1. 다음 중 대소비교가 옳은 것을 모두 고르면?

$\text{㉠ } \sqrt{5} - \sqrt{2} < \sqrt{5}$	$\text{㉡ } 4 - \sqrt{5} > 3 - \sqrt{6}$
$\text{㉢ } \sqrt{5} - \sqrt{2} < \sqrt{5} - 1$	

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉡, ㉢

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$$\text{㉠ } \sqrt{5} - \sqrt{2} - \sqrt{5} = -\sqrt{2} < 0$$

$$\therefore \sqrt{5} - \sqrt{2} < \sqrt{5}$$

$$\text{㉡ } 4 - \sqrt{5} - (3 - \sqrt{6}) = 1 - \sqrt{5} + \sqrt{6} = \sqrt{6} - \sqrt{5} + 1 > 0$$

$$\therefore 4 - \sqrt{5} > 3 - \sqrt{6}$$

$$\text{㉢ } \sqrt{5} - \sqrt{2} - (\sqrt{5} - 1) = -\sqrt{2} + 1 < 0$$

$$\therefore \sqrt{5} - \sqrt{2} < \sqrt{5} - 1$$

2. 보기는 두 실수 A, B 의 대소 관계를 비교하는 과정을 나타낸 것이다. 다음 과정 중 가장 먼저 틀린 것을 구하여라.

$$\begin{aligned} & A = \sqrt{19} - \sqrt{11}, B = \sqrt{17} - \sqrt{13} \\ & \textcircled{㉠} A, B \text{ 는 양수이므로 } a^2 > b^2 \text{ 이면 } a > b \text{ 이다.} \\ & A^2 - B^2 \\ & = \textcircled{㉡} (\sqrt{19} - \sqrt{11})^2 - (\sqrt{17} - \sqrt{13})^2 \\ & = \textcircled{㉢} (19 - 2\sqrt{209} + 11) - (17 - 2\sqrt{221} + 13) \\ & = \textcircled{㉣} -2\sqrt{209} - 2\sqrt{221} < 0 \\ & \textcircled{㉤} \therefore A < B \end{aligned}$$

▶ 답:

▷ 정답: ㉣

해설

$$\begin{aligned} & A = \sqrt{19} - \sqrt{11}, B = \sqrt{17} - \sqrt{13} \\ & A, B \text{ 는 양수이므로 } a^2 > b^2 \text{ 이면 } a > b \text{ 이다.} \\ & A^2 - B^2 \\ & = (\sqrt{19} - \sqrt{11})^2 - (\sqrt{17} - \sqrt{13})^2 \\ & = (19 - 2\sqrt{209} + 11) - (17 - 2\sqrt{221} + 13) \\ & = -2\sqrt{209} + 2\sqrt{221} > 0 \\ & \therefore A > B \end{aligned}$$

3. 다음 중 두 실수의 대소 관계가 옳지 않은 것은?

① $\sqrt{5} - 1 > 1$

② $5 - \sqrt{5} > 5 - \sqrt{6}$

③ $\sqrt{2} - 1 < \sqrt{3} - 1$

④ $\sqrt{18} + 2 > \sqrt{15} + 2$

⑤ $-\sqrt{6} > -\sqrt{5}$

해설

$$\textcircled{5} \quad -\sqrt{6} - (-\sqrt{5}) = -\sqrt{6} + \sqrt{5} < 0$$

$$\therefore -\sqrt{6} < -\sqrt{5}$$

4. 다음 중 두 실수의 대소 관계로 옳은 것은?

보기

㉠ $3 < \sqrt{3} + 1$	㉡ $\sqrt{3} + 1 < \sqrt{2} + 1$
㉢ $\sqrt{15} + 1 < 4$	㉣ $4 - \sqrt{7} < \sqrt{17} - \sqrt{7}$
㉤ $\sqrt{11} - \sqrt{7} > -\sqrt{7}$	

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉣ ③ ㉡, ㉣ ④ ㉢, ㉤ ⑤ ㉣, ㉤

해설

㉠ $3 - (\sqrt{3} + 1) = 2 - \sqrt{3} = \sqrt{4} - \sqrt{3} > 0$
 $\therefore 3 > \sqrt{3} + 1$
 ㉡ $\sqrt{3} + 1 - (\sqrt{2} + 1) = \sqrt{3} - \sqrt{2} > 0$
 $\therefore \sqrt{3} + 1 > \sqrt{2} + 1$
 ㉢ $\sqrt{15} + 1 - 4 = \sqrt{15} - 3 = \sqrt{15} - \sqrt{9} > 0$
 $\therefore \sqrt{15} + 1 > 4$
 ㉣ $4 - \sqrt{7} - (\sqrt{17} - \sqrt{7}) = 4 - \sqrt{17}$
 $= \sqrt{16} - \sqrt{17} < 0$
 $\therefore 4 - \sqrt{7} < \sqrt{17} - \sqrt{7}$
 ㉤ $\sqrt{11} - \sqrt{7} - (-\sqrt{7}) = \sqrt{11} > 0$
 $\therefore \sqrt{11} - \sqrt{7} > -\sqrt{7}$
 따라서 옳은 것은 ㉣, ㉤이다.

