

1. 세 실수 a, b, c 에 대하여 다음 중 항상 옳은 것은?

- ① $a > b$ 이면 $a^2 > b^2$
- ② $a > b$ 이면 $a - c < b - c$
- ③ $a < b < 0$ 이면 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$
- ④ $ac > bc$ 이면 $a > b, c > 0$
- ⑤ $a^2 + b^2 + c^2 \leq ab + bc + ca$

해설

- ① $a > 0 > b$ 인 경우에서 $|b| > |a|$ 라면 제곱 값에 대해서는 $b^2 > a^2$ 의 결과가 나온다.
- ② 부등식의 기본 성질로 양변에 같은 수를 빼서는 부호가 바뀌지 않는다.
- ④ $a > b, c > 0$ 이면 $ac > bc$ 일 수는 있으나 보기 ④번 같은 경우에는 $ac > bc$ 이면 $a < b, c < 0$ 인 경우도 있기 때문에 성립하지 않는다.
- ⑤ 주어진 식의 양변에 2를 곱하고 좌변으로 몰아 정리하면
$$2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca \geq 0$$
$$(a^2 - 2ab + b^2) + (b^2 - 2bc + c^2) + (c^2 - 2ca + a^2) \geq 0$$
$$(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 \geq 0$$
위와 같이 되므로 세 실수 사이의 관계가
$$a - b = 0, b - c = 0, c - a = 0$$
을 성립하지 않으면 성립하지 않는 보기이다.

2. $-2 \leq x \leq 3$ 일 때, $3x - 1$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

① -3

② -1

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

$-2 \leq x \leq 3$ 에서 $-6 \leq 3x \leq 9$, $-7 \leq 3x - 1 \leq 8$
따라서, 최댓값은 8 이고 최솟값은 -7 이므로 두 값의 합은 1 이다.

3. 부등식 $3x + 2 \geq 8$ 을 풀면?

① $x \geq -2$

② $x \geq -1$

③ $x \geq -\frac{1}{2}$

④ $x \geq \frac{3}{2}$

⑤ $x \geq 2$

해설

$$3x + 2 \geq 8, 3x \geq 6 \therefore x \geq 2$$

4. 부등식 $ax + 1 > 3x + 2a$ 의 해가 $x < 1$ 일 때, a 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$(a - 3)x > 2a - 1$ 이므로
먼저 $a = 3$ 인 경우를 생각하면
(좌변)=0, (우변)=5가 되어 부등식이 성립하지 않는다.
따라서 $a \neq 3$ 인 경우만 생각하면 된다.
(i) $a > 3$ 이면 $x > \frac{2a-1}{a-3}$ 이 되어 $x < 1$ 의 형태가 될 수 없다.
(ii) $a < 3$ 이면 $x < \frac{2a-1}{a-3} = 1$ 에서 $2a - 1 = a - 3 \therefore a = -2$

5. 연립부등식 $\begin{cases} x-4 < 2x+1 \\ 3x+6 \geq -1+4x \end{cases}$ 를 풀어라.

① $5 < x \leq 7$

② $-5 < x, 7 \leq x$

③ $-5 < x \leq 7$

④ $-7 \leq x < 5$

⑤ $-7 \leq x < -5$

해설

$$\begin{cases} x-4 < 2x+1 \\ 3x+6 \geq -1+4x \end{cases} \quad \begin{cases} x > -5 \\ x \leq 7 \end{cases}$$

$$\therefore -5 < x \leq 7$$

6. 연립부등식 $-2 < 3x + 4 \leq 11$ 을 만족하는 정수를 모두 구하여라.

① $-1, 0, 1$

② $0, 1, 2$

③ $-1, 0, 1, 2$

④ $-2, -1, 0, 1$

⑤ $0, 1, 2, 3$

해설

$$\begin{cases} -2 < 3x + 4 \\ 3x + 4 \leq 11 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > -2 \\ x \leq \frac{7}{3} \end{cases}$$

따라서 $-2 < x \leq \frac{7}{3}$ 을 만족하는 정수는 $-1, 0, 1, 2$ 이다.

7. 다음 연립부등식을 만족하는 정수의 개수가 10 개일 때, 정수 a 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 7x + 4 > 5x \\ 15 - x > a \end{cases}$$

① 3, 4

② 5, 6

③ 6

④ 6, 7

⑤ 4, 5, 6

해설

$$7x + 4 > 5x$$

$$\therefore x > -2$$

$$15 - x > a$$

$$\therefore x < 15 - a$$

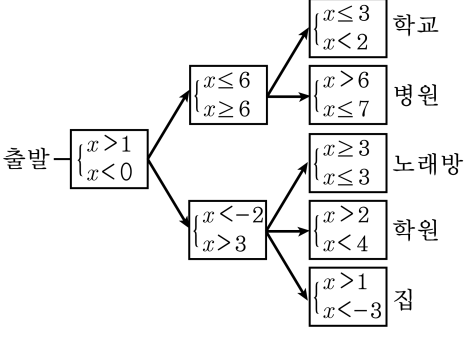
만족하는 정수는 10 개이므로 $-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ 이다.

$$8 < 15 - a \leq 9$$

$$6 \leq a < 7$$

$$\therefore a = 6$$

8. 출발점의 연립부등식과 같은 해의 형태를 갖는 방향으로 갈 때, 도착하는 곳은 어디인지 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 집

해설

$\begin{cases} x > 1 \\ x < 0 \end{cases}$ 은 해가 없다. 따라서 해가 없는 것을 따라 가야 한다.

