

1. $\frac{4a-3b}{5} - \frac{5a-4b}{7}$ 를 간단히 하면?

① $\frac{a-b}{35}$
④ $\frac{3a-b}{35}$

② $\frac{a-2b}{35}$
⑤ $\frac{b-a}{35}$

③ $\frac{a-3b}{35}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{4a-3b}{5} - \frac{5a-4b}{7} \\ & \frac{7(4a-3b)}{35} - \frac{5(5a-4b)}{35} \\ & = \frac{28a-21b-25a+20b}{35} \\ & = \frac{3a-b}{35} \end{aligned}$$

2. $A = 2x - y$, $B = -x + 2y$ 일 때, $2A - 3B$ 를 계산한 식은?

① $x + 4y$

② $x - 8y$

③ $7x + 4y$

④ $7x - 8y$

⑤ $7x + 2y$

해설

$$\begin{aligned} 2A - 3B &= 2(2x - y) - 3(-x + 2y) \\ &= 7x - 8y \end{aligned}$$

3. 순서쌍 $(a, a+1)$ 이 $5x-2y+8=0$ 의 한 해일 때, 상수 a 의 값은?

① -3

② -2

③ -1

④ 1

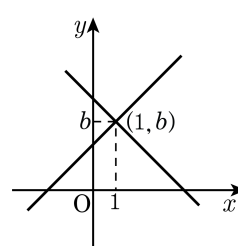
⑤ 2

해설

$x=a, y=a+1$ 을 주어진 식에 대입하면 $5a-2(a+1)+8=0$
 $3a=-6$
 $\therefore a=-2$

4. 다음 그림은 미지수가 2개인 연립방정식
- $$\begin{cases} x+y=4 \\ ax-y=-2 \end{cases}$$
- 의 해를 그래프를 이용하여 구한 것이다. 이때, $a+b$ 의 값은?

- ① 2 ② 4 ③ 6
 ④ 8 ⑤ 10



해설

$x=1, y=b$ 를 $x+y=4$ 에 대입하면 $b=3$
 $x=1, y=3$ 을 $ax-y=-2$ 에 대입하면 $a=1$
 따라서 $a+b=1+3=4$ 이다.

5. 연립방정식 $\begin{cases} 3x - 2y = a \\ y = bx - 1 \end{cases}$ 의 해가 존재하지 않을 때, a, b 의 값의 조건으로 알맞은 것은?

- ① $a \neq 2, b = \frac{3}{2}$ ② $a \neq 1, b = 3$
③ $a = 2, b = 1$ ④ $a \neq -2, b = -\frac{3}{2}$
⑤ $a = -1, b = -2$

해설

연립방정식의 해가 없어야 하므로
두 번째 식의 양변에 2를 곱하면 $2y = 2bx - 2$ 이고
이 식을 첫 번째 식에 대입하면, $3x - 2bx + 2 = a$ 이다.
그런데 이 식이 $0 \cdot x = k$ ($k \neq 0$) 꼴이 되어야 하므로
 $3 - 2b = 0, a - 2 \neq 0$ 이다.
따라서 $a \neq 2, b = \frac{3}{2}$ 이다.

6. $(x - 3y + 2)^2$ 을 전개하면?

① $x^2 + 9y^2 + 4 - 6xy + 4x - 12y$

② $x^2 + 3y^2 + 4 - 6xy + 4x - 12y$

③ $x^2 + 3y^2 + 4 + 3xy - 2x + 6y$

④ $x^2 + 9y^2 + 4 - 3xy + 2x - 6y$

⑤ $x^2 + 3y^2 + 4 - 3xy + 2x - 6y$

해설

$$x - 3y = t \text{라 하면}$$

$$(x - 3y + 2)^2 = (t + 2)^2$$

$$= t^2 + 4t + 4$$

$$= (x - 3y)^2 + 4(x - 3y) + 4$$

$$= x^2 - 6xy + 9y^2 + 4x - 12y + 4$$

7. 곱셈 공식을 이용하여 다음 수의 값을 계산할 때, 나머지 넷과 다른 공식이 적용되는 것은?

