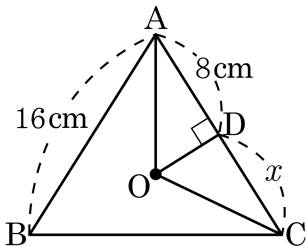


1. 다음 그림에서 점 O는 삼각형 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

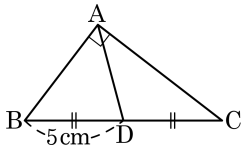
▷ 정답 : 8 cm

해설

$\triangle ADO \equiv \triangle CDO$ (RHS 합동)

$\therefore x = \overline{AD} = 8 \text{ cm}$

2. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 점 D 는 빗변의 중심이다. $\overline{BD} = \overline{DC} = 5\text{ cm}$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

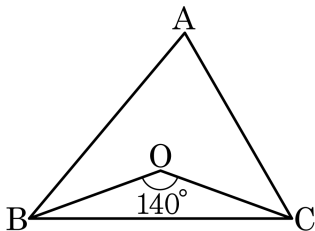
▷ 정답 : 5 cm

해설

삼각형의 외심으로부터 각 꼭짓점까지의 거리는 같다.

$$\overline{BD} = \overline{DC} = \overline{AD} = 5\text{ cm}$$

3. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다.
 $\angle BOC = 140^\circ$ 일 때, $\angle BAC$ 를 구하여라.



▶ 답 :

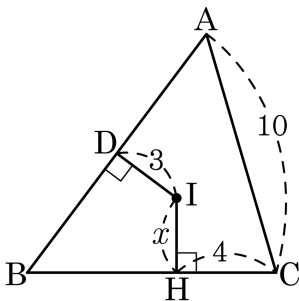
°
_

▶ 정답 : 70°

해설

$$\angle BAC = \angle BOC \times \frac{1}{2} = 140 \times \frac{1}{2} = 70^\circ$$

4. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, x 의 값을 구하여라.



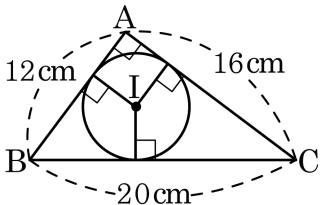
▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

삼각형의 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같으므로 $x = \overline{IH} = 3$ 이다.

5. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 의 넓이가 96cm^2 일 때, 내접원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

내접원의 중심을 I 라고 하면, $\triangle ABI$, $\triangle IBC$, $\triangle ICA$ 의 높이는 내접원의 반지름과 같다. 내접원의 반지름을 x 라 하면 $\frac{1}{2}(12 + 16 + 20)x = 96\text{cm}^2$
 $\therefore x = 4\text{cm}$

6. 다음 그림을 보고, 다음 중 크기가 같은 것끼리 묶은 것이 아닌 것은?

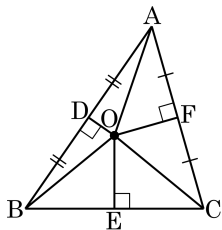
① $\overline{AO} = \overline{OC}$

② $\overline{AF} = \overline{CF}$

③ $\angle OEB = \angle OEC$

④ $\angle OBE = \angle OCE$

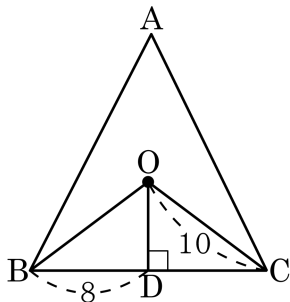
⑤ $\angle DOB = \angle FOC$



해설

$\angle DOB = \angle DOA$ 이고 $\angle FOC = \angle FOA$ 이다.

7. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. 점 O 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 할 때, $\overline{OB}$ 의 길이는?



① 6

② 7

③ 8

④ 9

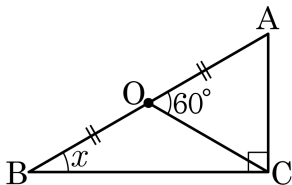
⑤ 10

해설

삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리가 같으므로 $\overline{OC} = \overline{OB}$ 이다.

따라서 $\overline{OB} = 10$ 이다.

8. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변 AB 의 중점을 O 라 하자. $\angle AOC = 60^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 10°

② 20°

③ 30°

④ 40°

⑤ 50°

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AO} = \overline{CO} = \overline{BO}$
 $\overline{BO} = \overline{CO}$ 이므로 $\triangle BOC$ 는 이등변삼각형이다.

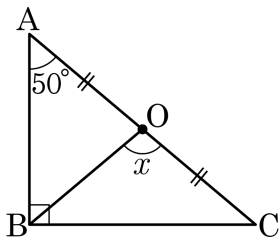
따라서 $\angle OCB = \angle B = x$

삼각형의 한 외각의 크기는 두 내각의 합과 같으므로

$$x + x = 60^\circ$$

$$\therefore x = 30^\circ$$

9. 다음 그림과 같이 $\angle B$ 가 직각인 직각삼각형 ABC 의 빗변 AC 의 중점을 O 라고 할 때, $\angle BAC = 50^\circ$ 이다. $\angle x$ 의 크기는?



① 60°

② 70°

③ 80°

④ 90°

⑤ 100°

해설

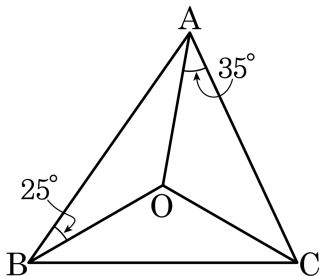
직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AO} = \overline{CO} = \overline{BO}$ 이다.
 $\overline{AO} = \overline{BO}$ 이므로 $\triangle OAB$ 는 이등변삼각형이다.