$\begin{cases} x \leq 6 \\ x \geq 6 \end{cases}$ 의 해는 $x = 6$ 이므로 해가 있다.

$\begin{cases} x < -2 \\ x > 3 \end{cases}$ 의 해는 없다. 따라서 이쪽으로 가고, $\begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq 3 \end{cases}$ 의

해는 $x = 3$ 이다. $\begin{cases} x > 2 \\ x < 4 \end{cases}$ 의 해는 $2 < x < 4$ 이고 $\begin{cases} x > 1 \\ x < -3 \end{cases}$ 은 해가 없으므로 마지막 집을 향해 가고 있음을 알 수 있다

9. 연립부등식 $\begin{cases} 4x-2 \geq -10 \\ 6-x > 3 \end{cases}$ 의 해가 $a \leq x < b$ 일 때, 상수 $a+b$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} 6-x > 3 &\rightarrow x < 3 \\ 4x-2 \geq -10 &\rightarrow x \geq -2 \\ \therefore a+b &= -2+3=1 \end{aligned}$$

10. 어떤 정수에서 10 을 빼고 5 배 하면 20 보다 크고, 어떤 정수에 2 배를 하고 4 를 빼면 28 보다 작다고 한다. 어떤 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

어떤 정수를 x 라고 하고 문제의 조건을 이용하여 두 개의 식을 만들어 본다. ‘어떤 정수에서 10 을 빼고 5 배하면 20 보다 크고’를 식으로 표현하면, $5(x - 10) > 20$ 이고, ‘어떤 정수에 2 배를 하고 4 를 빼면 28 보다 작다’를 식으로 표현하면, $2x - 4 < 28$ 이다.

두 개의 부등식을 연립부등식으로 표현하면,
$$\begin{cases} 5(x - 10) > 20 \\ 2x - 4 < 28 \end{cases}$$

이다. 이를 간단히 하면,
$$\begin{cases} x > 14 \\ x < 16 \end{cases}$$
 따라서 $14 < x < 16$ 이다.

x 는 정수이므로 15 이다.

11. 부등식 $|x-1|+|x-2|<3$ 을 풀면?

- ① $-1 < x < 4$ ② $-1 < x < 2$ ③ $0 < x < 1$
④ $0 < x < 2$ ⑤ $0 < x < 3$

해설

(i) $x < 1$ 일 때
 $-(x-1)-(x-2) < 3, -2x < 0 \therefore x > 0$
그런데 $x < 1$ 이므로 $0 < x < 1$
(ii) $1 \leq x < 2$ 일 때
 $(x-1)-(x-2) < 3, 0 \cdot x < 2$
 $\therefore$ 모든 x 에 대해 성립
그런데 $1 \leq x < 2$ 이므로 $1 \leq x < 2$
(iii) $x \geq 2$ 일 때
 $(x-1)+(x-2) < 3, 2x < 6 \therefore x < 3$
그런데 $x \geq 2$ 이므로 $2 \leq x < 3$
(i), (ii), (iii)에서 $0 < x < 3$

12. 부등식 $|7 - 3x| > 2$ 를 풀면?

① $x < \frac{5}{3}$ 또는 $x > 3$

② $x < \frac{5}{2}$ 또는 $x > 2$

③ $x < \frac{4}{5}$ 또는 $x > 4$

④ $x < 1$ 또는 $x > 3$

⑤ $x < \frac{5}{6}$ 또는 $x > 6$

해설

$|7 - x| > 2$ 에서

$7 - 3x > 2$ 또는 $7 - 3x < -2$

$-3x > -5$ 또는 $-3x < -9$

$\therefore x < \frac{5}{3}$ 또는 $x > 3$

13. 이차부등식 $x^2 + 2x - 35 < 0$ 을 풀면?

- ① $-15 < x < 12$ ② $-15 < x < 5$ ③ $-7 < x < 5$
④ $-7 < x < 2$ ⑤ $-5 < x < 7$

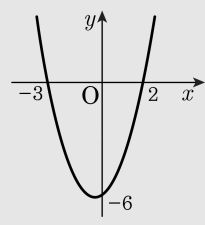
해설

$$x^2 + 2x - 35 < 0 \text{ 에서 } (x + 7)(x - 5) < 0 \\ \therefore -7 < x < 5$$

14. 이차함수의 그래프를 이용하여 이차부등식 $x^2 + x - 6 > 0$ 을 풀면?

- ① $x < -3$ 또는 $x > 2$ ② $x < -2$ 또는 $x > 3$
③ $x < -1$ 또는 $x > 4$ ④ $x < 0$ 또는 $x > 5$
⑤ $x < 1$ 또는 $x > 6$

해설



이차방정식 $x^2 + x - 6 = 0$ 에서 $(x + 3)(x - 2) = 0$

$\therefore x = -3$ 또는 $x = 2$

$f(x) = x^2 + x - 6$ 으로 놓으면 $y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고

이차부등식 $f(x) > 0$ 의 해는 $x < -3$ 또는 $x > 2$

15. 연립부등식 $\begin{cases} 3x^2 + 4x - 4 \geq 0 \\ (x+1)^2 < 4 \end{cases}$ 을 풀면?