5. 다음 중 대소 관계가 옳은 것은?

① $4 - \sqrt{2} < 2$

② $2 - \sqrt{7} < \sqrt{3} - \sqrt{7}$

③ $-\sqrt{15} > -4$

④ $-\sqrt{3} - \sqrt{10} < -\sqrt{10} - 3$

⑤ $\sqrt{2} + 1 > \sqrt{3} + 1$

해설

① $4 - \sqrt{2} - 2 = 2 - \sqrt{2} = \sqrt{4} - \sqrt{2} > 0$

$\therefore 4 - \sqrt{2} > 2$

② $2 - \sqrt{7} - (\sqrt{3} - \sqrt{7}) = 2 - \sqrt{3} = \sqrt{4} - \sqrt{3} > 0$

$\therefore 2 - \sqrt{7} > \sqrt{3} - \sqrt{7}$

③ $-\sqrt{15} - (-4) > 0$

④ $-\sqrt{3} - \sqrt{10} - (-\sqrt{10} - 3) = -\sqrt{3} + 3$

$= -\sqrt{3} + \sqrt{9} > 0$

$\therefore -\sqrt{3} - \sqrt{10} > -\sqrt{10} - 3$

⑤ $\sqrt{2} + 1 - (\sqrt{3} + 1) = \sqrt{2} - \sqrt{3} < 0$

$\therefore \sqrt{2} + 1 < \sqrt{3} + 1$

6. 다음 중 부등호가 다른 하나는?

① $6\sqrt{3} \square 2\sqrt{3}$

② $2 + \sqrt{3} \square \sqrt{5} + 1$

③ $\sqrt{2} - 1 \square 1 - \sqrt{2}$

④ $\sqrt{5} - 2 \square 0$

⑤ $-4 \square -\sqrt{16}$

해설

①, ②, ③, ④ : >

⑤ : =

7. $2\sqrt{3} \div 3\sqrt{2} \times \sqrt{27}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $3\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} 2\sqrt{3} \div 3\sqrt{2} \times \sqrt{27} &= 2\sqrt{3} \times \frac{1}{3\sqrt{2}} \times 3\sqrt{3} \\ &= \frac{6}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} \\ &= \frac{6\sqrt{2}}{2} \\ &= 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

8. 식 $2(\sqrt{12} \times \sqrt{7}) \div (\sqrt{28} \times \sqrt{3})$ 을 간단히 하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\text{(준식)} = \sqrt{\frac{4 \times 12 \times 7}{28 \times 3}} = 2$$

9. $\sqrt{54} \div 3\sqrt{2} \times 7\sqrt{6} = a\sqrt{6}$ 일 때, a 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $7\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{54} \div 3\sqrt{2} \times 7\sqrt{6} \\ &= 3\sqrt{6} \times \frac{1}{3\sqrt{2}} \times 7\sqrt{6} \\ &= 21\sqrt{2} \\ &= a\sqrt{6} \end{aligned}$$

따라서 $a = \frac{21\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \frac{21}{\sqrt{3}} = 7\sqrt{3}$ 이다.

10. $2\sqrt{6} \div 3\sqrt{3} \times \frac{3}{\sqrt{2}}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$$2\sqrt{6} \div 3\sqrt{3} \times \frac{3}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{6} \times \frac{1}{3\sqrt{3}} \times \frac{3}{\sqrt{2}} = 2$$

11. $6\sqrt{6} \div 3\sqrt{2} \times 5\sqrt{6} = a\sqrt{2}$ 을 만족하는 유리수 a 의 값은?

- ① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

해설

$$\begin{aligned} 6\sqrt{6} \div 3\sqrt{2} \times 5\sqrt{6} &= \frac{6\sqrt{6}}{3\sqrt{2}} \times 5\sqrt{6} \\ &= 2\sqrt{3} \times 5\sqrt{6} = 10\sqrt{3^2 \times 2} \\ &= 30\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$30\sqrt{2} = a\sqrt{2}$$

$$\therefore a = 30$$

12. $4x^2 + \square x + 16$ 이 완전제곱식이 될 때, 이 식을 인수분해하면?

