

1. 다음 중 어떤 수를 5로 나누었을 때의 나머지가 될 수 없는 것은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$0 \leq (\text{나머지}) < 5$$

2. 6의 약수의 개수는?

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 6개

해설

6의 약수는 1, 2, 3, 6이다.
따라서 4개다.

3. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 10 은 10 의 약수이면서 10 의 배수이다.
- ② 모든 자연수는 자기 자신의 약수인 동시에 배수이다.
- ③ 1 은 모든 자연수의 배수이다.
- ④ 384 은 6 의 배수이다.
- ⑤ 9 는 54 의 약수이다.

해설

1 은 모든 자연수의 약수이다.

4. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $8000 = 8 + 10^3$

② $5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 7 = 5^2 \times 7^3$

③ $2^4 = 2 + 2 + 2 + 2$

④ $4 \times 4 \times 4 = 2^6$

⑤ $\frac{1}{11} \times \frac{1}{11} \times \frac{1}{11} = \frac{3}{11}$

해설

① $8000 = 8 \times 10^3$

③ $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$

④ $4 \times 4 \times 4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6$

⑤ $\frac{1}{11} \times \frac{1}{11} \times \frac{1}{11} = \left(\frac{1}{11}\right)^3$

5. 다음 중 약수가 2 개뿐인 수는?

- ① 9 ② 24 ③ 37 ④ 42 ⑤ 49

해설

약수가 2 개뿐인 수는 소수이다. 소수는 37 이다.

6. 자연수 $3^4 \times A$ 의 약수의 개수가 10 개일 때, 가장 작은 두 자리 자연수 A 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$$10 = 10 \times 1 = 5 \times 2$$

(1) $10 = 10 \times 1 = (9 + 1)$ 일 때,

$$3^4 \times A = 3^9 \quad \therefore A = 3^5$$

그러나 $3^5 = 243$ 은 두 자리 수가 아니다.

(2) $10 = 5 \times 2 = (4 + 1) \times (1 + 1)$ 일 때,

$$3^4 \times A = 3^4 \times (3^0 \text{이 아닌 소수})$$

$$\therefore A = 2, 5, 7, 11, 13, \dots$$

따라서 가장 작은 두 자리 자연수 A 는 11이다.

7. 두 자연수 A, B 의 최소공배수가 17 일 때, 다음 중 A, B 의 공배수가 아닌 것은?

① 17 ② 34 ③ 51 ④ 62 ⑤ 85

해설

두 수의 최소공배수의 배수들이 두 수의 공배수이므로, 17의 배수 17, 34, 51, 68, 85, ...가 아닌 것은 62이다.

8. 2^2 , $2^2 \times 3$, 3×5 의 공배수 중에서 200 이하인 것의 개수는?

- ① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개 ④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

세 수의 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times 5 = 60$ 이므로 200 이하의 공배수는 60, 120, 180 으로 총 3 개이다.

9. 두 자연수 $15 \times x$, $21 \times x$ 의 최소공배수가 210 일 때, x 의 값으로 옳은 것은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$15 \times x = 3 \times 5 \times x$, $21 \times x = 3 \times 7 \times x$ 의 최소공배수는 $3 \times 5 \times 7 \times x = 210$
따라서 $x = 2$ 이다.

10. 사과 58 개와 귤 104 개를 뉘 수 있는 대로 많은 학생에게 똑같이 나누어 주면, 사과는 2 개가 부족하고, 귤은 6 개가 부족하다고 한다. 이때, 학생 수를 구하여라.

▶ **답:** 명

▶ 정답 : 10명

해설

학생 수는 $58 + 2 = 60$, $104 + 6 = 110$ 의 최대공약수이므로 10 (명)

11. 360과 420의 소인수에 대하여 다음 중 옳은 것은?

- ① 360의 소인수는 2개다.
- ② 420의 소인수는 3개다.
- ③ 360과 420의 소인수 개수의 차는 1이다.
- ④ 360과 420의 공통인 소인수의 개수는 2개다.
- ⑤ 360과 420의 소인수는 같다.

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$, $420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 이므로
360의 소인수는 2, 3, 5
420의 소인수는 2, 3, 5, 7

12. 360 을 가장 작은 자연수로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이 때, 나누어야 하는 가장 작은 자연수는?