- ① $-2 < x \leq -1, \frac{2}{3} < x < 1$ ② $-1 < x \leq -3, \frac{2}{3} \leq x < 2$
 ③ $-2 < x \leq 0, \frac{1}{3} < x < 1$ ④ $-3 < x \leq -2, \frac{2}{3} \leq x < 1$
 ⑤ $-4 < x \leq -2, \frac{1}{3} < x < 1$

해설

$$\begin{cases} 3x^2 + 4x - 4 \geq 0 \cdots (가) \\ (x+1)^2 < 4 \cdots (나) \end{cases}$$

(가)에서 $(x+2)(3x-2) \geq 0$ 이므로

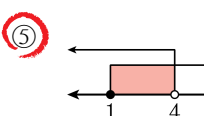
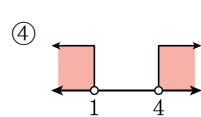
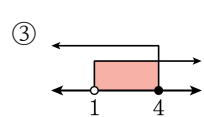
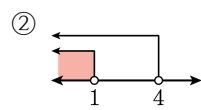
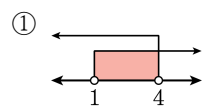
$$x \leq -2 \text{ 또는 } x \geq \frac{2}{3}$$

(나)에서 $-2 < x+1 < 2,$

$-3 < x < 1$ 이므로

$$-3 < x \leq -2, \frac{2}{3} \leq x < 1$$

16. 연립부등식 $\begin{cases} 3-x > -1 \\ 3x-1 \geq 2 \end{cases}$ 의 해를 수직선에 바르게 나타낸 것은?



해설

$3-x > -1, x < 4$ 이고
 $3x-1 \geq 2, 3x \geq 3, x \geq 1$ 이므로
 $1 \leq x < 4$ 이다.

17. 연립부등식 $\begin{cases} 7-2x \geq -3 \\ 4x+6 > x \\ x-1 < 3 \end{cases}$ 을 만족하는 정수는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 5 개

해설

$$\begin{cases} 7-2x \geq -3 \\ 4x+6 > x \\ x-1 < 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 5 \\ x > -2 \\ x < 4 \end{cases}$$

따라서 $-2 < x < 4$ 이므로 연립방정식을 만족하는 정수는 $-1, 0, 1, 2, 3$ 으로 5 개 이다.

18. 연립부등식 $\begin{cases} 3(x-2) > 5x+2 \\ -2(x+7) \leq 3x+21 \end{cases}$ 을 만족하는 해 중에서 가장 작은 정수와 가장 큰 정수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -12

해설

$3x - 6 > 5x + 2$, $x < -4$ 이고 $-2x - 14 \leq 3x + 21$, $5x \geq -35$, $x \geq -7$ 이므로 $-7 \leq x < -4$ 이다.
따라서 가장 작은 정수는 -7 이고 가장 큰 정수는 -5 이므로 -12 이다.

19. 연립부등식 $\begin{cases} 2x - 11 < 5x + 7 \\ 3(x - 1) \leq 4(2 - x) + 2 \end{cases}$ 을 만족하는 x 의 값 중 가장

큰 정수를 A , 가장 작은 정수를 B 라 할 때, $A + B$ 의 값을 구하면?

- ① -5 ② -4 ③ -2 ④ 0 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} \text{i) } & 2x - 11 < 5x + 7 \\ & \Rightarrow x > -6 \\ \text{ii) } & 3(x - 1) \leq 4(2 - x) + 2 \\ & \Rightarrow 3x - 3 \leq 8 - 4x + 2 \\ & \Rightarrow 3x + 4x \leq 10 + 3 \\ & \Rightarrow x \leq \frac{13}{7} \\ & -6 < x \leq \frac{13}{7} \text{ 이므로} \\ & A = 1, B = -5 \\ & \therefore A + B = 1 + (-5) = -4 \end{aligned}$$

20. 다음 연립부등식 $\begin{cases} 0.3x + 1.2 > 0.5x \\ \frac{2}{3}x - \frac{1}{2} < \frac{3}{4}x \end{cases}$ 를 만족하는 모든 정수 x 의
합은?

- ① 6 ② 3 ③ 1 ④ 0 ⑤ -2

해설

i) $0.3x + 1.2 > 0.5x$ 의 양변에 10 을 곱하면
 $3x + 12 > 5x, x < 6$
ii) $\frac{2}{3}x - \frac{1}{2} < \frac{3}{4}x$ 의 양변에 12 를 곱하면
 $8x - 6 < 9x, x > -6$
 $\therefore -6 < x < 6$ 만족하는 정수는 -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5 이고 이들의 합은 0 이다.

21. 연립부등식 $\begin{cases} 0.3x - 0.5 \leq 0.4 \\ x - 3 > -2(9 + x) \end{cases}$ 를 만족하는 정수 x 는 모두 몇 개인가?

① 9 개 ② 8 개 ③ 7 개 ④ 6 개 ⑤ 5 개

해설

$$\begin{cases} 0.3x - 0.5 \leq 0.4 \\ x - 3 > -2(9 + x) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x \leq 9 \\ 3x > -15 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x > -5 \end{cases}$$

$$\therefore -5 < x \leq 3$$

위의 범위를 만족하는 정수는 $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ 이다.