① $(2x \pm 1)^2$

② $(2x \pm 2)^2$

③ $(2x \pm 3)^2$

④ $(2x \pm 4)^2$

⑤ $(2x \pm 5)^2$

해설

$$(2x \pm 4)^2 = 4x^2 \pm 16x + 16$$

13. 다음 두 식이 완전제곱식일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

$$9x^2 + ax + 1, 4x^2 + 8x + b$$

▶ 답:

▷ 정답: $a + b = 10$

해설

$$\begin{aligned} 9x^2 + ax + 1 &= (3x + 1)^2 \\ a &= 2 \times 3 \times 1, a = 6 \\ 4x^2 + 8x + b &= (2x + 2)^2 \\ b &= 2^2, b = 4 \\ \therefore a + b &= 6 + 4 = 10 \end{aligned}$$

14. 다음 안에 공통으로 들어갈 수 있는 수는?

$$x^2 - 2x + \square = (x - \square)^2$$

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$$

15. 이차식 $x^2 - x + A$ 를 완전제곱식으로 고치면 $(x - B)^2$ 가 된다고 한다. 이 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $A + B = \frac{3}{4}$

해설

$$\begin{aligned}(x - B)(x - B) &= x^2 - 2Bx + B^2 \\ &= x^2 - x + A\end{aligned}$$

$$2B = 1, = \frac{1}{2}$$

$$A = B^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\therefore A + B = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$

16. x 에 대한 이차식 $(3x+2+a)(3x+2a-4)$ 가 완전제곱식이 되는 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a = 6$

해설

$$2 + a = 2a - 4$$

$$-a = -6$$

$$\therefore a = 6$$

17. 이차식 $9x^2 + 10x - k$ 가 완전제곱식이 될 때, 상수 k 의 값은?

- ① $\frac{25}{9}$ ② $\frac{5}{3}$ ③ $\frac{10}{3}$ ④ $-\frac{25}{9}$ ⑤ $-\frac{5}{3}$

해설

$$(3x)^2 + 2 \times 3x \times \frac{5}{3} - k \text{ 이므로 } -k = \left(\frac{5}{3}\right)^2$$

$$\therefore k = -\frac{25}{9}$$

18. $\frac{49 \times 129 - 49 \times 79}{99^2 - 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{1}{4}$

해설

$$\frac{49 \times 129 - 49 \times 79}{99^2 - 1} = \frac{49(129 - 79)}{(99 + 1)(99 - 1)} = \frac{1}{4}$$

19. 다음은 인수분해 공식을 이용하여 $111^2 - 110^2$ 의 값을 구하는 과정이다. 양수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

$$111^2 - 110^2 = (111 + a)(111 - b) = c$$

- ① 110 ② 221 ③ 321 ④ 421 ⑤ 441

해설

$$\begin{aligned} 111^2 - 110^2 &= (111 + 110)(111 - 110) = 221 \times 1 \\ \therefore a &= 110, b = 110, c = 221 \\ \therefore a + b + c &= 441 \end{aligned}$$

20. $150^2 - 149^2 = 150 + 149$ 를 설명하는 데 필요한 인수분해 공식을 고르면?

① $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

② $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

③ $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

④ $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$

⑤ $acx^2 + (ad + bc)x + bd = (ax + b)(cx + d)$

해설

$150^2 - 149^2 = (150 + 149)(150 - 149) = 150 + 149$
따라서 이용된 공식은 $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

21. $a = \sqrt{80}$, $b = \sqrt{125}$ 일 때, $\frac{a^2 - 1 - 4b^2 + 4b}{a + 1 - 2b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $14\sqrt{5} - 1$

해설

$$\begin{aligned}\frac{a^2 - 1 - 4b^2 + 4b}{a + 1 - 2b} &= \frac{a^2 - (4b^2 - 4b + 1)}{a + 1 - 2b} \\ &= \frac{a^2 - (2b - 1)^2}{a + 1 - 2b} \\ &= \frac{(a + 2b - 1)(a - 2b + 1)}{a - 2b + 1} \\ &= a + 2b - 1\end{aligned}$$

따라서 $a = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$, $b = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$ 를 대입하면 $a + 2b - 1 = 4\sqrt{5} + 10\sqrt{5} - 1 = 14\sqrt{5} - 1$ 이다.

22. 인수분해 공식을 이용하여 $\frac{1}{4} \times 42^2 - \frac{1}{4} \times 38^2$ 의 값을 구하고, 이용한 공식을 보기에서 모두 골라라.

- ㉠ $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$
 ㉡ $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$
 ㉢ $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
 ㉣ $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$
 ㉤ $acx^2 + (ad + bc)x + bd = (ax + b)(cx + d)$
 ㉥ $ma + mb = m(a + b)$

- ① ㉠, ㉢, 80 ② ㉡, ㉣, 80 ③ ㉢, ㉤, 80
 ④ ㉡, ㉤, 70 ⑤ ㉡, ㉤, 70

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4} \times 42^2 - \frac{1}{4} \times 38^2 \\ &= \frac{1}{4} \times (42^2 - 38^2) \rightarrow ma + mb = m(a + b) \\ &= \frac{1}{4} \times (42 + 38)(42 - 38) \rightarrow a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) \\ &= \frac{1}{4} \times 80 \times 4 = 80 \end{aligned}$$

23. $\sqrt{82^2 - 80^2}$ 을 인수분해 공식을 이용하여 계산하면?

