1. 다음 보기 중에서 가장 큰 수를 구하면?

① $\frac{1}{2}$ ② $\sqrt{\frac{3}{4}}$ ③ $\sqrt{7}$ ④ 3 ⑤ $\sqrt{8}$

해설

$\frac{1}{2} = \sqrt{\frac{1}{4}}$, $\sqrt{\frac{3}{4}}$, $\sqrt{7}$, $3 = \sqrt{9}$, $\sqrt{8}$

큰 숫자 순서로 배열하면 $3 > \sqrt{8} > \sqrt{7} > \sqrt{\frac{3}{4}} > \frac{1}{2}$ 이다.

2. 실수 a, b 에 대하여 연산 $*$ 를 $a*b=ab+a$ 라고 할 때, $(x+1)*(2x-3)=6$ 을 만족하는 양의 실수 x 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$(x+1)*(2x-3)=(x+1)(2x-3)+x+1=6$

$2x^2-2=6,\ x^2=4$

따라서 양의 실수 x는 2이다.

3. 차가 4인 두 자연수가 있다. 곱이 96일 때, 두 수의 합은?

① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

해설

두 자연수를 $x,\ x+4$라 하면
$x(x+4)=96$
$x^2+4x-96=0$
$(x-8)(x+12)=0$
$\therefore\ x=8(\because x>0)$
따라서 두 수의 합은 $8+12=20$이다.

4. 이차함수 $y=(x+3)^2-9$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 꼭짓점의 좌표는 $(-3,\ -9)$ 이다.

② 대칭축은 $x=-3$ 이다.

③ 그래프는 아래로 볼록한 모양이다.

④ x 축과 두 점에서 만난다.

⑤ 제 1, 2, 3, 4 사분면을 모두 지난다.

해설

⑤ 제 4 사분면을 지나지 않는다.

5. -5 와 $\sqrt{5}$ 사이에 있는 수에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 무수히 많은 실수가 있다.

② 무수히 많은 무리수가 있다.

③ 무수히 많은 유리수가 있다

④ 자연수가 2 개 있다.

⑤ 정수가 6 개 있다.

해설

$\sqrt{5} \fallingdotseq 2.23..$ 이므로
-5 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2$ 의 7 개의 정수가 있다.

6. $2x^3 - 8xy^2$ 을 인수분해하면?

① $x(x+2y)(x-2y)$ ② $2x(x+2y)(x-2y)$

③ $2(x+2y)(x-2y)$ ④ $2x(x+2y)(x-y)$

⑤ $2x(x+y)(x-2y)$

해설

$$\begin{aligned} 2x^3 - 8xy^2 &= 2x(x^2 - 4y^2) \\ &= 2x(x+2y)(x-2y) \end{aligned}$$

7. $(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)+1=(x^2+ax+b)^2$ 일 때, a, b의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a=-7$

▷ 정답: $b=11$

해설

$(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)+1$

$=(x^2-7x+10)(x^2-7x+12)+1$

$A=x^2-7x$로 치환하면

$(A+10)(A+12)+1=A^2+22A+121$

$=(A+11)^2$

$=(x^2-7x+11)^2$

따라서 $a=-7$, $b=11$이다.

8. $x+y=2\sqrt{3},\ xy=4$ 일 때, x^2-xy+y^2 의 값을 구하여라.

▶ 답:

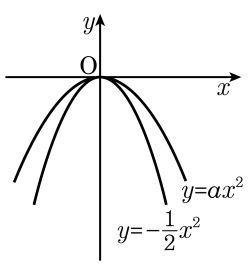
▷ 정답: 0

해설

$(x+y)^2=x^2+y^2+2xy$

$$\begin{aligned} x^2+y^2-xy &= (x+y)^2-3xy \\ &= \left(2\sqrt{3}\right)^2-3\times 4 \\ &= 12-12 \\ &= 0 \end{aligned}$$

9. 포물선 $y = ax^2$ 의 그래프가 아래 그림과 같이 x 축과 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 사이에 있을 때, a 의 값의 범위를 구하면?