22. 두 부등식 $0.3x + 1.2 > 0.5x$, $\frac{2}{3}x - \frac{1}{2} < \frac{3}{4}x$ 을 동시에 만족하는 정수 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 11 개

해설

$0.3x + 1.2 > 0.5x$ 의 양변에 10을 곱하면
 $3x + 12 > 5x$
 $3x - 5x > -12$
 $-2x > -12$
 $x < 6$
 $\frac{2}{3}x - \frac{1}{2} < \frac{3}{4}x$ 의 양변에 12를 곱하면
 $8x - 6 < 9x$
 $x > -6$
따라서 $-6 < x < 6$ 이고 정수는
 $-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$ 의 11개이다.

23. 부등식 $x-1 \leq 3x-7 < 14-x$ 의 해 중에서 정수인 해는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

해설

$x-1 \leq 3x-7 < 14-x$ 에서

(i) $x-1 \leq 3x-7$
 $x-3x \leq -7+1$
 $-2x \leq -6$
 $\therefore x \geq 3$

(ii) $3x-7 < 14-x$
 $3x+x < 14+7$
 $4x < 21$
 $\therefore x < \frac{21}{4}$

(i), (ii) 에서 $3 \leq x < \frac{21}{4}$ 따라서 정수인 해는 3, 4, 5로 3개이다.

24. 연립부등식 $\begin{cases} 10-2x \geq 3x \\ x-a > -3 \end{cases}$ 이 해를 갖지 않도록 하는 상수 a 의 값의 범위는?

① $a > 2$

② $a \leq 2$

③ $a \geq 5$

④ $a \leq 5$

⑤ $2 < a < 5$

해설

$$\begin{cases} 10-2x \geq 3x & \rightarrow 2 \geq x \\ x-a > -3 & \rightarrow x > a-3 \end{cases}$$

$$a-3 \geq 2$$

$$\therefore a \geq 5$$

25. 200 원짜리 자두와 500 원짜리 복숭아를 합하여 9 개를 사는데, 그 값이 2800 원 이상 3600 원 이하가 되게 하려고 한다. 복숭아는 최대 몇 개까지 살 수 있는가?

▶ 답: 개

▶ 정답 : 6개

해설

자투의 개수 : $(9 - x)$ 개, 복숭아의 개수 : x 개

$$2800 \leq 200(9 - x) + 500x \leq 3600$$

$$\begin{cases} 2800 \leq 200(9 - x) + 500x \\ 200(9 - x) + 500x \leq 3600 \end{cases}$$

$$\therefore \frac{10}{3} \leq x \leq 6$$

따라서 살 수 있는 복숭아의 최대 개수는 6 개이다.

26. 부등식 $|x-1|+|x-3|<6$ 의 해와 같은 해를 갖는 이차부등식으로 옳은 것은?

① $x^2-4x-5<0$

② $x^2-4x+3<0$

③ $x^2-6x+5<0$

④ $x^2-4x+3\leq 0$

⑤ $x^2-8x+15\leq 0$

해설

(i) $x < 1$ 일 때, $-x+1-x+3 < 6$

$x > -1 \therefore -1 < x < 1$

(ii) $1 \leq x < 3$ 일 때, $x-1-x+3 < 6$

$2 < 6 \therefore 1 \leq x < 3$

(iii) $x \geq 3$ 일 때, $x-1+x-3 < 6$

$x < 5 \therefore 3 \leq x < 5$

$\therefore -1 < x < 5$

$\Leftrightarrow (x+1)(x-5) < 0, x^2-4x-5 < 0$

27. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $ax^2 + 2ax - 4 \geq 0$ 이 성립하지 않을 때, 실수 a 의 값의 범위는?

① $-4 \leq a \leq 0$

② $0 \leq a < 1$ 또는 $a > 3$

③ $-4 < a$

④ $-4 < a \leq 0$

⑤ $0 \leq a \leq 4$

해설

모든 실수 x 에 대해 주어진 식이 성립하지 않으려면 $a \leq 0$ 이고 $D/4 = a^2 + 4a < 0$ 이어야 한다.
따라서 $a(a + 4) < 0$ 이므로 $-4 < a < 0$ 이고
 $a = 0$ 일 때도 성립하지 않으므로 $-4 < a \leq 0$

28. 이차부등식 $(k-1)x^2 - 2(k-1)x - 2 > 0$ 이 해를 가지지 않도록 실수 k 의 값의 범위는?

- ① $-1 < k < 1$
- ② $-1 \leq k \leq 1$
- ③ $-1 \leq k < 1$
- ④ $-2 < k < 1$
- ⑤ $-2 \leq k \leq 1$

해설

해를 가지지 않으므로 모든 실수 x 에 대하여 $k-1 < 0$ 이고
 $(k-1)x^2 - 2(k-1)x - 2 \geq 0$ 이어야 한다.
i) $k-1 < 0$ 에서 $k < 1$
ii) $(k-1)x^2 - 2(k-1)x - 2 = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면
 $\frac{D}{4} = (k-1)^2 + 2(k-1) \leq 0, k^2 - 1 \leq 0$
 $(k+1)(k-1) \leq 0 \quad \therefore -1 \leq k \leq 1$
i), ii)의 공통 범위를 구하면 $-1 \leq k < 1$

29. 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 + ax + a$ 가 -3 보다 항상 크기 위한 상수 a 의 값의 범위는?