- ① 18 ② $2\sqrt{41}$ ③ $2\sqrt{43}$ ④ $3\sqrt{43}$ ⑤ $2\sqrt{47}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{82^2 - 80^2} &= \sqrt{(82 + 80)(82 - 80)} \\ &= \sqrt{162 \times 2} = 18\end{aligned}$$

24. $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(-2a)^2} - \sqrt{9a^2}$ 을 간단히 하면?

- ① $-11a$ ② $-7a$ ③ $-5a$ ④ $-a$ ⑤ a

해설

$$\sqrt{4a^2} - \sqrt{9a^2} = 2a - 3a = -a$$

25. $a < 0$ 일 때, $3\sqrt{(-a)^2} - \sqrt{(-2a)^2} + \sqrt{16a^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-5a$

해설

$$\begin{aligned} & 3\sqrt{(-a)^2} - \sqrt{(-2a)^2} + \sqrt{16a^2} \\ &= 3\sqrt{a^2} - \sqrt{4a^2} + \sqrt{16a^2} \\ &= 3|a| - |2a| + |4a| \\ &= -3a - (-2a) - 4a = -5a \end{aligned}$$

26. $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(-4a)^2} - \sqrt{9a^2} + (-\sqrt{2a})^2$ 을 간단히 하면?

- ① $-a$ ② $3a$ ③ $5a$ ④ a ⑤ $-3a$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{(4a)^2} - \sqrt{(3a)^2} + (\sqrt{2a})^2 \\ &= |4a| - |3a| + 2a \\ &= 4a - 3a + 2a = 3a \end{aligned}$$

27. $a > 0$ 일 때, 다음 계산에서 옳지 않은 것을 모두 골라라.

- ㉠ $-\sqrt{121a^2} - \sqrt{(-7a)^2} = -4a$
- ㉡ $\sqrt{25a^2} + \sqrt{(-6a)^2} = -a$
- ㉢ $-\sqrt{(-4a)^2} \times \frac{\sqrt{25a^2}}{a^2} = -20a$
- ㉣ $9\sqrt{a^2} + \sqrt{(-6a)^2} - \sqrt{a^2} = 14a$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉢

해설

$$\text{㉠ } -\sqrt{121a^2} - \sqrt{(-7a)^2} = -11a - 7a = -18a$$

$$\text{㉡ } \sqrt{25a^2} + \sqrt{(-6a)^2} = 5a + 6a = 11a$$

$$\text{㉢ } -\sqrt{(-4a)^2} \times \frac{\sqrt{25a^2}}{a^2} = -4a \times \frac{5a}{a^2} = -20$$

28. $a < 0$ 일 때, $\sqrt{4a^2} - \sqrt{(-3a)^2} + (\sqrt{-5a})^2$ 을 간단히 하면?

- ① $-10a$ ② $-7a$ ③ $-4a$ ④ $2a$ ⑤ $3a$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{4a^2} - \sqrt{(-3a)^2} + (\sqrt{-5a})^2 \\ &= \sqrt{(2a)^2} - \sqrt{(-3a)^2} + (\sqrt{-5a})^2 \\ &= -2a - (-3a) + (-5a) \\ & (\because a < 0 \text{ 이므로 } 2a < 0, -3a > 0, -5a > 0) \\ &= -2a + 3a - 5a = -4a \end{aligned}$$

29. $a < 0$ 일 때, $2\sqrt{a^2} - \sqrt{(-3a)^2} + \sqrt{25a^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-4a$

해설

$$\begin{aligned} & 2\sqrt{a^2} - \sqrt{(-3a)^2} + \sqrt{25a^2} \\ &= 2\sqrt{a^2} - \sqrt{9a^2} + \sqrt{25a^2} \\ &= 2|a| - |3a| + |5a| \\ &= -2a + 3a - 5a = -4a \end{aligned}$$

30. 다음 중 그 계산이 옳지 않은 것을 고르면?