$\angle OAB = 50^\circ$ 이고, $\angle OAB = \angle OBA$

따라서 $\angle OBA = 50^\circ$ 이다.

$$x = 50^\circ + 50^\circ = 100^\circ$$

10. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle OCB$ 의 크기는?



① 20°

② 25°

③ 30°

④ 35°

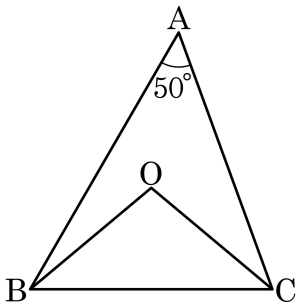
⑤ 40°

해설

$$\angle OAC + \angle OBA + \angle OCB = 90^\circ$$

$$\therefore \angle OCB = 90^\circ - 35^\circ - 25^\circ = 30^\circ$$

11. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle A = 50^\circ$ 일 때, $\angle BOC$ 의 크기를 구하면?



① 110°

② 100°

③ 105°

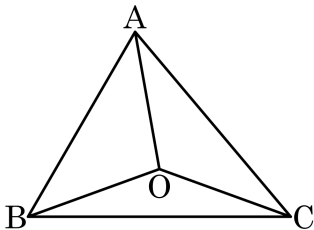
④ 95°

⑤ 115°

해설

$\angle BOC = 2 \times \angle BAC$ 이므로 $50^\circ \times 2 = 100^\circ$
 $\therefore \angle BOC = 100^\circ$

12. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 O 는 외심이고 $\angle AOB : \angle COA : \angle BOC = 5 : 6 : 7$ 일 때, $\angle ACB$ 의 크기를 구하면?



① 40°

② 50°

③ 60°

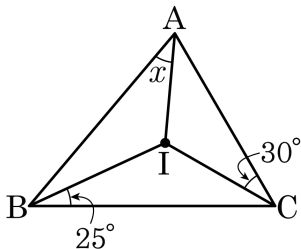
④ 70°

⑤ 80°

해설

$$\angle ACB = 360^\circ \times \frac{5}{(5+6+7)} \times \frac{1}{2} = 50^\circ$$

13. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 에서 세 각의 이등분선의 교점을 I라고 할 때, $\angle IBC = 25^\circ$, $\angle ICA = 30^\circ$ 이다. $\angle IAB$ 의 크기는?



① 20°

② 25°

③ 30°

④ 35°

⑤ 40°

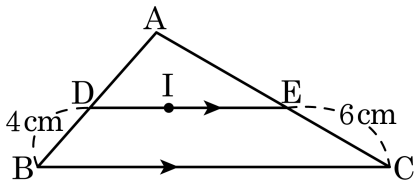
해설

점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\angle x + 30^\circ + 25^\circ = 90^\circ$$

$$\therefore \angle x = 35^\circ$$

14. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\overline{BC}$ 와 평행한 직선과 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 교점을 각각 D, E라고 한다. $\overline{BD} = 4\text{cm}$, $\overline{CE} = 6\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는?



① 8cm

② 9cm

③ 10cm

④ 11cm

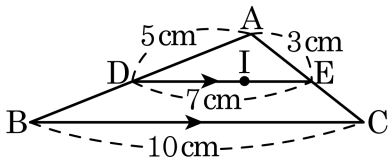
⑤ 12cm

해설

점 I가 내심이고, $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 일 때, $\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC}$
 이므로

$\overline{DE} = 4 + 6 = 10(\text{cm})$ 이다.

15. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는?



① 20cm

② 22cm

③ 24cm

④ 25cm

⑤ 26cm

해설

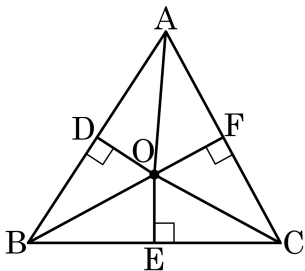
점 I가 내심이고 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 일 때,

$\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC}$ 이므로

$\overline{DB} + \overline{EC} = 7(\text{cm})$ 이다.

따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는 $\overline{AD} + \overline{AE} + \overline{DB} + \overline{EC} + \overline{BC} = 5 + 3 + 7 + 10 = 25(\text{cm})$ 이다.

16. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\triangle BEO \cong \triangle CEO$

② $\overline{AF} = \overline{CF}$

③ $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$

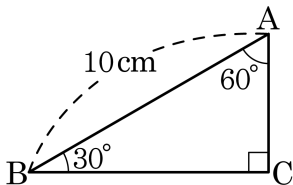
④ $\angle DAO = \angle DBO$

⑤ $\angle FOA = \angle DOA$

해설

$\angle FOA = \angle FOC$

17. 다음 그림의 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB} = 10\text{cm}$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이는?



① 3cm

② 4cm

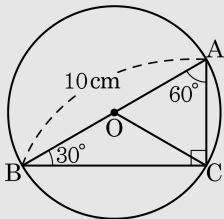
③ 5cm

④ 6cm

⑤ 7cm

해설

외심원 O를 그리면



$$\overline{OA} = \overline{OC} = \overline{OB} = 5\text{cm}$$

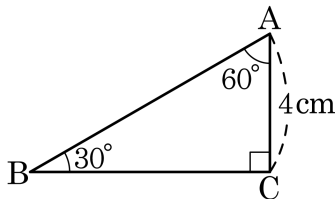
$\triangle AOC$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이고,

$\angle A = 60^\circ$ 이므로

$\triangle AOC$ 는 정삼각형이다.

$$\therefore \overline{AC} = 5(\text{cm})$$

18. 다음 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.

