

1. 두 수  $2^a \times 7^3 \times 11^3$ ,  $2^4 \times 5^2 \times 11^b$  의 최대공약수가 88일 때,  $a + b$  의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

최대공약수가  $88 = 2^3 \times 11$  이고  
 $2^4 \times 5^2 \times 11^b$  에서 2 의 지수가 4 이므로  
 $2^a \times 7^3 \times 11^3$  에서 2 의 지수가 3 이어야 한다.  
같은 방식으로  
 $2^a \times 7^3 \times 11^3$  에서 11 의 지수가 3 이므로  
 $2^4 \times 5^2 \times 11^b$  에서 11 의 지수가 1 이어야 한다.  
따라서  $a = 3$ ,  $b = 1$

2. 두 수  $2^4 \times 5^3$ ,  $2^a \times 3^2 \times 5^b$  의 최대공약수가 50 일 때,  $a + b$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

최대공약수가  $50 = 2 \times 5^2$  이고  
 $2^4 \times 5^3$  에서 2 의 지수가 4 이므로  
 $2^a \times 3^2 \times 5^b$  에서 2 의 지수가 1 이어야 한다.  
같은 방식으로  
 $2^4 \times 5^3$  에서 5 의 지수가 3 이므로  
 $2^a \times 3^2 \times 5^b$  에서 5 의 지수가 2 이어야 한다.  
따라서  $a = 1$ ,  $b = 2$

3. 두 수  $2^3 \times 3^4 \times 5$ ,  $2^a \times 5^2$  의 최대공약수가  $2^2 \times 5$  일 때,  $a$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

최대공약수가  $2^2 \times 5$  이고  
 $2^3 \times 3^4 \times 5$  에서 2 의 지수가 3 이므로  
 $2^a \times 5^2$  에서 2 의 지수가 2 이어야 한다.  
따라서  $a = 2$

4. 두 수  $2^4 \times 5^4$ ,  $2^3 \times 5^m \times 7$  의 최대공약수가  $2^3 \times 5^3$  일 때,  $m$  의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

최대공약수가  $2^3 \times 5^3$  이고  
 $2^4 \times 5^4$  에서 5 의 지수가 4 이므로  
 $2^3 \times 5^m \times 7$  에서 5 의 지수가 3 이어야 한다.  
따라서  $m = 3$

5. 다음 조건을 각각 만족하는 자연수의 개수의 합을 구하여라.

- ㉠ 최대공약수가 24인 두 수  $a, b$ 의 공약수
- ㉡ 50보다 크지 않은 4와 6의 공배수

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

- ㉠ 최대공약수가 24인 두 수  $a, b$ 의 공약수는 24의 공약수이므로  
 $24 = 2^3 \times 3^1$ 에서 약수의 개수는  
 $(3 + 1) \times (1 + 1) = 8(\text{개})$
- ㉡ 4와 6의 최소공배수는 12이므로  
50보다 작은 12의 배수는 12, 24, 36, 48의 4개  
 $\therefore 8 + 4 = 12$

6. 자연수  $n$ 에 대하여  $n+1$ 은 3의 배수이고  $n+4$ 은 7의 배수일 때,  $n+6$ 을 21로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$n+1$ 은 3의 배수이므로  
값은 2, 5, 8, 11, 14, ... 이고,  
 $n+4$ 은 7의 배수이므로  
값은 3, 10, 17, 24, 31, 38, 45, 52, ... 이다.  
그러므로 자연수  $n$ 이 될 수 있는 수는  
위 두 값의 공통부분이므로 38, 59, 80, 101, 122, ... 이다.  
 $\therefore (n+6)$ 을 21로 나눈 나머지 = 2

7. 자연수  $n$ 에 대하여  $n+3$ 은 5의 배수이고  $n+5$ 는 3의 배수일 때,  $n+8$ 을 15로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$n+3$ 은 5의 배수이므로  
값은 2, 7, 12, 17, 22, ... 이고,  
 $n+5$ 는 3의 배수이므로  
값은 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, ... 이다.  
그러므로 자연수  $n$ 이 될 수 있는 수는  
위 두 값의 공통부분이므로 7, 22, 37, 52, ... 이다.  
 $\therefore (n+8)$ 을 15로 나눈 나머지 = 0

8. 세 자연수의 비가  $2:6:8$  이고 최소공배수가 72 일 때, 세 자연수의 합으로 옳은 것은?

