

1. $\sqrt{72} + 2\sqrt{8} - \sqrt{50} = a\sqrt{2}$ 에서 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 5$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{6 \times 6 \times 2} + 2\sqrt{2 \times 4} - \sqrt{5 \times 5 \times 2} \\ &= 6\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = 5\sqrt{2} = a\sqrt{2} \\ &\therefore a = 5 \end{aligned}$$

2. 자연수 x 에 대하여 $\sqrt{x}$ 보다 작거나 같은 자연수의 개수를 $N(x)$ 로 나타내면 $N(1) + N(2) + N(3) + \cdots + N(x) = 42$ 가 성립되는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 17$

해설

$$N(1) + \cdots + N(3) = 1 \times 3 = 3$$

$$N(4) + \cdots + N(8) = 2 \times 5 = 10$$

$$N(9) + \cdots + N(15) = 3 \times 7 = 21$$

$$N(16) + N(17) = 4 \times 2 = 8$$

$x = 17$ 일 때, 성립

3. $f(x) = \sqrt{x-1} + \sqrt{x}$ 일 때, $\frac{1}{f(1)} + \frac{1}{f(2)} + \frac{1}{f(3)} + \cdots + \frac{1}{f(50)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $5\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{f(x)} &= \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x-1}} \\ &= \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{x-1})}{(\sqrt{x} + \sqrt{x-1})(\sqrt{x} - \sqrt{x-1})} \\ &= \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{x-1})}{x - (x-1)}\end{aligned}$$

$$\therefore \frac{1}{f(x)} = \sqrt{x} - \sqrt{x-1}$$

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식}) &= 1 - 0 + \sqrt{2} - 1 + \sqrt{3} - \sqrt{2} \\ &\quad + \cdots + \sqrt{50} - \sqrt{49} \\ &= \sqrt{50} \\ &= 5\sqrt{2}\end{aligned}$$

4. $1 < \sqrt{\frac{x}{3}} < \frac{7}{3}$ 을 만족시키는 정수 x 중에서 가장 큰 수를 a , 가장 작은 수를 b 라고 할 때, $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$3 < x < \frac{49}{3}$ 에서 $a = 16$, $b = 4$ 이다.

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{16} + \sqrt{4} = 6$$

5. $\sqrt{2}$ 의 소수 부분을 a , $\frac{1}{a}$ 의 소수 부분을 b 라 할 때, $(a+3)x - (b-3)y = 1$ 을 만족하는 유리수 x, y 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \frac{1}{6}$

▷ 정답 : $y = \frac{1}{6}$

해설

$$1 < \sqrt{2} < 2 \text{ 이므로 } a = \sqrt{2} - 1$$

$$\frac{1}{a} = \sqrt{2} + 1 \text{ 이고, } 2 < \sqrt{2} + 1 < 3 \text{ 이므로 } b = \sqrt{2} - 1$$

$(a+3)x - (b-3)y = 1$ 에 각각 대입하면

$$(\sqrt{2}+2)x - (\sqrt{2}-4)y = 1$$

$$(x-y)\sqrt{2} + (2x+4y-1) = 0$$

따라서 $x-y=0$, $2x+4y-1=0$ 을 연립하면 $x=y=\frac{1}{6}$ 이다.