① $97^2 = (100 - 3)^2 = 100^2 - 2 \times 100 \times 3 + 3^2 = 9409$

② $5.1 \times 4.9 = (5 + 0.1)(5 - 0.1) = 5^2 - 0.1^2 = 24.99$

③ $301^2 = (300 + 1)^2 = 300^2 + 2 \times 300 \times 1 + 1^2 = 90601$

④ $(\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3}) = (\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2 = -1$

⑤ $(-\sqrt{10} - \sqrt{2})(\sqrt{10} - \sqrt{2}) = (\sqrt{10})^2 - (\sqrt{2})^2 = 8$

해설

$$\begin{aligned} & (-\sqrt{10} - \sqrt{2})(\sqrt{10} - \sqrt{2}) \\ &= (-\sqrt{2} - \sqrt{10})(-\sqrt{2} + \sqrt{10}) \\ &= (-\sqrt{2})^2 - (\sqrt{10})^2 = 2 - 10 = -8 \end{aligned}$$

31. 인수분해를 바르게 한 것을 모두 고르면?

① $x^2 - 5x - 6 = (x - 2)(x - 3)$

② $12x - 4x^2 = 4x(x - 3)$

③ $x^2 - 14x + 49 = (x - 7)^2$

④ $3x^2 + 5x - 2 = (x - 2)(3x + 1)$

⑤ $4a^2 - 9b^2 = (2a - 3b)(2a + 3b)$

해설

① $(x - 6)(x + 1)$

② $-4x(x - 3)$

④ $(x + 2)(3x - 1)$

32. 다음 식 중 옳게 인수분해한 것은?

① $x^2 + 2xy + y^2 = (-x + y)^2$

② $ax - bx - a + b = (a - b)(x + 1)$

③ $x^2 + x - 6 = (x - 2)(x + 3)$

④ $6x^2 - x - 1 = (2x + 1)(3x - 1)$

⑤ $x^2 + 2 = (x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$

해설

① $(x + y)^2$

② $(a - b)(x - 1)$

④ $(2x - 1)(3x + 1)$

33. 다음 중 나머지 넷과 같은 공통인 인수를 갖지 않는 것은?

- ① $x^2 + x - 6$ ② $x^2 - 4$ ③ $2x^2 + 7x + 6$
④ $2x^2 + 3x - 2$ ⑤ $3x^2 + 7x + 2$

해설

- ① $(x+3)(x-2)$
② $(x-2)(x+2)$
③ $(2x+3)(x+2)$
④ $(2x-1)(x+2)$
⑤ $(3x+1)(x+2)$
공통인 인수는 $x+2$ 이므로 구하는 답은 ①이다.

34. 다음 다항식을 인수분해한 것 중에서 옳지 않은 것은?

① $2x^2 - x - 6 = (2x + 3)(x - 2)$

② $2x^2 - xy - 3x - y^2 + 3y = (2x + y - 3)(x - y)$

③ $x^2 + 4xy + 4y^2 = (x + 2y)^2$

④ $9x^2 - 6xy + y^2 = (3x - y)^2$

⑤ $9x^2 + 25y^2 = (3x + 5y)(3x - 5y)$

해설

⑤ $9x^2 + 25y^2 = (3x + 5y)^2 - 30xy$

35. 다음 중 인수분해가 바르게 된 것은?

① $4a^2 - 2ab = 2a(a - b)$

② $x^2 + 20x - 100 = (x + 10)^2$

③ $-x^2 + 1 = (x + 1)(-x - 1)$

④ $x^2 - 7x + 12 = (x - 2)(x - 6)$

⑤ $10x^2 + 23x - 21 = (x + 3)(10x - 7)$

해설

① $4a^2 - 2ab = 2a(2a - b)$

② $x^2 + 20x - 100 = (x - 10)^2$

③ $-x^2 + 1 = -(x + 1)(x - 1)$

④ $x^2 - 7x + 12 = (x - 3)(x - 4)$

36. $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{50}$ 일 때, 1000 을 x 와 y 로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : x^3y^3

해설

$$xy = \sqrt{2 \times 50} = \sqrt{100} = 10 \text{ 이므로}$$

$$1000 = 10^3 = (xy)^3 = x^3y^3$$

37. $\sqrt{2} = a$, $\sqrt{6} = b$ 일 때, $\sqrt{0.96} + \sqrt{200}$ 을 a , b 를 이용하여 나타내면?

- ① $5a + \frac{1}{10}b$ ② $5a + \frac{1}{20}b$ ③ $10a + \frac{2}{5}b$
④ $10a + \frac{1}{25}b$ ⑤ $15a + \frac{1}{20}b$

해설

$$\sqrt{0.96} = \sqrt{\frac{96}{100}} = \frac{\sqrt{2^4 \times 6}}{10} = \frac{4\sqrt{6}}{10} = \frac{2}{5}b$$

$$\sqrt{200} = \sqrt{2 \times 100} = 10\sqrt{2} = 10a$$

$$\therefore \sqrt{0.96} + \sqrt{200} = 10a + \frac{2}{5}b$$

38. $\sqrt{5} = a$, $\sqrt{7} = b$ 라 할 때, $\sqrt{0.014}$ 를 a, b 를 사용하여 나타내면?