① 46      ② 48      ③ 50      ④ 52      ⑤ 54

해설

세 자연수의 비가  $2:6:8$  이므로 세 자연수는 각각  $2 \times a$ ,  $6 \times a$ ,  $8 \times a$  로 나타낼 수 있다.

또한 최소공배수는  $2^3 \times 3 \times a = 72 = 2^3 \times 3^2$  으로 나타낼 수 있으므로  $a = 3$  이다.

따라서 세 자연수는 각각  $6 = 2 \times 3$ ,  $18 = 6 \times 3$ ,  $24 = 8 \times 3$  이므로

세 수의 합은  $6 + 18 + 24 = 48$  이다.

9.  $10 \times x$ ,  $12 \times x$ 의 최소공배수가 360 이라고 할 때  $x$ 의 값은 얼마인가?

- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

해설

$10 \times x$ ,  $12 \times x$ 의 최소공배수는  $2^2 \times 3 \times 5 \times x = 360$ 이다.  
따라서  $x = 6$ 이다.

10.  $a$  는 한 자리 자연수이고  $2 \times a, 3 \times a, 4 \times a$  의 최소공배수가 108 일 때, 이 세 수의 최대공약수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$2 \times a, 3 \times a, 4 \times a$  의 최소공배수는  $2^2 \times 3 \times a = 108, a = 9$  이다.  
최대공약수는  $a$  이므로 9 이다.

∴ 9

11. 두 수  $4 \times x$ ,  $5 \times x$ 의 최소공배수가 80 일 때,  $x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$4 \times x$ ,  $5 \times x$ 의 최소공배수는  $2^2 \times 5 \times x = 80$   
따라서  $x = 4$ 이다.



13. 세 자연수 8, 9, 18 의 어느 것으로 나누어도 나머지가 1 인 세 자리 자연수 중 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 145

해설

8, 9, 18 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 1 인 수는 세 수의 공배수보다 1 큰 수이므로, 구하고자 하는 수는 가장 작은 세 자리의 공배수에 1 을 더한 수이다.

$$\begin{array}{r} 2) \ 8 \ 9 \ 18 \\ 3) \ 4 \ 9 \ 9 \\ 3) \ 4 \ 3 \ 3 \\ \hline \ 4 \ 1 \ 1 \end{array}$$

$$\therefore (\text{최소공배수}) = 2 \times 3 \times 3 \times 4 = 72$$

따라서  $72 \times 2 + 1 = 145$  이다.

14. 122 를 나누면 4 가 부족하고 186 을 나누면 3 이 부족한 수 중에서 가장 작은 수를 구하면?

- ① 3      ② 4      ③ 7      ④ 9      ⑤ 63

해설

$126 = 2 \times 3^2 \times 7$ ,  $189 = 3^3 \times 7$  이므로  
최대공약수는  $3^2 \times 7 = 63$ ,  
63 의 약수 중 나머지 4 보다 큰 수는 7, 9, 21, 63  
따라서 가장 작은 수는 7이다.

15. 세 수 6, 7, 8 어느 것으로 나누어도 나머지가 2 인 가장 작은 세 자리의 자연수는?

- ① 101      ② 113      ③ 122      ④ 164      ⑤ 170

**해설**

구하는 수를  $A$  라 하면  
 $A = (6, 7, 8 \text{의 공배수}) + 2$  인 수 중 가장 작은 세 자리 자연수이다.  
6, 7, 8 의 최소공배수는 168 이다.  
따라서  $A = 168 + 2 = 170$  이다.

