 - 1 = 15$ (개)

13. 두 자연수 8 과 10 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 7 인 두 자리 자연수 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 87

해설

8 과 10 의 공배수에 7 을 더한 수를 구한다.
8 과 10 의 최소공배수 : $2 \times 4 \times 5 = 40$
40 의 배수 : $40,\ 80,\ 120 \cdots$
따라서, 구하는 두 자리 수는 $40 + 7 = 47,\ 80 + 7 = 87$ 이다.

14. 7 로 나누면 2 가 남고 12 로 나누면 3 이 모자라는 수 중에서 가장 작은 세 자리 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 177

해설

7 과 12 의 공배수에 9 를 더한 수는 7 로 나누면 2 가 남고, 12 로 나누면 3 이 모자란 수이다.

7 과 12 의 최소공배수 : 84

$84 \times 2 + 9 = 177$

15. 세 자연수 $5, 6, 7$ 중 어느 수로 나누어도 나머지가 2 인 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 212

해설

$5, 6, 7$ 의 최소공배수는 210 이므로 구하는 자연수는
$210 + 2 = 212$ 이다.

16. 273^{100} 의 일의 자리의 숫자를 구하면?

① 1 ② 3 ③ 9 ④ 7 ⑤ 0

해설

273^{100} 의 일의 자리만 거듭제곱하여 규칙을 찾는다.

$3^1 = 3$,

$3^2 = 9$,

$3^3 = 27$,

$3^4 = 81$,

$3^5 = 243$,

...

3 을 거듭제곱할 때, 일의 자리의 숫자는 3, 9, 7, 1 의 네 개의 숫자가 반복된다.

273^{100} 의 지수인 100 를 4 로 나누면 25 이므로

273^{100} 의 일의 자리의 숫자는 반복되는 네 개의 숫자 중 마지막 숫자인 1 이다.

17. 다음 보기 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ 24 는 192 의 약수이다.

㉡ 108 은 108 의 약수인 동시에 배수이다.

㉢ 1 은 모든 자연수의 약수이다.

㉣ 484 는 7 의 배수이다.

㉤ 52 의 약수의 개수는 7 개이다.

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉣ ④ ㉡, ㉤ ⑤ ㉣, ㉤

해설

㉣ 484 는 7 의 배수가 아니다.
㉤ 52 의 약수의 개수는 6 개이다.

18. 옛날부터 우리나라에는 십간(☒☒)과 십이지(☒☒☒)를 이용하여 매 해에 이름을 붙였다. 십간과 십이지를 차례대로 짝지으면 다음과 같이 그 해의 이름을 만들 수 있다. 다음 표에서 알 수 있듯이 2010 년은 경인년이다. 다음 중 경인년이 아닌 해는?

병	정	무	기	경	신	임	계
자	축	인	묘	진	사	오	미
병자	정축	무인	기묘	경진	신사	임오	계미
1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003

갑	을	병	정	무	기	경
신	유	술	해	자	축	인
갑신	을유	병술	정해	무자	기축	경인
2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010

① 1830 년 ② 1890 년 ③ 1950 년

④ 2070 년 ⑤ 2110 년

해설

십간(☒☒)의 10 가지와 십이지(☒☒☒)의 12 가지를 계속 돌아가면서 조합이 이루어지므로 같은 이름의 년도는 60 년 만에 한 번씩 돌아오게 된다. 따라서 2010 년이 경인년이면 1830 년, 1890 년, 1950 년, 2070 년도 경인년이다.

19. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 9 는 9 의 약수이다.

② 8 은 8 의 배수이다.

③ 1 은 모든 자연수의 배수이다.

④ 276 은 6 의 배수이다.

⑤ 364 는 7 의 배수이다.

해설

1 은 모든 자연수의 약수이다.

20. 13 이하의 자연수의 곱을 소인수분해 했을 때 소인수의 합을 a, 소인수의 지수의 합을 b 라 하자. 이때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 13$

$= 2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times (2 \times 3) \times 7 \times 2^3 \times 3^2$

$\times (2 \times 5) \times 11 \times (2^2 \times 3) \times 13$

$= 2^{10} \times 3^5 \times 5^2 \times 7 \times 11 \times 13$

$a = 2 + 3 + 5 + 7 + 11 + 13 = 41$

$b = 10 + 5 + 2 + 1 + 1 + 1 = 20$

$\therefore\ a - b = 41 - 20 = 21$

21. 140 을 소인수분해하면 $2^a \times 5^b \times 7^c$ 일 때, 세 수 a, b, c 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = 1$

▷ 정답 : $c = 1$

해설

140 을 소인수분해하면 $140 = 2^2 \times 5 \times 7$

22. 350 을 소인수분해하였을 때, 각 소인수의 지수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$350 = 2 \times 5^2 \times 7$

$\therefore\ 1 + 2 + 1 = 4$

23. 792 를 소인수분해하면 $a^l \times b^m \times c^n$ 이다. $a < b < c$ 일 때, $a + b + c - l - m - n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$792 = 2^3 \times 3^2 \times 11$ 이므로

$\therefore\ a + b + c - l - m - n = 2 + 3 + 11 - 3 - 2 - 1 = 10$