- ① $-4 < a < 3$ ② $-2 < a < 4$ ③ $-2 < a < 6$
④ $2 < a < 4$ ⑤ $2 < a < 6$

해설

$x^2 + ax + a > -3, x^2 + ax + (a + 3) > 0$
모든 실수 x 에 대하여 성립하려면
이차방정식 $x^2 + ax + (a + 3) = 0$ 의 판별식을
 D 라 할 때,
 $D < 0$ 이어야 하므로
 $D = a^2 - 4(a + 3) < 0$
 $a^2 - 4a - 12 < 0, (a - 6)(a + 2) < 0$
 $\therefore -2 < a < 6$

30. 부등식 $ax^2 + (a+1)x + a \geq 0$ 을 만족하는 실수 x 가 존재하기 위한 상수 a 의 값의 범위는?

- ① $a > 1$ ② $a < -\frac{1}{3}$ ③ $a \geq -\frac{1}{3}$
④ $a \leq -\frac{1}{3}$ ⑤ $-\frac{1}{3} < a < 1$

해설

$ax^2 + (a+1)x + a \geq 0$ 을 만족하는 실수가 존재하는 경우는 전체에서 모든 실수 x 에 대하여 $ax^2 + (a+1)x + a < 0$ 인 경우를 제외하면 된다.
 $ax^2 + (a+1)x + a < 0$ 이 모든 실수 x 에 대하여 성립하려면 $a < 0 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$
또, 이차방정식 $ax^2 + (a+1)x + a = 0$ 의 판별식을 D 라 할 때,
 $D = (a+1)^2 - 4a^2 < 0$, $-3a^2 + 2a + 1 < 0$
 $3a^2 - 2a - 1 > 0$, $(3a+1)(a-1) > 0$
 $\therefore a < -\frac{1}{3}$ 또는 $a > 1 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$
 $\textcircled{\text{㉠}}$, $\textcircled{\text{㉡}}$ 의 공통 범위를 구하면 $a < -\frac{1}{3}$
따라서 $ax^2 + (a+1)x + a \geq 0$ 을 만족하는 실수가 존재하려면 $a \geq -\frac{1}{3}$ 이면 된다.

31. $a(x^2 - 2x + 2) > 2x$ 을 만족하는 x 가 존재하지 않도록 하는 실수 a 의 값의 범위는?

- ① $a \leq 1 - \sqrt{2}$ ② $a \leq 1$ ③ $a \leq 1 + \sqrt{2}$
④ $0 < a \leq 1$ ⑤ $0 < a \leq \sqrt{2}$

해설

모든 실수 x 에서 $ax^2 - 2(a+1)x + 2a \leq 0$

i) $a \leq 0$

ii) $D/4 = (a+1)^2 - 2a^2 = -a^2 + 2a + 1 \leq 0$

$a^2 - 2a - 1 \geq 0$

$\therefore a \leq 1 - \sqrt{2}$ 또는 $a \geq 1 + \sqrt{2}$

$\therefore a \leq 1 - \sqrt{2}$

32. 부등식 $|x - 2| < k$ 를 만족하는 모든 x 의 값이 부등식 $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 만족할 때, 실수 k 의 최댓값은? (단, $k > 0$)

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

부등식 $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 풀면
 $-8 \leq x^2 - 8 \leq 8$
 $0 \leq x^2 \leq 16$
 $\therefore -4 \leq x \leq 4$
 $k > 0$ 이므로 부등식 $|x - 2| < k$ 을 풀면
 $-k < x - 2 < k$
 $-k + 2 < x < k + 2$
이때, 이 부등식의 모든 해가 $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 만족하려면
 $-k + 2 \geq -4$, $k + 2 \leq 4$ 이어야 하므로
 $k \leq 6$, $k \leq 2$
 $\therefore 0 < k \leq 2$
따라서 실수 k 의 최댓값은 2이다.

33. 두 부등식 $2x - 1 > 0$, $(x + 1)(x - a) < 0$ 을 동시에 만족하는 x 의 값의 범위가 $\frac{1}{2} < x < 3$ 이 되도록 하는 정수 a 의 값은? (단, $a > 1$)

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$2x - 1 > 0$$

$$\therefore x > \frac{1}{2} \dots\dots \textcircled{1}$$

$$(x + 1)(x - a) < 0$$

$$\therefore -1 < x < a \dots\dots \textcircled{2}$$

즉 ①, ②의 공통 부분이 $\frac{1}{2} < x < 3$ 이므로

$$\therefore a = 3$$

34. 이차부등식 $ax^2 - bx + c < 0$ 의 해가 $x < -1$ 또는 $x > 3$ 일 때, 이차부등식 $ax^2 + cx + b > 0$ 의 해는?