16. 13 이하의 자연수의 곱을 소인수분해 했을 때 소인수의 합을  $a$ , 소인수의 지수의 합을  $b$  라 하자. 이때,  $a - b$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$\begin{aligned} & 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 13 \\ &= 2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times (2 \times 3) \times 7 \times 2^3 \times 3^2 \\ & \quad \times (2 \times 5) \times 11 \times (2^2 \times 3) \times 13 \\ &= 2^{10} \times 3^5 \times 5^2 \times 7 \times 11 \times 13 \\ & a = 2 + 3 + 5 + 7 + 11 + 13 = 41 \\ & b = 10 + 5 + 2 + 1 + 1 + 1 = 20 \\ & \therefore a - b = 41 - 20 = 21 \end{aligned}$$

17. 216 을 소인수분해하면  $2^a \times b^c$  이다. 이때,  $a+b+c$  의 값은?

- ① 7      ② 9      ③ 11      ④ 13      ⑤ 15

해설

$$216 = 2^3 \times 3^3$$

$$\text{따라서 } a = 3, b = 3, c = 3$$

$$a + b + c = 9$$

18. 350 을 소인수분해하였을 때, 각 소인수의 지수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$350 = 2 \times 5^2 \times 7$$

$$\therefore 1 + 2 + 1 = 4$$

19.  $600 = a^x \times b^y \times c^z$  로 소인수분해될 때,  $(a+b+c) \times (x+y+z)$  의 값은? (단,  $a < b < c$ )

- ① 12      ② 24      ③ 36      ④ 48      ⑤ 60

해설

$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2 = a^x \times b^y \times c^z$  이므로

$a = 2, b = 3, c = 5, x = 3, y = 1, z = 2$

$\therefore (a+b+c) \times (x+y+z) = (2+3+5) \times (3+1+2) = 10 \times 6 = 60$

20. 세 수  $3 \times 5^2$ ,  $c^3 \times 3^a \times 5^2$ ,  $2 \times 3 \times 5^b \times 7$  의 최대공약수가  $d \times 5$  이고,  
최소공배수가  $2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$  일 때,  $\frac{d}{c} - \frac{b}{a}$  의 값을 구하면?

- ① 0      ② 1      ③ 5      ④ 9      ⑤ 12

해설

최대공약수가  $d \times 5$ ,  
최소공배수가  $2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$  이므로  
 $a = 2, b = 1, c = 2, d = 3$   
 $\therefore \frac{d}{c} - \frac{b}{a} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 1$

21. 최대공약수와 최소공배수가 각각 6, 126 인 조건을 만족시키는 두 자연수로 옳은 것끼리 짝지어진 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① 12, 126

② 14, 42

③ 6, 126

④ 18, 42

⑤ 28, 84

해설

두 수를  $A, B$  (단,  $A < B$ )라 하면

$$6 \mid \frac{A}{a} \frac{B}{b}$$

$$\text{최소공배수 } 126 = 6 \times 21 = 6 \times a \times b$$

$$a \times b = 21 \quad (a < b, a, b \text{ 는 서로소})$$

$$\therefore (a, b) = (1, 21), (3, 7)$$

$$\text{따라서 } A = 6, B = 126 \text{ 또는 } A = 18, b = 42$$

22. 두 수  $2^a \times 7^2$ ,  $2^2 \times 7^b$  의 최대공약수가  $2 \times 7^2$ , 최소공배수가  $2^2 \times 7^4$  일 때,  $a + b$  의 값을 구하면?

- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

해설

최대공약수가  $2 \times 7^2$  이므로  $a = 1$  이고,  
최소공배수가  $2^2 \times 7^4$  이므로  $b = 4$  이다.  
따라서  $a + b = 5$  이다.

23. 70보다 큰 두 자리의 자연수와 27의 최대공약수가 9이다. 이러한 자연수 중 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 72

해설

9의 배수이면서 3의 배수가 되면 안되므로 70보다 큰 두 자리의 자연수 중 가장 작은 수는 72이다.