① 1 ② 5 ③ 10 ④ 15 ⑤ 20

해설

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

따라서 나누어야 하는 가장 작은 자연수는 $2 \times 5 = 10$ 이다.

13. $3^2 \times 7^a$ 의 약수의 개수가 12 개일 때, 자연수 a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$3^2 \times 7^a$ 의 약수의 개수는 $(2 + 1) \times (a + 1) = 12$ (개)
즉, $3 \times (a + 1) = 12$ 이므로 $a = 3$ 이다.

14. 10 보다 크고 20 보다 작은 자연수 중에서 6 과 서로소인 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 4 개

▷ 정답 : 4 개

해설

10 보다 크고 20 보다 작은 자연수 중에서 6 과 최대공약수가 1 인 수들을 모두 구하면
11, 13, 17, 19 의 4 개이다.
따라서 10 보다 크고 20 보다 작은 자연수 중에서 6 과 서로소인 자연수는 모두 4 개이다.

15. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 서로 다른 두 소수는 서로소이다.
- ㉡ 두 수가 서로소이면 둘 중 하나는 소수이다.
- ㉢ 공약수가 1 인 두 자연수는 서로소이다.
- ㉤ 15 이하의 자연수 중에서 7 과 서로소인 소수는 5 개이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

해설

- ㉡ 반례 : 8 과 25 는 서로소지만 둘 다 소수가 아니다.
- ㉤ 1 은 모든 두 자연수의 공약수이다.

16. $2^2 \times 3^2 \times 5^2$ 과 $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 공약수 중에서 5 의 배수인 약수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 9 개

해설

최대공약수 : $2^2 \times 3^2 \times 5$

$2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 약수 중 5 의 배수의 개수는

$2^2 \times 3^2$ 의 약수의 개수와 같다.

$\therefore (2+1) \times (2+1) = 9$ (개)

17. 소인수분해를 이용하여 세 수 24, 32, 36 의 최소공배수를 구하면?

- ① 4 ② 48 ③ 96 ④ 288 ⑤ 360

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 24} \\ 2 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 6} \\ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 32} \\ 2 \overline{) 16} \\ 2 \overline{) 8} \\ 2 \overline{) 4} \\ 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 36} \\ 2 \overline{) 18} \\ 3 \overline{) 9} \\ 3 \end{array}$$

$$\therefore 24 = 2^3 \times 3 \quad \therefore 32 = 2^5 \quad \therefore 36 = 2^2 \times 3^2$$

따라서 최소공배수는 $2^5 \times 3^2 = 288$ 이다.

18. 두 자연수 $6 \times x$, $8 \times x$ 의 최소공배수가 216 일 때, 자연수 x 의 값은?

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

$$\begin{array}{l} 6 \times x = 2 \times 3 \times x \\ 6 \times x = 2^3 \times 3 \times x \\ \hline \text{최소공배수 : } 2^3 \times 3 \times x = 216 \cdots \text{①} \\ 24 \times x = 216 \\ x = 216 \div 24 = 9 \end{array}$$

19. 자연수 n 에 대하여 $n+3$ 은 5의 배수이고 $n+5$ 는 3의 배수일 때, $n+8$ 을 15로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$n+3$ 은 5의 배수이므로
값은 2, 7, 12, 17, 22, ... 이고,
 $n+5$ 는 3의 배수이므로
값은 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, ... 이다.
그러므로 자연수 n 이 될 수 있는 수는
위 두 값의 공통부분이므로 7, 22, 37, 52, ... 이다.
 $\therefore (n+8)$ 을 15로 나눈 나머지= 0

20. 사과 60 개, 배 48 개, 귤 72 개를 하나도 빠짐없이 되도록 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 이 때, 사과는 몇 개씩 나누어 줄 수 있는가?