① $-\frac{1}{2} < a < 0$ ② $a > -\frac{1}{2}$
③ $0 < a < \frac{1}{2}$ ④ $a > \frac{1}{2}$
⑤ $a >= -\frac{1}{2}$

해설

$y = ax^2 (a \neq 0)$ 에서 위로 볼록한 그래프이므로 $a < 0$, a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아지므로 $-\frac{1}{2} < a < 0$ 이다.

10. 이차함수 $y = x^2 - 2x - 1$ 의 그래프를 x 축 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 식의 최솟값을 구하면?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$y = x^2 - 2x - 1 = (x-1)^2 - 2$
x 축 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동하면
$y = (x-1+1)^2 - 2 + 1 = x^2 - 1$
따라서 최솟값은 -1 이다.

11. 이차함수 $y=-\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프와 모양이 같고, $x=1$ 일 때, 최댓값 -1 을 갖는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$ 라고 할 때, 상수 a,b,c 의 합 $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

꼭짓점의 좌표가 $(1,\ -1)$, x^2 의 계수가 $-\frac{1}{2}$ 이므로 이차함수의 식은 $y=-\frac{1}{2}(x-1)^2-1$ 이다.

$y=-\frac{1}{2}(x-1)^2-1$ 을 전개하면 $y=-\frac{1}{2}x^2+x-\frac{3}{2}$ 이므로

$a=-\frac{1}{2},\ b=1,\ c=-\frac{3}{2}$ 이다.

$\therefore a+b+c=-\frac{1}{2}+1-\frac{3}{2}=-1$

12. $f(x)=\sqrt{x-1}+\sqrt{x}$ 일 때, $\frac{1}{f(1)}+\frac{1}{f(2)}+\frac{1}{f(3)}+\cdots+\frac{1}{f(50)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $5\sqrt{2}$

해설

$$\frac{1}{f(x)}=\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{x-1}}$$
$$=\frac{(\sqrt{x}-\sqrt{x-1})}{(\sqrt{x}+\sqrt{x-1})(\sqrt{x}-\sqrt{x-1})}$$
$$=\frac{(\sqrt{x}-\sqrt{x-1})}{x-(x-1)}$$
$$\therefore \frac{1}{f(x)}=\sqrt{x}-\sqrt{x-1}$$
$$(\text{주어진 식})=1-0+\sqrt{2}-1+\sqrt{3}-\sqrt{2}$$
$$+\cdots+\sqrt{50}-\sqrt{49}$$
$$=\sqrt{50}$$
$$=5\sqrt{2}$$

13. 이차방정식 $x^2+2x-1=0$ 의 두근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^3+\alpha^2\beta+\alpha\beta^2+\beta^3$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -12

해설

근과 계수의 관계로부터

$\alpha+\beta=-2,\ \alpha\beta=-1,$

$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=6$

$\begin{aligned}\alpha^3+\alpha^2\beta+\alpha\beta^2+\beta^3 &= \alpha^2(\alpha+\beta)+\beta^2(\alpha+\beta)\\ &= \left(\alpha^2+\beta^2\right)(\alpha+\beta)\\ &= 6\times(-2)=-12\end{aligned}$

14. 배가 강을 따라 내려올 때는 거슬러 오를 때보다 시속 2km 더 빠르다. 강의 상류에서 하류까지 12km 를 왕복하는 데 5 시간 걸린다면 12km 를 내려가는 데 걸리는 시간은 몇 시간인가?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

배가 강을 따라 거슬러 오를 때의 속력을 $x$km/h 라고 하면

$$\frac{12}{x}+\frac{12}{x+2}=5$$

$$12(x+2)+12x=5x(x+2)$$

$$5x^2-14x-24=0$$

$$(x-4)(5x+6)=0$$

x 는 올라가는 속력이므로 양수이다.