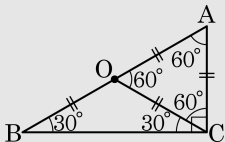


▶ 답 : cm

▷ 정답 : 8cm

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 위치하므로 외심을 $\overline{AB}$ 의 중점 O라 하면

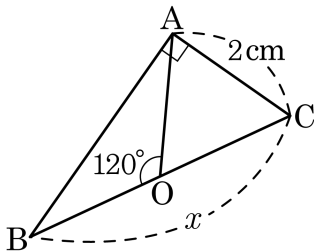


$$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC},$$

$$\angle AOC = \angle OCA = \angle A = 60^\circ$$

$$\therefore \overline{AB} = \overline{OA} + \overline{OB} = 8(\text{cm})$$

19. 다음 그림에서 점 O는 직각삼각형 ABC의 외심일 때, x 의 값은?



① 2cm

② 3cm

③ 4cm

④ 5cm

⑤ 6cm

해설

직각삼각형의 빗변의 중점인 점 O는 외심이므로 $\overline{OB} = \overline{OA} = \overline{OC}$ 이다.

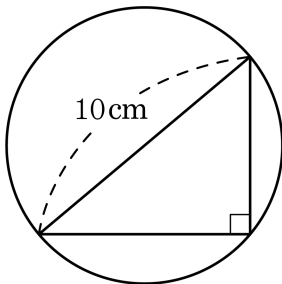
$\angle AOB = 120^\circ$ 이므로 $\angle AOC = 60^\circ (\because 180^\circ - \angle AOB)$

$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\angle AOC = 60^\circ$

$\therefore \angle AOC = \angle OCA = \angle OAC = 60^\circ$ 이므로 $\triangle AOC$ 는 정삼각형이다.

$\therefore \overline{BC} = \overline{OB} + \overline{OC} = \overline{OA} + \overline{OC} = 2 + 2 = 4(\text{cm})$

20. 다음 그림과 같이 빗변의 길이가 10cm 인 직각삼각형의 외접원의 반지름의 길이를 구하면?



① 2cm

② 3cm

③ 4cm

④ 5cm

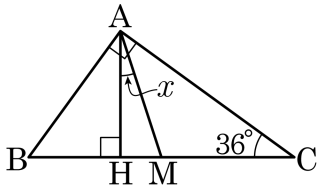
⑤ 6cm

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 있으므로 빗변의 중점이 외접원의 중심이 된다.

$$(\text{외접원의 반지름의 길이}) = \frac{(\text{빗변의 길이})}{2} = 5(\text{cm})$$

21. 다음 그림에서 점 M은 직각삼각형 ABC의 외심이고 $\angle C = 36^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



① 15°

② 18°

③ 20°

④ 22°

⑤ 25°

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AM} = \overline{CM} = \overline{BM}$
 $\overline{AM} = \overline{CM}$ 이므로 $\triangle AMC$ 은 이등변삼각형이다.

따라서 $\angle ACM = \angle CAM = 36^\circ \dots \textcircled{㉠}$

또, 삼각형의 내각의 합은 180° 이므로

$\angle ABC = 180^\circ - 90^\circ - 36^\circ = 54^\circ$ 이다.

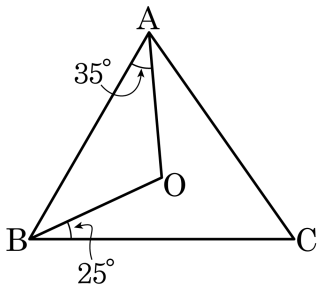
$\angle BAH = 180^\circ - \angle ABC - 90^\circ = 180^\circ - 54^\circ - 90^\circ = 36^\circ \dots \textcircled{㉡}$

$\angle A = 90^\circ$ 이고, $\angle HAM = \angle A - \angle BAH - \angle CAM$ 이므로

$\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$ 에 의해서 $\angle HAM = 90^\circ - 36^\circ - 36^\circ = 18^\circ$

따라서 $x = 18^\circ$ 이다.

22. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 O 는 외심이다. $\angle OAB = 35^\circ$, $\angle OBC = 25^\circ$ 일 때, $\angle C$ 의 크기는?



① 40°

② 45°

③ 50°

④ 55°

⑤ 60°

해설

$\angle C = \angle x$ 라 할 때, $\triangle OBC$ 가 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = \angle OCB$

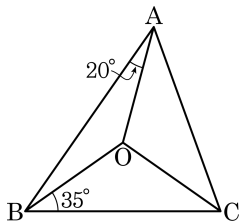
따라서 $\angle x = 25^\circ + \angle OCA$,

$\angle OAC + 35^\circ + 25^\circ = 90^\circ$

$\angle OAC = \angle OCA = 30^\circ$

$\therefore \angle x = 55^\circ$

23. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다.
 $\angle OAB = 20^\circ$, $\angle OBC = 35^\circ$ 일 때, $\angle C$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 70°

해설

$\overline{OC}$ 를 이으면

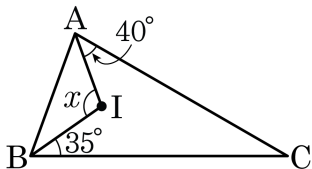
$\angle OAB + \angle OBC + \angle OCA = 90^\circ$ 이므로

