

1. $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)-8$ 을 인수분해하면?

① $(x^2-5x+8)(x^2+5x-2)$

② $(x^2+5x-8)(x^2-5x+2)$

③ $(x^2+5x+4)(x^2+5x+2)$

④ $(x^2+5x+8)(x^2+5x+2)$

⑤ $(x^2+5x+8)(x^2+5x-1)$

해설

$$\begin{aligned} & (x+1)(x+4)(x+2)(x+3)-8 \\ &= (x^2+5x+4)(x^2+5x+6)-8 \text{ 에서} \\ & x^2+5x=A \text{ 라 하면,} \\ & A^2+10A+16=(A+8)(A+2) \\ & \qquad \qquad \qquad = (x^2+5x+8)(x^2+5x+2) \end{aligned}$$

2. 다음 $x(x+1)(x+2)(x+3)+1$ 을 인수분해하면?

① $(x^2+3x+6)^2$ ② $(x^2+3x-1)^2$ ③ $(x^2-3x+3)^2$

④ $(x^2-5x+3)^2$ ⑤ $(x^2+3x+1)^2$

해설

$$(x^2+3x)(x^2+3x+2)+1$$

$$x^2+3x=A \text{ 라 하면}$$

$$\begin{aligned} A(A+2)+1 &= A^2+2A+1=(A+1)^2 \\ &= (x^2+3x+1)^2 \end{aligned}$$

3. 다음 식이 완전제곱식일 때, 상수 a 의 값으로 알맞은 것을 구하여라.

$(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)+a$

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 16$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x+1)(x+7)(x+3)(x+5)+a \\ &= (x^2+8x+7)(x^2+8x+15)+a\end{aligned}$$

$x^2+8x=A$ 로 치환하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (A+7)(A+15)+a \\ &= A^2+22A+105+a \\ &= (A+11)^2=(x^2+8x+11)^2\end{aligned}$$

$$11^2=105+a$$

$$\therefore a=16$$

4. $x^2 + 3x = 5$ 일 때, $x(x+1)(x+2)(x+3) - 3$ 의 값은?

① 21

② 32

③ 60

④ 96

⑤ 140

해설

$$(x^2 + 3x)(x^2 + 3x + 2) - 3 = 5(5 + 2) - 3 = 32$$

5. $(x-1)(x-3)(x-5)(x-7)+k$ 가 완전제곱식이 되도록 상수 k 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 11

⑤ 16

해설

$$\begin{aligned} & (x-1)(x-7)(x-3)(x-5)+k \\ &= (x^2-8x+7)(x^2-8x+15)+k \\ & x^2-8x=A \text{로 놓으면,} \\ & (A+7)(A+15)+k \\ &= A^2+22A+105+k=(A+11)^2 \\ & \therefore 105+k=11^2=121 \\ & \therefore k=16 \end{aligned}$$

6. $x(x+1)(x-2)(x+3)+8$ 을 인수분해하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $(x-1)(x+2)(x^2+x-4)$

해설

$$(\text{준식}) = (x^2 + x)(x^2 + x - 6) + 8$$

$x^2 + x = A$ 로 치환하면

$$A(A - 6) + 8$$

$$= A^2 - 6A + 8$$

$$= (A - 2)(A - 4)$$

$$= (x^2 + x - 2)(x^2 + x - 4)$$

$$= (x - 1)(x + 2)(x^2 + x - 4)$$

7. $6 < \sqrt{3n} < 8$ 을 만족하는 자연수 n 의 값 중 최댓값을 a , 최솟값을 b 라고 할 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a - b = 8$

해설

$$6 < \sqrt{3n} < 8 \rightarrow 36 < 3n < 64 \rightarrow 12 < n < \frac{64}{3}$$

$$\text{즉 } a = 21, b = 13 \quad \therefore a - b = 8$$

8. $-4 < -\sqrt{x} \leq -3$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수는?

- ① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개 ④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

$$3 \leq \sqrt{x} < 4$$

$$9 \leq x < 16$$

$$\therefore x = 9, 10, \dots, 15 \text{ (7 개)}$$

9. $2 < \sqrt{x-4} < 3$ 을 만족하는 정수 x 의 값은 몇 개인가?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$2 < \sqrt{x-4} < 3$$

$$x-4 \geq 0 \text{ 일 때}$$

$$4 < x-4 < 9, 8 < x < 13$$

$$x = 9, 10, 11, 12$$

$$x-4 < 0 \text{ 일 때,}$$

$$-9 < x-4 < -4, -5 < x < 0$$

$$x = -4, -3, -2, -1$$

10. 두 부등식 $2 < \sqrt{x-3} < 3$, $4 < \sqrt{2x} < 5$ 의 값을 모두 만족하는 정수 x 의 값들을 모두 합하면?

① 28

② 30

③ 32

④ 34

⑤ 36

해설

$$2 < \sqrt{x-3} < 3$$

$$4 < x-3 < 9$$

$$7 < x < 12$$

$$x = 8, 9, 10, 11$$

$$4 < \sqrt{2x} < 5$$

$$16 < 2x < 25$$

$$8 < x < 12.5$$

$$x = 9, 10, 11, 12$$

두 부등식을 동시에 만족하는 x 값은 9, 10, 11

$$\therefore 9 + 10 + 11 = 30$$

11. 자연수 x 에 대하여
 $f(x) = (\sqrt{x}$ 이하의 자연수 중 가장 큰 수) 라고 할 때, $f(90) - f(40)$
의 값은? (단, x 는 자연수이다.)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$81 < 90 < 100$ 이므로 $9 < \sqrt{90} < 10$

$\therefore f(90) = 9$

$36 < 40 < 49$ 이므로 $6 < \sqrt{40} < 7$

$\therefore f(40) = 6$

$\therefore f(90) - f(40) = 9 - 6 = 3$

12. 부등식을 만족하는 정수 x 의 개수가 가장 많은 것을 골라라.

보기

㉠ $1 < \sqrt{5-3x} < 4$

㉡ $2 < \sqrt{1-x} < \sqrt{7}$

㉢ $-1 < \sqrt{2x-3} < 2$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

해설

㉠ $1 < \sqrt{5-3x} < 4$

각 변을 제곱하면 $1 < 5-3x < 16$ 이므로

$5-3x \geq 0$ 일 때, $1 < 5-3x < 16$ 이므로 이를 만족하는 $x = -3, -2, -1, 0, 1$

$5-3x < 0$ 일 때, $1 < -5+3x < 16$ 이므로 이를 만족하는 $x = 3, 4, 5, 6$

따라서 주어진 부등식을 만족하는 정수는 모두 9 개이다.

㉡ $2 < \sqrt{1-x} < \sqrt{7}$

각 변을 제곱하면 $4 < 1-x < 7$ 이므로

$1-x \geq 0$ 일 때, $4 < 1-x < 7$ 이므로 이를 만족하는 $x = -5, -4$

$1-x < 0$ 일 때, $4 < -1+x < 7$ 이므로 이를 만족하는 $x = 6, 7$

따라서 주어진 부등식을 만족하는 정수는 모두 4 개이다.

㉢ $-1 < \sqrt{2x-3} < 2$

각 변을 제곱하면 $1 < 2x-3 < 4$ 이므로

$2x-3 \geq 0$ 일 때, $1 < 2x-3 < 4$ 이므로 이를 만족하는 $x = 3$

따라서 주어진 부등식을 만족하는 정수는 모두 2 개이다.

그러므로 답은 ㉠ 이다.

13. $\sqrt{5} < x < \sqrt{A}$ 를 만족하는 정수 x 의 개수가 2개일 때, 이 식을 성립하게 하는 정수 A 는 모두 몇 개인가?

① 8 개 ② 9 개 ③ 10 개 ④ 11 개 ⑤ 12 개

해설

$\sqrt{5} < x < \sqrt{A}$ 를 만족하는 정수 x 가 2 개가 되려면 $4 < \sqrt{A} \leq 5$ 여야 하므로 $16 < A \leq 25$
 $A = 17, 18 \cdots 23, 24, 25$ 이므로 9 개이다.