따라서 $x=4$ 이다.

$$\therefore \frac{12}{6}=2(\text{시간})$$

15. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = 3$ 일 때, 최솟값 -4 를 가지며 점 $(1,\ 2)$ 를 지난다. 이 때, $a - b - c$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

꼭짓점이 $(3,\ -4)$ 이므로 $y = a(x-3)^2 - 4$

$(1,\ 2)$ 를 대입하면

$2 = 4a - 4$

$\therefore a = \dfrac{3}{2}$

$y = \dfrac{3}{2}(x-3)^2 - 4 = \dfrac{3}{2}x^2 - 9x + \dfrac{19}{2}$

$a = \dfrac{3}{2},\ b = -9,\ c = \dfrac{19}{2}$

$\therefore\ a - b - c = \dfrac{3}{2} - (-9) - \dfrac{19}{2} = 1$

16. 지면으로부터 45m 높은 곳에서 초속 40m 로 쏘아올린 물체의 x 초 후의 높이를 ym 라 할 때, $y = 45 + 40x - 5x^2$ 인 관계가 성립한다. 쏘아올린 물체가 다시 45m 지점을 지나는 시간은 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답: 초 후

▷ 정답: 8초 후

해설

$y = 45$ 를 대입하면
$45 = 45 + 40x - 5x^2$
$5x^2 - 40x = 0$
$x^2 - 8x = 0$
$x(x - 8) = 0$
$x = 0$ 또는 $x = 8$
따라서 45m 지점을 지나는 시간은 8 초 후이다.

17. $\dfrac{5-3\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = a + b\sqrt{3}$ 일 때, 유리수 a, b 에 대하여 ab 의 값은?

① -5 ② -4 ③ -1 ④ 2 ⑤ 4

해설

$$\frac{5-3\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{(5-3\sqrt{3})\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$$
$$= \frac{5\sqrt{3}-9}{3}$$
$$= -3 + \frac{5\sqrt{3}}{3}$$

$-3 + \dfrac{5\sqrt{3}}{3} = a + b\sqrt{3}$ 이므로

$\therefore a = -3\ ,\ b = \dfrac{5}{3}$

$\therefore ab = -5$

18. $f(a)=\sqrt{a+1}+\sqrt{a}$일 때, $\dfrac{1}{f(1)}+\dfrac{1}{f(2)}+\dfrac{1}{f(3)}+\cdots+\dfrac{1}{f(80)}$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{f(a)} &= \frac{1}{\sqrt{a+1}+\sqrt{a}} \\ &= \frac{\sqrt{a+1}-\sqrt{a}}{(\sqrt{a+1}+\sqrt{a})(\sqrt{a+1}-\sqrt{a})} \\ &= \frac{\sqrt{a+1}-\sqrt{a}}{a+1-a} \\ &= \sqrt{a+1}-\sqrt{a}\ \text{이므로} \\ (\text{준식}) &= (\sqrt{2}-\sqrt{1})+(\sqrt{3}-\sqrt{2})+ \\ &\quad \cdots+(\sqrt{81}-\sqrt{80}) \\ &= \sqrt{81}-\sqrt{1}=9-1=8\end{aligned}$$

19. 이차방정식 $ax^2+b=0$의 두 근 p, q에 대하여 $p-k$, $q-k$를 두 근으로 가지는 이차방정식은 $x^2-2x+\frac{5}{2}=0$이 될 때, k의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

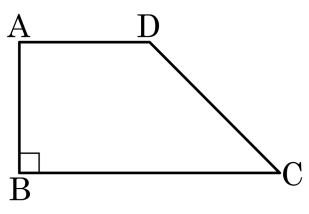
해설

$ax^2+b=0$의 두 근이 p, q이므로 $p+q=0$

$x^2-2x+\frac{5}{2}=0$의 두 근이 $p-k$, $q-k$이므로 $p+q-2k=2$

$\therefore\ k=-1$

20. 다음 그림의 사다리꼴 ABCD 에서 $\angle B = 90°$, $\angle C = 45°$, $\overline{AB}+\overline{BC} = 18$ 일 때, 이 사다리꼴의 최대 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 54

해설

꼭짓점 D 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 H 라 하고, 변 AB 의 길이를 x 라 하면 $\triangle DHC$ 는 이등변삼각형이고 변 BC 의 길이는 $18 - x$ 이다.

$\overline{AB} = \overline{DH} = \overline{HC} = x$

$\overline{AD} = \overline{BH} = 18 - x - x = 18 - 2x$

사다리꼴의 넓이를 S 라 하면

$$S = \frac{1}{2}\{(18-2x)+(18-x)\} \times x$$
$$= -\frac{3}{2}x^2 + 18x$$
$$= -\frac{3}{2}(x-6)^2 + 54$$

따라서 $x = 6$ 일 때, 사다리꼴 넓이의 최댓값은 54 이다.