① 6 개 ② 5 개 ③ 4 개 ④ 3 개 ⑤ 2 개

해설

학생 수는 60, 48, 72 의 최대공약수 12 명이고,
나누어 주는 사과의 개수는 $60 \div 12 = 5$ (개)

21. 가로 길이 140cm, 세로 길이 105cm, 높이 210cm 인 직육면체를 가능한 한 가장 큰 정육면체로 가득 채우려고 한다. 이때, 사용되는 정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm, 정육면체의 개수를 b 개라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 107 ② 108 ③ 109 ④ 110 ⑤ 111

해설

만들어진 정육면체의 한 모서리의 길이는
140, 105, 210 의 최대공약수이므로
 $140 = 2^2 \times 5 \times 7$, $105 = 3 \times 5 \times 7$, $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$
최대공약수는 $5 \times 7 = 35$
 $\therefore a = 35$
정육면체의 개수는
 $(140 \div 35) \times (105 \div 35) \times (210 \div 35) = 4 \times 3 \times 6 = 72$ (개)
 $\therefore b = 72$
 $\therefore a + b = 107$

22. 현서는 3일에 한 번, 소윤이는 4일에 한 번 도서관에 간다고 한다. 9월 26일에 같이 도서관에 갔다면 현서와 소윤이는 10월 달에 도서관에서 몇 번이나 만나게 되는지 구하여라.

- ① 1번
- ② 2번
- ③ 3번
- ④ 4번
- ⑤ 5번

해설

3과 4의 최소공배수는 12이므로 9월 26일부터 12일 후인 10월 8일, 그 12일 후인 10월 20일, 그 12일 후는 11월 1일이므로, 현서와 소윤이는 10월 달에 2번 만나게 된다.

23. $\frac{35}{6}$, $\frac{10}{3}$, $\frac{5}{9}$ 의 어느 것과 곱하여도 자연수가 되는 분수 중 가장 작은 분수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{18}{5}$

해설

$$\frac{(6, 3, 9 \text{의 최소공배수})}{(35, 10, 5 \text{의 최대공약수})} = \frac{18}{5}$$

24. 13 이하의 자연수의 곱을 소인수분해 했을 때 소인수의 합을 a , 소인수의 지수의 합을 b 라 하자. 이때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$\begin{aligned} & 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 13 \\ &= 2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times (2 \times 3) \times 7 \times 2^3 \times 3^2 \\ &\quad \times (2 \times 5) \times 11 \times (2^2 \times 3) \times 13 \\ &= 2^{10} \times 3^5 \times 5^2 \times 7 \times 11 \times 13 \\ &a = 2 + 3 + 5 + 7 + 11 + 13 = 41 \\ &b = 10 + 5 + 2 + 1 + 1 + 1 = 20 \\ &\therefore a - b = 41 - 20 = 21 \end{aligned}$$

25. 자연수 a 의 약수의 개수를 $n(a)$ 로 나타낼 때, $n(240) \div n(162) \times n(x) = 20$ 을 만족시키는 자연수 x 중에서 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 48

해설

$240 = 2^4 \times 3 \times 5$, $162 = 2 \times 3^4$ 에서
 $n(240) = (4 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 20$
 $n(162) = (1 + 1) \times (4 + 1) = 10$
 $n(240) \div n(162) \times n(x) = 20$
 $20 \div 10 \times n(x) = 20$
 $\therefore n(x) = 10$
 $10 = 5 \times 2 = (4 + 1)(1 + 1)$ 이므로
가장 작은 $x = 2^4 \times 3 = 48$
 $\therefore 48$

26. 108, 135 의 최대공약수는?

① 2^2

② 3^3

③ 2^3

④ 3×5

⑤ $2^2 \times 3^2$

해설

$108 = 2^2 \times 3^3$, $135 = 3^3 \times 5$ 이므로 최대공약수는 3^3

27. 최대공약수가 $3 \times x$ 인 두 자연수의 공약수가 4 개일 때, x 의 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수는 모두 몇 개인가?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

두 수의 최대공약수는 $3 \times x$,
공약수, 즉 최대공약수의 약수가 4 개이므로
최대공약수는 $a \times b$ (단, a, b 는 소수, $a \neq b$ 이다.) 또는 a^3
풀이어야 한다.
따라서 x 가 될 수 있는 수는 2, 5, 7, 9 의 4 개이다.