$20^\circ + 35^\circ + \angle OCA = 90^\circ$, $\angle OCA = 35^\circ$

$\angle OBC = \angle OCB = 35^\circ$

$\therefore \angle C = \angle OCB + \angle OCA = 70^\circ$

24. 다음 그림에서 점 I가 삼각형의 내심일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 100°

② 105°

③ 110°

④ 115°

⑤ 120°

해설

삼각형의 내각의 합은 180° 이므로

$$\angle x = 180^\circ - (40^\circ + 35^\circ) = 105^\circ$$

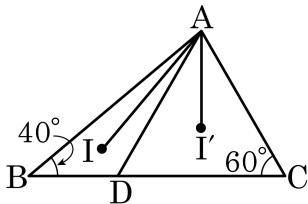
25. 민혁이는 친구들과 삼각형 모양의 종이를 가지고 최대한 큰 원으로
오려내려고 한다. 다음 중 틀린 말을 한 학생은 누구인가?

- ① 민호 : 삼각형 종이로 가장 큰 원을 만들려면 내심을
이용해야지.
- ② 지훈 : 그럼 먼저 삼각형의 세 내각의 이등분선을 그어야겠군.
- ③ 창교 : 그런 다음 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을
찾아야 해.
- ④ 지민 : 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 원의 중심으로
하고 꼭짓점까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그려야해.
- ⑤ 장수 : 원의 반지름을 찾았으면 원을 그려야해.

해설

④ 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점은 내심으로 원의 중심이
맞지만, 원의 반지름은 내심에서 한 변까지의 거리로 하여야
한다.

26. 다음 그림에서 점 I, I' 는 각각 $\triangle ABD$, $\triangle ADC$ 의 내심이다. $\angle B = 40^\circ$, $\angle C = 60^\circ$ 일 때, $\angle IAI'$ 의 크기는?



① 20°

② 30°

③ 40°

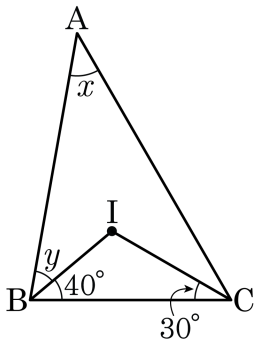
④ 50°

⑤ 60°

해설

$$\angle IAI' = \frac{1}{2}\angle A = \frac{1}{2} \times 80^\circ = 40^\circ$$

27. 다음 그림에서 점 I가 삼각형의 내심일 때, $\angle x + \angle y$ 의 값은?



① 60°

② 65°

③ 70°

④ 75°

⑤ 80°

해설

$$\angle x = 180^\circ - 2 \times (40^\circ + 30^\circ) = 40^\circ$$

$$\therefore \angle x = 40^\circ$$

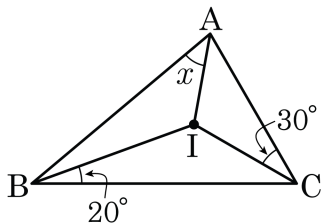
점 I가 삼각형의 내각이므로 점 I와 삼각형의 꼭짓점을 이은 선분은

각을 이등분한다.

$$\therefore \angle y = 40^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 40^\circ + 40^\circ = 80^\circ$$

28. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다, $\angle IBC = 20^\circ$ $\angle ICA = 30^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: $^\circ$

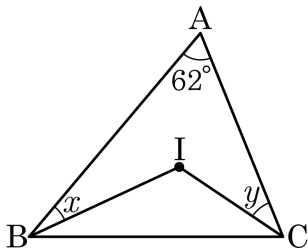
▷ 정답: 40°

해설

$$\angle x + \angle IBC + \angle ICA = 90^\circ$$

$$\therefore \angle x = 90^\circ - (20^\circ + 30^\circ) = 40^\circ$$

29. $\triangle ABC$ 에서 점 I 는 내심이다. 각 A 가 62° 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 값은?



① 59°

② 60°

③ 61.5°

④ 62°

⑤ 62.5°

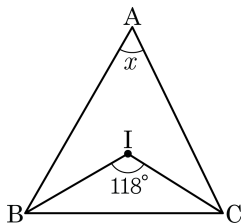
해설

$$\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A \text{ 에서 } \angle A = 121^\circ$$

$$\text{그리고 } \angle IBC + \angle ICB = 180^\circ - 121^\circ = 59^\circ \text{ 이고 } \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - 62^\circ = 118^\circ$$

$$\text{따라서 } \angle x + \angle y = 118^\circ - 59^\circ = 59^\circ$$

30. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\angle BIC = 118^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



답 :

$\underline{\hspace{1cm}}^\circ$



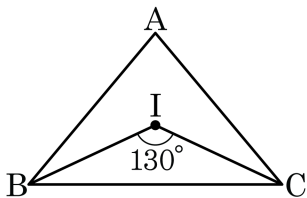
정답 : 56°

해설

$$90^\circ + \frac{1}{2}\angle x = 118^\circ$$

$$\therefore \angle x = 56^\circ$$

31. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다.



$\angle BIC = 130^\circ$ 일 때, $\angle BAC$ 의 크기를 구하여라.

▶ 답 : $\quad \quad \quad ^\circ$

▷ 정답 : 80°

해설

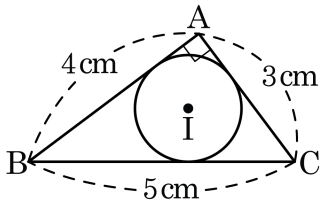
$$\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle BAC$$

$$130^\circ = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle BAC$$

$$\frac{1}{2}\angle BAC = 40^\circ$$

$$\therefore \angle BAC = 80^\circ$$

32. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 넓이가 6cm^2 일 때, 내접원의 반지름의 길이는?



- ① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

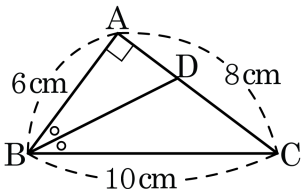
내접원의 반지름을 r 이라고 하면

$(\triangle ABC \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times r \times \triangle ABC \text{의 둘레의 길이}$ 이므로

$$6 = \frac{1}{2} \times r \times (3 + 4 + 5)$$

$$\therefore r = 1\text{cm}$$

33. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\angle B$ 의 이등분선과 $\overline{AC}$ 가 만나는 점을 D 라 하자. $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 10\text{cm}$, $\overline{AC} = 8\text{cm}$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.(단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

점 D 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하면

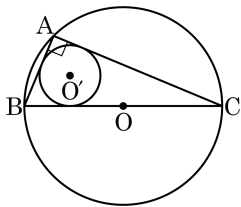
$\triangle ABD \cong \triangle EBD$ (RHA 합동) 이므로 $\overline{AD} = \overline{ED}$ 이다.

$\triangle ABC = \triangle ABD + \triangle DBC$ 이므로 $\overline{AD} = \overline{ED} = x\text{cm}$ 라 하면

$$\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = \frac{1}{2} \times 6 \times x + \frac{1}{2} \times 10 \times x \text{ 이다.}$$

따라서 $\overline{AD} = x = 3\text{cm}$ 이다.

34. 다음 그림에서 원 O, O' 는 각각 $\triangle ABC$ 의 외접원, 내접원이다. 원 O, O' 의 반지름의 길이가 각각 13cm, 4cm 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.

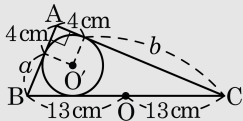


▶ 답 : cm²

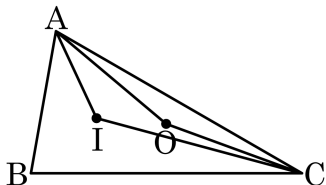
▷ 정답 : 120cm²

해설

$$\begin{aligned}
 \triangle ABC &= \frac{1}{2} \times (a+4) \times 4 + \frac{1}{2} \times (b+4) \times 4 + \frac{1}{2} \times 26 \times 4 \\
 &= 2\angle a + 8 + 2\angle b + 8 + 52 \\
 &= 2(\angle a + \angle b) + 68 \\
 &= 2 \times 26 + 68 \\
 &= 120(\text{cm}^2)
 \end{aligned}$$



35. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심, 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다.
 $\angle AOC + \angle AIC = 290^\circ$ 일 때, $\angle AIC$ 의 크기는?



① 160°

② 120°

③ 125°

④ 130°

⑤ 140°

해설

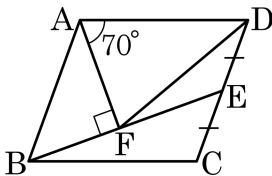
$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O일 때, $\frac{1}{2}\angle AOC = \angle B$, $\triangle ABC$ 의 내심이

점 I일 때, $\frac{1}{2}\angle B + 90^\circ = \angle AIC$ 이므로

$\angle AOC + \angle AIC = 2\angle B + \frac{1}{2}\angle B + 90^\circ = 290^\circ$ 일 때, $\angle B = 80^\circ$ 이다.

따라서 $\angle AIC = \frac{1}{2}\angle B + 90^\circ = 40^\circ + 90^\circ = 130^\circ$ 이다.

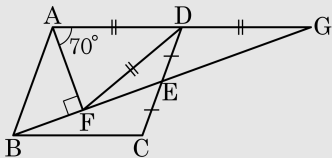
36. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 변 CD 의 중점을 E 라 하고, 점 A 에서 $\overline{BE}$ 에 내린 수선의 발을 F 라고 한다. $\angle DAF = 70^\circ$ 라고 할 때, $\angle DFE = ()^\circ$ 이다. () 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

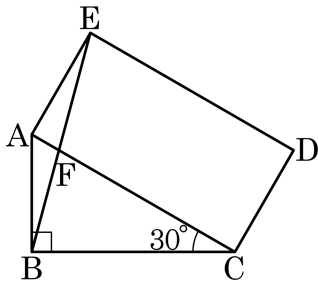
▷ 정답 : 20

해설



$\overline{AD}$ 의 연장선과 $\overline{BE}$ 의 연장선의 교점을 G 라 하면
 $\triangle BCE \equiv \triangle GDE$ (ASA 합동) 이므로 $\overline{BC} = \overline{GD}$,
 $\triangle AFG$ 는 직각삼각형이고 $\overline{AD} = \overline{BC} = \overline{GD}$ 이므로 점 D 는
 빗변 AG 의 중점이다.
 직각삼각형에서 빗변의 중점은 외심이므로 $\overline{AD} = \overline{DG} = \overline{DF}$
 $\therefore \angle DFE = 90^\circ - \angle DFA = 90^\circ - \angle DAF = 20^\circ$

37. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형이고, $\square ACDE$ 는 직사각형이다. $\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AC}$, $\angle ACB = 30^\circ$ 일 때, $\angle DEF$ 와 $\angle EFC$ 의 크기의 차를 구하여라.