- ① $\frac{ab}{100}$ ② $\frac{ab}{50}$ ③ ab ④ $2ab$ ⑤ $4ab$

해설

$$\sqrt{0.014} = \sqrt{\frac{140}{10000}} = \frac{\sqrt{2^2 \times 5 \times 7}}{100} = \frac{2}{100} \times \sqrt{5} \times \sqrt{7} = \frac{1}{50}ab$$

39. $\sqrt{2} = a$, $\sqrt{3} = b$ 일 때, $\sqrt{216}$ 을 a , b 의 기호로 나타내어라.

▶ 답:

▷ 정답: a^3b^3

해설

$$\begin{aligned} 216 &= 2^3 \times 3^3 \text{ 이므로} \\ \sqrt{216} &= \sqrt{2^3 \times 3^3} = \sqrt{2^3} \times \sqrt{3^3} = a^3 \times b^3 \end{aligned}$$

40. $\sqrt{3} = a$, $\sqrt{5} = b$ 일 때, $\sqrt{8}$ 을 a , b 를 써서 나타내어라.

▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{a^2 + b^2}$

해설

$$\sqrt{8} = \sqrt{3+5} = \sqrt{\sqrt{3}^2 + \sqrt{5}^2}$$

41. $a = \sqrt{2}, b = \sqrt{5}, c = \sqrt{11}$ 일 때, $\sqrt{1.331}$ 을 a, b, c 에 관한 식으로 나타내어라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{11c}{10ab}$

해설

$$\sqrt{1.331} = \sqrt{\frac{1331}{1000}} = \sqrt{\frac{11^3 \times 11}{10^3 \times 10}} = \frac{11}{10} \sqrt{\frac{11}{2 \times 5}} = \frac{11}{10} \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{2} \sqrt{5}}$$

$$a = \sqrt{2}, b = \sqrt{5}, c = \sqrt{11} \text{ 이므로}$$

$$\therefore \sqrt{1.331} = \frac{11c}{10ab}$$

42. 다항식 $(x+1)(x+3)(x+5)(x+7) - p$ 가 완전제곱식이 되도록 하는 상수 p 를 구하면?

㉠ -16 ㉡ -4 ㉢ 2 ㉣ 8 ㉤ 12

해설

$$\begin{aligned}x^2 + 8x &= A \text{ 라 하면} \\(x^2 + 8x + 7)(x^2 + 8x + 15) - p & \\= (A + 7)(A + 15) - p & \\= A^2 + 22A + 105 - p = (A + 11)^2 & \\ \therefore 105 - p = 121 & \\ \therefore p = -16 & \end{aligned}$$

43. 다음 $x(x+1)(x+2)(x+3)+1$ 을 인수분해하면?

① $(x^2+3x+6)^2$ ② $(x^2+3x-1)^2$ ③ $(x^2-3x+3)^2$

④ $(x^2-5x+3)^2$ ⑤ $(x^2+3x+1)^2$

해설

$$(x^2+3x)(x^2+3x+2)+1$$

$$x^2+3x=A \text{ 라 하면}$$

$$A(A+2)+1 = A^2+2A+1 = (A+1)^2$$

$$= (x^2+3x+1)^2$$

44. $x(x+2)(x+4)(x+6)+16$ 을 인수분해하는 과정이다. ()안에 들어갈 식이 옳은 것은?

$$\begin{aligned} & x(x+2)(x+4)(x+6)+16 \\ &= x(\textcircled{1}) \times (x+2)(\textcircled{2})+16 \\ &= (x^2+6x)(\textcircled{3})+16 \\ &(\textcircled{4})=A \text{ 라 하면} \\ &A^2+8A+16=(A+4)^2=(\textcircled{5})^2 \end{aligned}$$

- ① $x+5$ ② $x+3$ ③ x^2+4x+8
④ x^2+6x ⑤ x^2+6x+1

해설

- ① $x+6$
② $x+4$
③ x^2+6x+8
⑤ x^2+6x+4

45. 다항식 $x(x+3)(x+4)(x-1)+p$ 가 완전제곱식이 되도록 하는 p 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $p = 4$

해설

$$\begin{aligned} & x(x+3)(x+4)(x-1)+p \\ &= (x^2+3x)(x^2+3x-4)+p \\ & x^2+3x=A \text{ 로 치환하면} \\ & A(A-4)+p=A^2-4A+p \\ & A^2-4A+p=(A-2)^2 \\ & \therefore p=2^2=4 \end{aligned}$$

46. 다음 식이 완전제곱식일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

$$(x+2)(x+4)(x+5)(x+7) + a$$

▶ 답:

▷ 정답: $a = 9$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x+2)(x+7)(x+4)(x+5) + a \\ &= (x^2+9x+14)(x^2+9x+20) + a\end{aligned}$$

$x^2+9x=A$ 로 치환하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (A+14)(A+20) + a \\ &= A^2+34A+280+a \\ &= (A+17)^2 = (x^2+9x+17)^2\end{aligned}$$

$$17^2 = 280 + a$$

$$\therefore a = 9$$

47. 곱셈 공식을 이용하여 $(x+2)(x+3)(x-4)(x-6)$ 을 전개하면?