14. $0 < x < 1$, $-2 < y < -1$ 일 때, 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt{(xy)^2} + \sqrt{(x+y)^2 - 4xy} - \sqrt{(x-y)^2 + 4xy}$$

- ① $-xy$

② $2x - xy$

③ $2x + xy$
- ④ $2y - xy$

⑤ $x - xy$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{(x+y)^2 - 4xy} &= \sqrt{x^2 - 2xy + y^2} \\ &= \sqrt{(x-y)^2} \\ \sqrt{(x-y)^2 + 4xy} &= \sqrt{x^2 + 2xy + y^2} \\ &= \sqrt{(x+y)^2} \text{ 이므로}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= |xy| + |x-y| - |x+y| \\ &= -xy + x - y + x + y \\ &= 2x - xy\end{aligned}$$

15. $1 < x < 4$ 일 때, $\sqrt{x^2 - 2x + 1} - \sqrt{x^2 - 8x + 16}$ 을 간단히 하면?

① $2x - 2$

② $2x + 1$

③ $2x - 5$

④ $3x - 1$

⑤ $3x + 1$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{x^2 - 2x + 1} - \sqrt{x^2 - 8x + 16} \\ &= \sqrt{(x - 1)^2} - \sqrt{(x - 4)^2} \\ &= |x - 1| - |x - 4| \\ &= x - 1 + x - 4 = 2x - 5 \end{aligned}$$

16. $0 < x \leq 1$ 일 때, 다음 식을 만족하는 x 의 값을 구하면?

$$3\sqrt{(-x)^2} - \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4} + \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4} = 5$$

- ① -3
- ② -1
- ③ 1
- ④ 2
- ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4} &= \sqrt{x^2 - 2 + \frac{1}{x^2}} \\ &= \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2} \\ \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4} &= \sqrt{x^2 + 2 + \frac{1}{x^2}} \\ &= \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2}\end{aligned}$$

$$0 < x \leq 1, x - \frac{1}{x} \leq 0, x + \frac{1}{x} > 0 \text{ } \circlearrowleft \text{ } \text{따라서}$$

$$3\sqrt{(-x)^2} - \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4} + \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4} = 5$$

$$3x - \left\{-\left(x - \frac{1}{x}\right)\right\} + \left(x + \frac{1}{x}\right) = 5$$

$$5x = 5$$

$$\therefore x = 1$$

17. $x^2 + 5x + a = (x + b)^2$ 에서 $a - b$ 의 값은?

- ① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{15}{2}$ ③ $\frac{15}{8}$ ④ $\frac{15}{4}$ ⑤ $\frac{11}{4}$

해설

$$x^2 + 5x + a = x^2 + 2bx + b^2$$

$$2b = 5, b = \frac{5}{2}$$

$$a = b^2 = \frac{25}{4}$$

$$\therefore a - b = \frac{15}{4}$$

18. $\sqrt{x} = a - 1$ 이고, $-1 < a < 3$ 일 때, $\sqrt{x+4a} + \sqrt{x-4a+8}$ 을 간단히 하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$\sqrt{x} = a - 1$ 의 양변을 제곱하면 $x = (a - 1)^2$

$\sqrt{a^2 + 2a + 1} + \sqrt{a^2 - 6a + 9}$

$= \sqrt{(a+1)^2} + \sqrt{(a-3)^2}$

$= |a+1| + |a-3|$

$= a+1 - a+3 = 4$

19. $\sqrt{x} = a - 2$ 일 때, $\sqrt{x - 4a + 12} - \sqrt{x + 2a - 3}$ 을 간단히 하면? (단, $2 < a < 4$)

① $-2a + 5$

② $2a - 5$

③ 5

④ $-2a - 3$

⑤ $-2a + 3$

해설

$$\sqrt{x} = a - 2 \text{ 의 양변을 제곱하면 } x = a^2 - 4a + 4$$

$$\sqrt{a^2 - 8a + 16} - \sqrt{a^2 - 2a + 1}$$

$$= \sqrt{(a - 4)^2} - \sqrt{(a - 1)^2}$$

$$= |a - 4| - |a - 1|$$

$$= -a + 4 - a + 1 = -2a + 5$$