▶ 답 : $\quad \quad \quad ^\circ$

▷ 정답 : 30°

해설

$\overline{AC}$ 의 중점 O 를 잡으면 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심으로 $\overline{AE} = \overline{AO} = \overline{OC} = \overline{OB}$ 이다.

$\angle BAC = 60^\circ$ 이므로

$$\angle EAB = 60^\circ + 90^\circ = 150^\circ$$

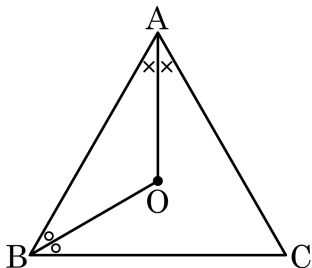
$$\angle ABE = \angle AEB = (180^\circ - 150^\circ) \div 2 = 15^\circ$$

$$\angle DEF = 90^\circ - 15^\circ = 75^\circ$$

$$\angle EFC = 90^\circ + 15^\circ = 105^\circ$$

$$\therefore \angle EFC - \angle DEF = 105^\circ - 75^\circ = 30^\circ$$

38. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 외심을 O라 하고, $\angle A + \angle B = 2\angle C$ 일 때, $\angle AOB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\hspace{1cm}}^{\circ}$

▷ 정답 : 120°

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 O이므로

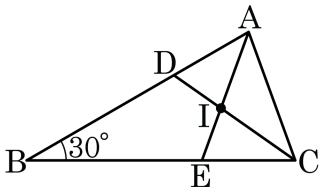
$\angle AOB = 2 \times \angle C$ 이고,

$\angle A + \angle B = 2 \times \angle C$ 이므로

$$\frac{\angle A + \angle B}{2} + \angle AOB = \angle C + 2\angle C = 180^{\circ}$$

따라서 $\angle C = 60^{\circ}$ 이므로 $\angle AOB = 120^{\circ}$ 이다.

39. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle B = 30^\circ$ 일 때, $\angle ADI + \angle CEI$ 의 크기는?



① 110°

② 123°

③ 135°

④ 148°

⑤ 160°

해설

$$\angle AIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle ABC = 105^\circ$$

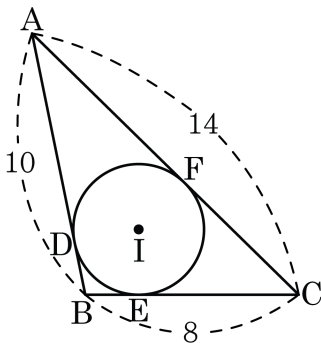
$$\angle AIC = \angle DIE = 105^\circ.$$

$$\square BEID \text{ 에서 } \angle BDI + \angle DIE + \angle IEB + \angle EBD = 360^\circ.$$

$$\angle BDI + \angle BEI = 360^\circ - 30^\circ - 105^\circ = 225^\circ.$$

$$\angle BDI + \angle IDA + \angle BEI + \angle IEC = 360^\circ, \angle ADI + \angle CEI = 360^\circ - 225^\circ = 135^\circ$$

40. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, 세 점 D, E, F는 각각 내접원과 세 변 AB, BC, AC의 접점이다. $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{AC} = 14\text{cm}$ 일 때, $\overline{EC}$ 의 길이는 얼마인가?



① 4cm

② 5cm

③ 6cm

④ 7cm

⑤ 8cm

해설

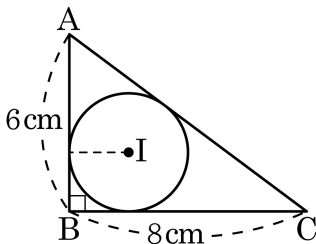
점 I가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}$, $\overline{BE} = \overline{BD}$, $\overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.

$\overline{EC} = x$ 라 하면, $\overline{EC} = \overline{CF} = x$ 이고, $\overline{BE} = 8 - x = \overline{BD}$, $\overline{AF} = 14 - x = \overline{AD}$

$\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{DB} = 14 - x + 8 - x = 10$ 이므로 $22 - 2x = 10$, $12 = 2x$ 이다.

$\therefore x = 6(\text{cm})$

41. 다음 그림에서 점 I 는 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 내심이다. 이 삼각형의 내접원의 반지름의 길이가 2cm 일 때, 빗변의 길이는?



① 9cm

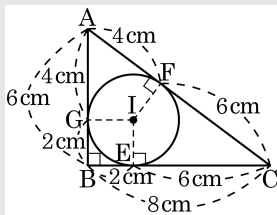
② 10cm

③ 11cm

④ 12cm

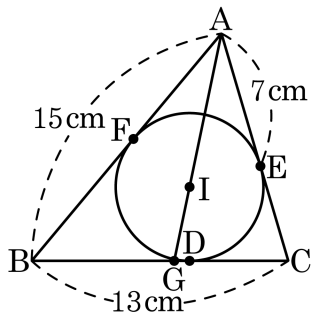
⑤ 13cm

해설



점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}$, $\overline{BE} = \overline{BD}$, $\overline{CE} = \overline{CF}$ 이다. 내심의 반지름이 2cm 이므로 $\overline{BD} = \overline{BE} = 2\text{cm}$ 이다.
 $\overline{AD} = 4\text{cm}$, $\overline{EC} = 6\text{cm}$ 이므로 빗변의 길이 $\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{FC} = 4 + 6 = 10(\text{cm})$ 이다.

42. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{AB} = 15\text{cm}$, $\overline{AE} = 7\text{cm}$, $\overline{BC} = 13\text{cm}$ 일 때, $\overline{GD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▶ 정답 : $\frac{7}{9}\text{cm}$

해설

원 밖의 한 점에서 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.

$$\overline{AE} = \overline{AF} = 7\text{cm} \text{ 이므로 } \overline{BF} = 15 - 7 = 8\text{cm}$$

$$\overline{BF} = \overline{BD} = 8\text{cm} \text{ 이므로 } \overline{DC} = 13 - 8 = 5\text{cm}$$

$$\overline{CE} = \overline{CD} = 5\text{cm}$$

$$\therefore \overline{AC} = 12\text{cm}$$

또한, $\overline{GD} = x\text{cm}$ 라 하면 $\overline{BD} = 8\text{cm}$, $\overline{DC} = 5\text{cm}$ 이므로
 $\overline{BG} = 8 - x(\text{cm})$, $\overline{GC} = x + 5(\text{cm})$

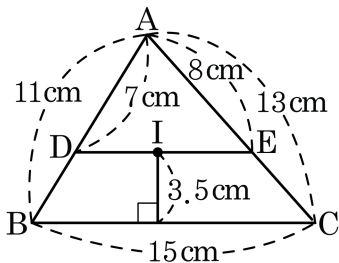
$$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BG} : \overline{GC}$$

$$15 : 12 = (8 - x) : (x + 5)$$

$$\therefore x = \frac{7}{9}$$

따라서 $\overline{GD} = \frac{7}{9}\text{cm}$ 이다.

43. 다음 그림에서 점 I 는 삼각형 ABC 의 내심이고 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 일 때, $\square DBCE$ 의 넓이는 얼마인가?



① 38cm^2

② 40cm^2

③ 42cm^2

④ 44cm^2

⑤ 46cm^2

해설

점 I 가 내심이고 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 일 때,

$$(\triangle ADE \text{ 의 둘레의 길이}) = \overline{AB} + \overline{AC}$$

따라서 $(\triangle ADE \text{ 의 둘레의 길이}) = \overline{AB} + \overline{AC} = 11 + 13 = 24(\text{cm})$ 이다.

$$\overline{AD} + \overline{AE} = 7 + 8 = 15(\text{cm}) \text{ 이므로 } \overline{DE} = 24 - 15 = 9(\text{cm}) \text{ 이다.}$$

따라서 사다리꼴 DBCE 의 넓이는

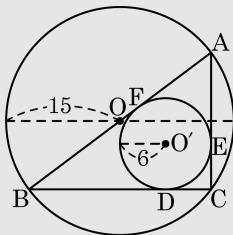
$$(9 + 15) \times 3.5 \times \frac{1}{2} = 84 \times \frac{1}{2} = 42(\text{cm}^2) \text{ 이다.}$$

44. 직각삼각형 ABC 의 외접원의 반지름이 15, 내접원의 반지름이 6 일 때, 직각삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 216

해설



위의 그림과 같을 때,

$$\overline{AE} = \overline{AF} = a \text{ 라 하면 } \overline{AC} = a + 6$$

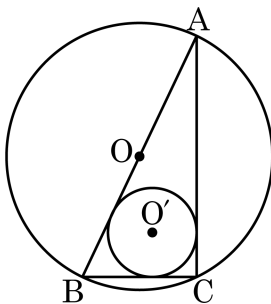
$$\overline{AB} = 2\overline{BO} = 30 \text{ 이므로}$$

$$\overline{BD} = \overline{BF} = 30 - a$$

$$\therefore \overline{BC} = \overline{BD} + \overline{DC} = (30 - a) + 6 = 36 - a$$

$$\begin{aligned} \therefore \triangle ABC &= \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}) \times 6 \\ &= \frac{1}{2} \times \{30 + (36 - a) + (a + 6)\} \times 6 \\ &= 216 \end{aligned}$$

45. 다음 그림에서 원 O 와 O' 은 각각 $\triangle ABC$ 의 외접원과 내접원이다. 외접원의 넓이가 $9\pi \text{ cm}^2$, 내접원의 넓이가 $1\pi \text{ cm}^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 구하여라.

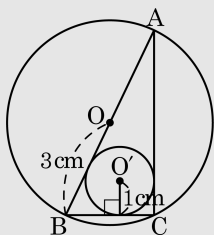


▶ 답 : cm

▷ 정답 : 14cm

해설

$\triangle ABC$ 의 외심 O 가 선분 AB 위에 있으므로 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각 삼각형이다.



그림과 같이 내심 O' 에서 $\triangle ABC$ 의 각 변에 내린 수선의 발을 각각 D , E , F 라 하자.

이 때, 두 원의 넓이를 이용하여 외접원의 반지름의 길이는 3 cm , 내접원의 반지름의 길이는 1 cm 이므로

$$\overline{CE} = \overline{CD} = 1 \text{ cm}$$

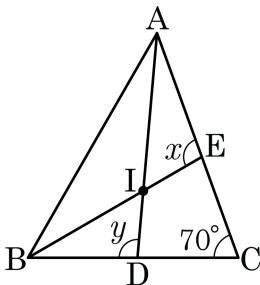
$$\overline{AE} = \overline{AF} = a \text{ cm} \text{ 라 하면 } \overline{AC} = a + 1(\text{cm})$$

$$\overline{AB} = 2\overline{BO} = 6 \text{ cm} \text{ 이므로}$$

$$\overline{BD} = \overline{BF} = 6 - a(\text{cm})$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는 $\overline{AC} + \overline{AB} + \overline{BC} = (a + 1) + 6 + (6 - a) + 1 = 14(\text{cm})$ 이다.

46. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle C = 70^\circ$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



① 175°

② 185°

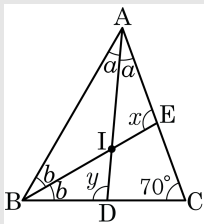
③ 195°

④ 205°

⑤ 215°

해설

오른쪽 그림과 같이



$\angle IAB = \angle IAC = \angle a$, $\angle IBA = \angle IBC = \angle b$ 라 하면

$\triangle ABC$ 에서 $2\angle a + 2\angle b + 70^\circ = 180^\circ$

$\therefore \angle a + \angle b = 55^\circ$

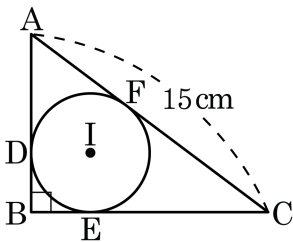
$\triangle BCE$ 에서 $\angle x = \angle b + 70^\circ$, $\triangle ADC$ 에서

$\angle y = \angle a + 70^\circ$

$\therefore \angle x + \angle y = (\angle b + 70^\circ) + (\angle a + 70^\circ)$

$= \angle a + \angle b + 140^\circ = 55^\circ + 140^\circ = 195^\circ$

47. 다음 그림에서 점 I는 직각삼각형 ABC의 내심이고, 점 D, E, F는 접점이다. $\overline{AC} = 15\text{cm}$, $\overline{AB} + \overline{BC} = 21\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 3 cm

해설

$\overline{AF} = \overline{AD} = x(\text{cm})$ 라 하면, $\overline{CF} = \overline{CE} = 15 - x(\text{cm})$

또, 내접원의 반지름의 길이를 $r\text{cm}$ 라 하면 $\square DBEI$ 가 정사각형이므로

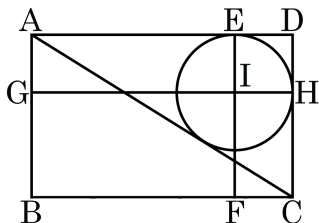
$$\overline{DB} = \overline{BE} = r(\text{cm})$$

따라서 $\overline{AB} + \overline{BC} = 21(\text{cm})$ 이므로

$$x + r + r + 15 - x = 21, \quad 2r = 6$$

$$\therefore r = 3(\text{cm})$$

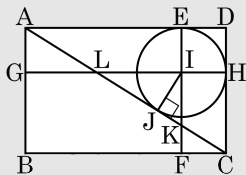
48. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 5$, $\overline{BC} = 8$ 이다. $\triangle ACD$ 의 내심 I를 지나고 변 AB, BC에 평행한 직선을 그어 $\square ABCD$ 의 네 변과 만나는 점을 각각 E, F, G, H 라 할 때, $\square GBFI$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설



점 I에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선을 받을 J라 하고 $\overline{AC}$ 와 $\overline{EF}$, $\overline{GH}$ 와의 교점을 K, L이라고 한다.

$\triangle CFK$ 와 $\triangle IJK$ 에서

$$\angle CFK = \angle IJK = 90^\circ$$

$$\angle CKF = \angle IKJ \text{ (맞꼭지각)}$$

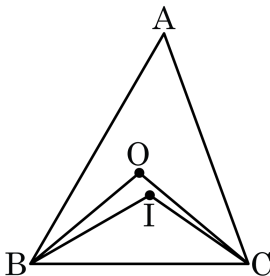
$$\overline{CF} = \overline{HI} = \overline{IJ}$$

$$\triangle CFK \equiv \triangle IJK \text{ (ASA 합동)}$$

같은 방법으로 $\triangle AGL \equiv \triangle IJL$

$$\therefore \square GBFI = \triangle ABC = \frac{1}{2} \square ABCD = \frac{1}{2} \times 5 \times 8 = 20$$

49. 그림에서 점 O 와 I 는 각각 $\triangle ABC$ 의 외심과 내심이다. $\angle BOC = 100^\circ$ 이고, $\angle A = a^\circ$, $\angle BIC = b^\circ$ 라 할 때, $b - a$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 65

해설

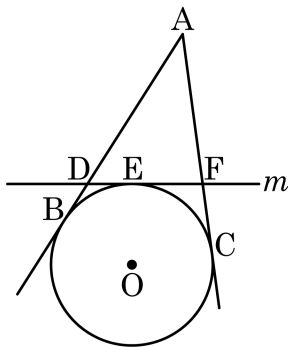
$$\angle BAC = \angle BOC \div 2 = 50^\circ = a^\circ$$

$$\angle IBC + \angle ICB = (180^\circ - 50^\circ) \div 2 = 65^\circ$$

$$\angle BIC = 115^\circ = b^\circ$$

$$\therefore b - a = 115 - 50 = 65$$

50. 다음 그림과 같이 점 A 에서 원 O 에 그은 두 접선이 원 O 와 만나는 점을 각각 B, C 라 하고, 직선 m 이 두 접선 및 원과 만나는 점을 각각 D, E, F 라고 하였다. 원 O 의 중심은 삼각형 ADF 의 방심일 때, $\overline{AC} = 15$, $\overline{AD} = 12$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

원의 외부의 한 점에서 그은 두 접선의 길이는 동일하므로
 $\overline{AC} = \overline{AB} = 15$

원 O 의 중심은 삼각형 ADF 의 방심이므로, $\overline{BD} = \overline{DE}$ 이다.
 따라서 $\overline{DE} = 15 - \overline{AD} = 15 - 12 = 3$ 이다.