- ① $x^4 - 5x^3 - 20x^2 + 60x + 144$
- ② $x^4 + 5x^3 - 20x^2 - 60x + 144$
- ③ $x^4 + 5x^3 + 20x^2 - 60x - 144$
- ④ $x^4 - 5x^3 + 20x^2 - 60x + 144$
- ⑤ $x^4 + 5x^3 - 20x^2 + 60x - 144$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x+2)(x-6)(x+3)(x-4) \\ &= (x^2 - 12 - 4x)(x^2 - 12 - x)\end{aligned}$$

$x^2 - 12 = A$ 로 치환하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (A - 4x)(A - x) \\ &= A^2 - 5xA + 4x^2 \\ &= (x^2 - 12)^2 - 5x(x^2 - 12) + 4x^2 \\ &= x^4 - 5x^3 - 20x^2 + 60x + 144\end{aligned}$$

48. 다음 중 옳은 것은?

- ① 유리수의 제곱근은 항상 무리수이다.
- ② 네 변의 길이가 무리수인 직사각형의 넓이는 항상 무리수이다.
- ③ 서로 다른 두 유리수의 곱은 항상 유리수이다.
- ④ 순환하지 않는 무한소수도 유리수일 수 있다.
- ⑤ 모든 유리수의 제곱근은 2 개이다.

해설

- ① 유리수 9의 제곱근은 ± 3 으로 유리수이므로 옳지 않다.
 - ② 가로, 세로의 길이가 각각 $\sqrt{3}, \sqrt{12}$ 인 무리수인 직사각형의 넓이는 $\sqrt{36} = 6$ 이 되어 유리수이므로 옳지 않다.
 - ④ 순환하지 않는 무한소수는 모두 무리수이다.
 - ⑤ 0의 제곱근은 1개, -1의 제곱근은 0개이므로 옳지 않다.
- 따라서 옳은 것을 고르면 ③이다.

49. a, b 는 정수일 때, 다음 중에서 무리수의 뜻으로 옳은 것은?

- ① $\frac{b}{a}$ ($a \neq 0$) 으로 나타낼 수 없는 수
- ② $\frac{b}{a}$ ($a \neq 0$) 으로 나타낼 수 있는 수
- ③ $\frac{a}{b}$ 으로 나타낼 수 없는 수
- ④ $\frac{b}{a}$ 으로 나타낼 수 있는 수
- ⑤ $\frac{b}{a}$ ($b \neq 0$) 으로 나타낼 수 없는 소수

해설

무리수는 유리수가 아닌 수이므로 $\frac{b}{a}$ ($a \neq 0$) 으로 나타낼 수 없는 수이다.

50. 다음 중 옳은 것은?

- ① 무한소수는 무리수이다.
- ② 유리수는 유한소수이다.
- ③ 순환소수는 유리수이다.
- ④ 유리수가 되는 무리수도 있다.
- ⑤ 근호로 나타내어진 수는 무리수이다.

해설

- ① 무한소수 중 순환하는 소수는 유리수이다.
- ② 유리수 중에는 유한소수도 있고, 무한소수(순환소수)도 있다.
- ④ 유리수이면서 무리수가 되는 수는 없다.
- ⑤ $\sqrt{4}$, $\sqrt{9}$ 같은 수는 근호로 나타내었어도 유리수이다.

51. 다음 중에서 옳은 설명을 모두 고른 것은?

모든 무리수 x, y 에 대하여
ㄱ. $x+y$ 는 항상 무리수이다.
ㄴ. $x-y$ 는 항상 무리수이다.
ㄷ. $x \times y$ 는 항상 무리수이다.
ㄹ. $x \div y$ 는 항상 무리수이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄴ, ㄷ
④ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ ⑤ **없다**

해설

ㄱ.의 반례 : $x = \sqrt{2}, y = -\sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$
ㄴ.의 반례 : $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$
ㄷ.의 반례 : $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = (\sqrt{2})^2 = 2$
ㄹ.의 반례 : $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2} \div \sqrt{2} = 1$
따라서, 옳은 것은 ⑤ 없다.

53. 다음 중 옳은 것을 골라라.