28. 32와 56의 공약수의 개수를 a , 56과 42의 공약수의 개수를 b , 32와 42의 공약수의 개수를 c , 32과 56, 42의 공약수의 개수를 d 라 할 때, $a + b + c - d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

32, 56의 최대공약수는 2^3 이므로 $a = 4$ 이다.
56, 42의 최대공약수는 2×7 이므로 $b = 4$ 이다.
32, 42의 최대공약수는 2 이므로 $c = 2$ 이다.
32, 56, 42의 최대공약수는 2 이므로, $d = 2$ 이다.
따라서 $a + b + c - d = 4 + 4 + 2 - 2 = 8$ 이다.

29. 가로 10cm, 세로 18cm 인 직사각형 모양의 타일로 한 변의 길이가 1m 보다 큰 정사각형을 만들 때, 최소한 몇 장의 타일이 필요한지 구하여라.

▶ 답: 장

▶ 정답 : 180장

해설

정사각형의 한 변의 길이는 10 과 18 의 공배수 중 세 자리의 가장 작은 자연수이다. 10 과 18 의 최소공배수는 90 이고, 90 의 배수 중 세 자리의 가장 작은 수는 180 이므로 정사각형의 한 변의 길이는 180 cm 이다.

따라서 필요한 타일의 개수는 $(180 \div 10) \times (180 \div 18) = 18 \times 10 = 180$ (장)이다.

30. 두 자연수 A, B 가 $\frac{A}{2} = \frac{B}{3}$ 를 만족하고 A, B 최대공약수와 최소공배수의 곱이 150 이다. 이때, A, B 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = 10$

▷ 정답 : $B = 15$

해설

$A = 2k, B = 3k$, 두 수의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면 $A \times B = L \times G$ 이므로

$2k \times 3k = 150, k^2 = 25, k = 5$ 이다.

$\therefore A = 10, B = 15$

31. 400 보다 작은 자연수에 대하여, 5의 배수이지만 2, 3, 4의 배수는 아닌 수의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

5의 배수이지만 2, 3, 4의 배수는 아닌 수는 5의 배수이면서 2, 3의 배수가 아닌 수이다.

$$\therefore 80 - 40 - 26 + 13 = 27$$

32. 자연수 $2^a \times 3^b$ 에 24 를 곱하였더니 어떤 자연수의 제곱이 되었다. 이때, 가능한 a, b 중 가장 작은 a, b 를 올바르게 구한 것을 골라라.

- ① $a : 0, b : 0$
- ② $a : 0, b : 1$
- ③ $a : 1, b : 1$
- ④ $a : 1, b : 0$
- ⑤ $a : 2, b : 1$

해설

$2^a \times 3^b$ 이 자연수이려면 a 와 b 는 0 이상이어야 한다.
또, 어떤 자연수의 제곱이 되는 수는 소인수분해를 했을 때 모든 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서, $2^a \times 3^b$ 에 $24 = 2^3 \times 3$ 를 곱한 수가 어떤 자연수의 제곱이 되어야 하므로, $2^a \times 3^b \times 2^3 \times 3 = 2^a \times 2^3 \times 3^b \times 3 = 2^{a+3} \times 3^{b+1}$ 에서 2 의 지수인 $(a + 3)$ 과 3 의 지수인 $(b + 1)$ 이 모두 짝수여야 한다. 이를 만족하는 가장 작은 수 a, b 는 각각 1 과 1 이다.

33. 자연수 n 의 소인수들의 합을 $P(n)$ 으로 나타낸다. 예를 들어, $18 = 2 \times 3^2$ 이므로 $P(18) = 2 + 3 = 5$ 이다. 이 때, $\frac{P(x)-4}{P(x)-6} = \frac{P(30)+P(60)}{P(12)+P(24)}$ 를 만족하는 x 의 값 중 두 자리 자연수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

▷ 정답 : 45

▷ 정답 : 75

해설

$P(30) = 10, P(60) = 10, P(12) = 5, P(24) = 5$ 이므로
 $\frac{P(x)-4}{P(x)-6} = \frac{P(30)+P(60)}{P(12)+P(24)}$ 에서
 $\frac{P(x)-4}{P(x)-6} = \frac{10+10}{5+5} = 2$
 $P(x)-4 = 2P(x)-12$
 $P(x) = 8$
소인수의 합이 8 인 수는 3 과 5 만을 소인수로 가진 수이다.
 $\therefore x = 15, 45, 75$