- ① $-2 < x < 1$ ② $-1 < x < 0$ ③ $1 < x < 2$
④ $1 < x < 3$ ⑤ $2 < x < 5$

해설

$x < -1$ 또는 $x > 3$ 인 해를 갖는 이차항계수가
1인 이차부등식은 $(x+1)(x-3) > 0$ 이므로,
 $ax^2 - bx + x < 0$ 의 a 가 음수이고,
이 부등식은 $a(x+1)(x-3) < 0$ 과 같다.
따라서 $b = 2a$, $c = -3a$ 이고 주어진 부등식
 $ax^2 - 3ax + 2a = a(x^2 - 3x + 2)$
 $= a(x-2)(x-1) > 0$ 이 된다.
 $a < 0$ 이므로 만족하는 해는 $(x-1)(x-2) < 0$ 에서
 $1 < x < 2$

35. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta = 6$ 이 성립한다.
이 때, 방정식 $f(5x - 7) = 0$ 의 두 근의 합은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= a(x - \alpha)(x - \beta) = 0 (a \neq 0) \text{에서} \\ f(5x - 7) &= a(5x - 7 - \alpha)(5x - 7 - \beta) = 0 \\ \therefore 5x &= 7 + \alpha, 7 + \beta \\ \therefore x &= \frac{7 + \alpha}{5}, \frac{7 + \beta}{5} \end{aligned}$$

따라서, 구하는 두 근의 합은

$$\frac{14 + \alpha + \beta}{5} = \frac{20}{5} = 4$$

36. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 2kx - 2k + 3 = 0$ 이 두 실근을 가지도록 실수 k 의 값의 범위를 정하면?

① $k \leq -3$ 또는 $k \geq 1$

② $-3 \leq k \leq 1$

③ $k = -3$ 또는 $k = 1$

④ $k < -3$ 또는 $k > 1$

⑤ $-3 < k < 1$

해설

두 실근을 갖는다는 것은

서로 다른 두 실근 또는 중근을 갖는다는 것이므로

$$D' = k^2 - (-2k + 3) \geq 0$$

$$k^2 + 2k - 3 \geq 0$$

$$(k + 3)(k - 1) \geq 0$$

$$\therefore k \leq -3 \text{ 또는 } k \geq 1$$

37. 어부 김씨는 둘레 길이가 28 cm인 직사각형 모양의 양식장의 넓이를 48 m^2 이상이 되도록 지으려고 한다. 이 때 양식장의 한 변의 길이를 최대 얼마로 해야 하는가?

① 5 m ② 6 m ③ 7 m ④ 8 m ⑤ 9 m

해설

양식장의 가로 길이를 $x\text{ m}$ 라고 하면
둘레의 길이는 28 m 이므로
세로의 길이는 $(14 - x)\text{ m}$ 이다.
양식장의 넓이가 48 m^2 이상이므로
 $x(14 - x) \geq 48$, $14x - x^2 - 48 \geq 0$
 $x^2 - 14x + 48 \leq 0$, $(x - 6)(x - 8) \leq 0$
 $\therefore 6 \leq x \leq 8$
따라서 한 변의 길이를 최대 8 m 로 해야 한다.

38. 이차함수 $y = x^2 - 2x - 3$ 의 그래프가 이차함수 $y = 2x^2 - 2mx + 1$ 의 그래프보다 항상 아래쪽에 존재하도록 하는 실수 m 의 값의 범위는?

① $-3 < m < 3$

② $-3 < m < 1$

③ $-1 < m < 3$

④ $m < -1$ 또는 $m > 1$

⑤ $m < -1$ 또는 $m > 3$

해설

$$x^2 - 2x - 3 < 2x^2 - 2mx + 1 \text{ 에서}$$

$$x^2 - 2(m-1)x + 4 > 0$$

이 부등식이 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립해야 하므로 이차

방정식 $x^2 - 2(m-1)x + 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = (m-1)^2 - 4 < 0 \text{ 에서}$$

$$(m+1)(m-3) < 0$$

$$\therefore -1 < m < 3$$

39. $1 \leq x \leq 2$ 인 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $ax < 4 + x - x^2$ 이 항상 성립할 때, 실수 a 의 값의 범위를 구하면?

① $a < 1$ ② $a < 2$ ③ $a < 3$ ④ $a < 4$ ⑤ $a < 5$

해설

부등식 $ax < 4 + x - x^2$ 에서 $x^2 + (a-1)x - 4 < 0$

$1 \leq x \leq 2$ 에서

이 부등식이 항상 성립해야 하므로

방정식 $x^2 + (a-1)x - 4 = 0$ 의 한 근이 1보다 작고, 다른 한 근은 2보다 커야 한다.

$f(x) = x^2 + (a-1)x - 4$ 로 놓으면

$f(1) = 1 + (a-1) - 4 < 0$ 에서 $a < 4 \cdots \text{㉠}$

$f(2) = 4 + 2(a-1) - 4 < 0$ 에서 $a < 1 \cdots \text{㉡}$

㉠, ㉡에서 $a < 1$

40. 세 변의 길이가 $x-1$, x , $x+1$ 인 삼각형이 둔각삼각형이 되도록 하는 x 의 값의 범위가 $a < x < b$ 라 할 때, $a+b$ 의 값은?

- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5
- ⑤ 6

해설

$x-1$, x , $x+1$ 은 삼각형의 세 변이므로
 $x-1 > 0$, $x > 0$, $x+1 > 0$
 $x-1+x > x+1 \therefore x > 2 \cdots \cdots ①$
한편, 둔각삼각형이 되려면 $(x-1)^2 + x^2 < (x+1)^2$
 $x^2 - 4x < 0$ 에서 $0 < x < 4 \cdots \cdots ②$
①과 ②에서 $2 < x < 4$
 $\therefore a = 2, b = 4$
따라서 $a+b = 6$

41. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - ax + 9 = 0$ 이 $x < 1$ 에서 두 개의 실근을 갖도록 하는 실수 a 의 범위를 구하면 $a \leq k$ 이다. 이 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = -6$

해설

$f(x) = x^2 - ax + 9$ 라 놓으면

i) 축이 $x < 1$ 에 있어야 하므로 $\frac{1}{2}a < 1, a < 2$

ii) $f(1) > 0, 1 - a + 9 > 0, a < 10$

iii) 두 개의 실근을 가져야 하므로

$D = a^2 - 4 \cdot 9 \geq 0, a \geq 6, a \leq -6$

따라서 i), ii), iii)에 의해 $a \leq -6$

$\therefore k = -6$

42. $1 < x < 3$ 에서 x 에 대한 이차방정식 $x^2 - ax + 4 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 실수 a 의 값의 범위가 $\alpha < a < \beta$ 일 때, $3\alpha\beta$ 의 값을 구하여라.

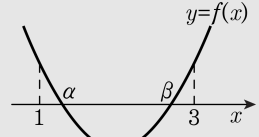
▶ 답 :

▷ 정답 : 52

해설

$f(x) = x^2 - ax + 4$ 라 하면

$1 < x < 3$ 에서 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같아야 한다.



(i) $x^2 - ax + 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면
 $D = a^2 - 16 > 0$ 에서 $(a + 4)(a - 4) > 0$
 $\therefore a < -4$ 또는 $a > 4$

(ii) $f(1) = 5 - a > 0$ 에서 $a < 5$

$f(3) = 13 - 3a > 0$ 에서 $a < \frac{13}{3}$

$\therefore a < \frac{13}{3}$

(iii) $y = f(x)$ 의 그래프의 대칭축이

$x = \frac{a}{2}$ 이므로 $1 < \frac{a}{2} < 3$

$\therefore 2 < a < 6$

(i), (ii), (iii) 에서 a 의 값의 범위는 $4 < a < \frac{13}{3}$

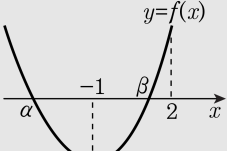
따라서, $\alpha = 4, \beta = \frac{13}{3}$ 이므로 $3\alpha\beta = 52$

43. 이차방정식 $x^2+2ax+a^2-1=0$ 의 두 근 α, β 에 대하여 $\alpha < -1 < \beta < 2$ 가 성립할 때, 상수 a 의 값의 범위는?

- ① $-2 < a < 0$
- ② $-2 < a < 1$
- ③ $0 < a < 2$
- ④ $1 < a < 2$
- ⑤ $1 < a < 3$

해설

$f(x) = x^2 + 2ax + a^2 - 1$ 로 놓으면 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같이 되어야 한다.



즉, $f(-1) < 0, f(2) > 0$
(i) $f(-1) = 1 - 2a + a^2 - 1 < 0$ 에서 $a^2 - 2a < 0, a(a - 2) < 0$
 $\therefore 0 < a < 2$
(ii) $f(2) = 4 + 4a + a^2 - 1 > 0$ 에서 $a^2 + 4a + 3 > 0, (a + 3)(a + 1) > 0$
 $\therefore a < -3, a > -1$
(i), (ii)에서 $0 < a < 2$

44. $a-1 < x < a+1$ 을 만족하는 모든 x 가 $-1 < x < 3$ 을 만족할 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $0 < a < 2$

② $0 \leq a \leq 2$

③ $a < 0, a > 2$

④ $a \leq 0, a \geq 2$

⑤ 구할 수 없다.

해설

$a-1 \geq -1$ 이고, $a+1 \leq 3$ 이어야 하므로

$$a \geq 0, a \leq 2$$

$$\therefore 0 \leq a \leq 2$$

45. 15%의 설탕물 300g이 있다. 여기에서 200g의 설탕물을 버리고 물 x g을 넣어 10% 이상 12% 이하의 농도를 만들려고 할 때, x 가 될 수 없는 것은?

- ① 25 ② 32 ③ 39 ④ 47 ⑤ 52

해설

설탕물을 200g 버려도 물과 설탕을 함께 버린 것 이므로, 농도에는 변화가 없다.
따라서 설탕물을 버린 후 남은 설탕물은 똑같은 15%의 설탕물 100g이다.

이 때의 소금물의 양은 $\frac{15}{100} \times 100 = 15$ (g)이다.

여기에 물 x g을 넣어줄 때의 농도를 식으로 나타내면 $\frac{15}{100+x} \times 100$ 이다.

농도가 10% 이상 12% 이하가 되게 해야 하므로, $10 \leq \frac{15}{100+x} \times 100 \leq 12$ 이다.

이를 연립방정식으로 나타내면

$$\begin{cases} 10 \leq \frac{15}{100+x} \times 100 \\ \frac{15}{100+x} \times 100 \leq 12 \end{cases}$$

이고, 정리하면

$$\begin{cases} x \leq 50 \\ x \geq 25 \end{cases}$$

이다. 따라서 $25 \leq x \leq 50$ 이다.