보기

- ㉠ $y = x - \sqrt{3}$ 을 만족하는 유리수 x, y 가 적어도 한 쌍은 존재한다.
- ㉡ $y = x + \sqrt{2}$ 일 때, $x + y$ 의 값은 항상 무리수이다.
- ㉢ 임의의 무리수 x 에 대하여 $xy = 1$ 이면 y 도 항상 무리수이다.
- ㉣ 직선 $y = \sqrt{3}x$ 를 지나는 점의 x 좌표와 y 좌표는 모두 항상 무리수이다.
- ㉤ $x + y, x - y$ 가 모두 무리수이면, x, y 도 항상 무리수이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

㉠ (유리수) $\pm$ (유리수) = (유리수) 이므로 두 유리수 x, y 에 대하여 $x - y \neq \sqrt{3} \therefore y \neq x - \sqrt{3}$

㉡ $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}, y = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 이면 $x + y = 0$: 유리수

㉢ 임의의 무리수 x 에 대해 $y = \frac{1}{x}$ 이므로 y 는 항상 무리수이다.

㉣ $y = \sqrt{3}x$ 은 $(0, 0)$ 을 지나므로 $x = 0, y = 0$: 유리수

㉤ $x = 1, y = \sqrt{3}$ 이면 $x + y = 1 + \sqrt{3}$ 으로 무리수, $x - y = 1 - \sqrt{3}$ 으로 무리수, 하지만 x 는 유리수

54. $\frac{1}{3} < x < 3$ 일 때, $\sqrt{x^2 - 6x + 9} - \sqrt{9x^2 - 6x + 1}$ 를 간단히 하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-4x + 4$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} < x < 3 \text{ 이므로} \\ & \sqrt{x^2 - 6x + 9} - \sqrt{9x^2 - 6x + 1} \\ & = \sqrt{(x-3)^2} - \sqrt{(3x-1)^2} \\ & = -(x-3) - (3x-1) \\ & = -x+3-3x+1 \\ & = -4x+4 \end{aligned}$$

55. $y < x < 0$ 일 때, $\sqrt{x^2 - 2xy + y^2} + \sqrt{x^2 + 2xy + y^2}$ 을 간단히 하면?

- ① 0 ② $2x - 2y$ ③ $2x$
④ $2y$ ⑤ $-2y$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{(x-y)^2} + \sqrt{(x+y)^2} &= |x-y| + |x+y| \\ &= x-y - (x+y) = -2y\end{aligned}$$

56. $x^2 + 5x + a = (x + b)^2$ 에서 $a - b$ 의 값은?

- ① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{15}{2}$ ③ $\frac{15}{8}$ ④ $\frac{15}{4}$ ⑤ $\frac{11}{4}$

해설

$$x^2 + 5x + a = x^2 + 2bx + b^2$$

$$2b = 5, b = \frac{5}{2}$$

$$a = b^2 = \frac{25}{4}$$

$$\therefore a - b = \frac{15}{4}$$

57. $\sqrt{x} = a - 1$ 이고, $-1 < a < 3$ 일 때, $\sqrt{x+4a} + \sqrt{x-4a+8}$ 을 간단히 하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{x} = a - 1 \text{ 의 양변을 제곱하면 } x = (a - 1)^2 \\ & \sqrt{a^2 + 2a + 1} + \sqrt{a^2 - 6a + 9} \\ & = \sqrt{(a+1)^2} + \sqrt{(a-3)^2} \\ & = |a+1| + |a-3| \\ & = a+1 - a+3 = 4 \end{aligned}$$

58. $\sqrt{x} = a - 2$ 일 때, $\sqrt{x - 4a + 12} - \sqrt{x + 2a - 3}$ 을 간단히 하면? (단, $2 < a < 4$)

① $-2a + 5$

② $2a - 5$

③ 5

④ $-2a - 3$

⑤ $-2a + 3$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{x} = a - 2 \text{ 의 양변을 제곱하면 } x = a^2 - 4a + 4 \\ & \sqrt{a^2 - 8a + 16} - \sqrt{a^2 - 2a + 1} \\ & = \sqrt{(a - 4)^2} - \sqrt{(a - 1)^2} \\ & = |a - 4| - |a - 1| \\ & = -a + 4 - a + 1 = -2a + 5 \end{aligned}$$

59. $0 < x \leq 1$ 일 때, 다음 식을 만족하는 x 의 값을 구하면?

$$3\sqrt{(-x)^2} - \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4} + \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4} = 5$$

- ① -3 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4} &= \sqrt{x^2 - 2 + \frac{1}{x^2}} \\ &= \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4} &= \sqrt{x^2 + 2 + \frac{1}{x^2}} \\ &= \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2}\end{aligned}$$

$0 < x \leq 1, x - \frac{1}{x} \leq 0, x + \frac{1}{x} > 0$ 이므로

$$3\sqrt{(-x)^2} - \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4} + \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4} = 5$$

$$3x - \left\{-\left(x - \frac{1}{x}\right)\right\} + \left(x + \frac{1}{x}\right) = 5$$

$$5x = 5$$

$$\therefore x = 1$$