46. $6[x]^2 - 31[x - 1] - 13 < 0$ 을 풀면? (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수)

① $-3 \leq x < 3$

② $-2 \leq x < 5$

③ $0 \leq x < 3$

④ $1 \leq x < 5$

⑤ $1 \leq x < 6$

해설

$$n \leq [x] < n + 1 \text{에서}$$

$$n - 1 < [x - 1] < n \text{이므로}$$

$$[x - 1] = [x] - 1$$

$$\therefore 6[x]^2 - 31[x - 1] - 13$$

$$= 6[x]^2 - 31([x] - 1) - 13$$

$$= 6[x]^2 - 31[x] + 18 < 0$$

$$\therefore (2[x] - 9)(3[x] - 2) < 0$$

$$\frac{2}{3} < [x] < \frac{9}{2}$$

$$\therefore 1 \leq [x] \leq 4 \text{이므로}$$

$$[x] = 1, 2, 3, 4$$

$$\therefore 1 \leq x < 5$$

47. 모든 실수 x 에 대하여 $(|a|+a)x \geq a^2+a-20$ 이 성립할 때, 정수 a 의 개수를 구하면?

- ① 9개 ② 6개 ③ 5개 ④ 4개 ⑤ 3개

해설

$(|a|+a)x \geq a^2+a-20$ 에서

a 의 부호에 따라 범위를 나누면,

① $a < 0 : |a| = -a$

$0 \cdot x \geq a^2 + a - 20, (a+5)(a-4) \leq 0$ 에서

$-5 \leq a \leq 4$

$\therefore -5 \leq a < 0$

② $a = 0 : 0 \cdot x \geq -20$ 이므로, 항상 성립한다.

$\therefore a = 0$

③ $a > 0 : |a| = a$

$2a \cdot x \geq a^2 + a - 20, x \geq \frac{1}{2a}(a^2 + a - 20)$

모든 x 에 대해서 위 부등식이 성립할 수 없다.

$\therefore$ ①과 ②를 동시에 만족하는 a 의 범위는 $-5 \leq a \leq 0$,

따라서 정수 a 의 개수는 6개

48. 이차부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $p < x < q$ 일 때, 이차부등식 $cx^2 + bx + a < 0$ 의 해를 p, q 를 써서 나타내면? (단, $p > 0$)

① $x > q$ 또는 $x < p$

② $\frac{1}{q} < x < \frac{1}{p}$

③ $x > \frac{1}{p}$

④ $x < \frac{1}{q}$

⑤ $x > \frac{1}{p}$ 또는 $x < \frac{1}{q}$

해설

$ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $p < x < q$ 라면

($a < 0$ 이므로) $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} < 0$

$\Leftrightarrow (x-p)(x-q) < 0$, $x - (p+q)x + pq < 0$

$p+q = -\frac{b}{a}$, $pq = \frac{c}{a}$

$cx^2 + bx + a < 0$ 에서 양변을 a 로 나누면

$\frac{c}{a}x^2 + \frac{b}{a}x + 1 > 0$ ($\because a < 0$)

$\Leftrightarrow pqx^2 - (p+q)x + 1 > 0$

$\Leftrightarrow (px-1)(qx-1) > 0$

$\therefore x > \frac{1}{p}$ 또는 $x < \frac{1}{q}$

$\left(\because \frac{1}{p} > \frac{1}{q} \right)$

49. $0 \leq x \leq 2$ 인 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $x^2 - ax + a^2 - 4 \leq 0$ 이 항상 성립되게 하는 실수 a 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은?

① 4

② 3

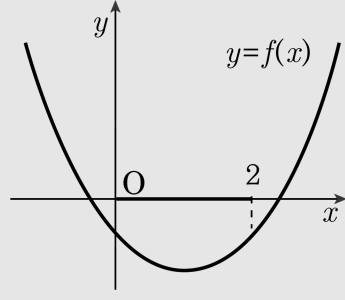
③ 2

④ 1

⑤ -1

해설

$f(x) = x^2 - ax + a^2 - 4$ 로 놓을 때
주어진 부등식의 해가 0, 2 를 포함 하려면
 $f(0) \leq 0, f(2) \leq 0$ 이어야 한다.



$$f(0) = a^2 - 4 \leq 0$$

$$\therefore -2 \leq a \leq 2 \cdots \textcircled{1}$$

$$f(2) = -2a + a^2 \leq 0$$

$$\therefore 0 \leq a \leq 2 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②의 공통 범위는 $0 \leq a \leq 2$

따라서 $M = 2, m = 0$ 이므로 $M - m = 2$

50. 이차방정식 $x^2 - (p+1)x + 2p-1 = 0$ 의 두 근 중 한 근은 -1보다 작고, 다른 한 근은 1보다 크도록 실수 p 의 범위를 정하면?

① $p > -\frac{1}{3}$

② $p > 1$

③ $-\frac{1}{3} < p < 1$

④ $p < -\frac{1}{3}$

⑤ $p < 1$

해설

$f(x) = x^2 - (p+1)x + 2p-1$ 로 놓으면

i) $f(-1) = 1 + p + 1 + 2p - 1 = 3p + 1 < 0$

$\therefore p < -\frac{1}{3}$

ii) $f(1) = 1 - p - 1 + 2p - 1 = p - 1 < 0$

$\therefore p < 1$

i) ii)에서 $p < -\frac{1}{3}$