① 5.8×6.2

② 16×24

③ 51×49

④ 98×102

⑤ 27×30

해설

①, ②, ③, ④ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

⑤ $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

8. $x = -1, y = 2$ 일 때, $(30x^3y^3 - 15x^2y) \div 15x^2y - \frac{9xy^2 + 12x^2y^4}{3xy^2}$ 의 값은?

- ① -28 ② -26 ③ -12 ④ 4 ⑤ 8

해설

$$\begin{aligned} & (30x^3y^3 - 15x^2y) \div 15x^2y - \frac{9xy^2 + 12x^2y^4}{3xy^2} \\ &= 2xy^2 - 1 - 3 - 4xy^2 \\ &= -2xy^2 - 4 \\ &= -2 \times (-1) \times 4 - 4 \\ &= 8 - 4 = 4 \end{aligned}$$

9. 비례식 $(2x - 5y) : (-3x - y) = 3 : 4$ 를 x 에 관하여 풀면?

① $x = y$

② $x = 2y$

③ $x = 3y$

④ $x = 4y$

⑤ $x = 5y$

해설

$$3(-3x - y) = 4(2x - 5y)$$

$$-9x - 3y = 8x - 20y$$

$$-17x = -17y$$

$$\therefore x = y$$

10. 두 자연수 a, b 에 대하여 $a * b = 5a + 2b$ 라고 할 때, $x * 2y = 1 * 4$ 의 해를 구하여라. (단, x, y 는 자연수)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 1$

▷ 정답 : $y = 2$

해설

$$x * 2y = 5x + 4y$$

$$1 * 4 = 5 \times 1 + 2 \times 4 = 13$$

$$5x + 4y = 13$$

$$\therefore x = 1, y = 2$$

11. 연립방정식 $\begin{cases} px - qy = 3 \\ px + qy = 2 \end{cases}$ 의 해가 $\left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ 일 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 2

해설

각각의 식에 $\left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ 을 대입하면

$$\begin{cases} \frac{5}{2}p + \frac{1}{2}q = 3 \cdots \textcircled{1} \\ \frac{5}{2}p - \frac{1}{2}q = 2 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} = \frac{10}{2}p = 5$$

$$5p = 5, \quad p = 1$$

$p = 1$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$\frac{5}{2} + \frac{1}{2}q = 3, \quad q = 1$$

$$\therefore p + q = 1 + 1 = 2$$

12. 방정식 $2x - y = 2$ 를 만족하는 x, y 의 값의 비가 $2 : 3$ 일 때, $x + y$ 의 값은?

① -2 ② 1 ③ 4 ④ 7 ⑤ 10

해설

$x : y = 2 : 3$ 즉, $2y = 3x$ 에서 $y = \frac{3}{2}x$ 이므로

$y = \frac{3}{2}x$ 를 식에 대입하면 $2x - \frac{3}{2}x = 2, \frac{1}{2}x = 2$

$\therefore x = 4, y = 6$

$\therefore x + y = 10$

13. 연립방정식 $\begin{cases} ax+by=2 \\ cx-7y=8 \end{cases}$ 에 대하여 값은 옳게 풀어 $x=3, y=-2$

를 얻고, 옳은 c 를 잘못 써서 $x=-2, y=2$ 를 얻었다. a, b, c 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

연립방정식 $\begin{cases} ax+by=2\cdots\textcircled{1} \\ cx-7y=8\cdots\textcircled{2} \end{cases}$ 에 해 $x=3, y=-2$ 를 대입

하면 $3a-2b=2\cdots\textcircled{3}, 3c=-6, c=-2$

$\textcircled{1}$ 식에 $x=-2, y=2$ 를 대입하면 $-2a+2b=2\cdots\textcircled{4}$

$\textcircled{3}$ 과 $\textcircled{4}$ 를 연립하여 풀면 $a=4, b=5$

따라서 $a+b+c=4+5+(-2)=7$

14. X 가 $\frac{1}{60}, \frac{2}{60}, \frac{3}{60}, \dots, \frac{99}{60}, \frac{100}{60}$ 이고,
 Y 가 유한소수일때, X 와 Y 의 공통해에서 자연수를 제외한 수의 갯수를
구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 32 개

해설

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 이므로 k 는 3의 배수, 따라서 33개, 자연수는
아니므로 60의 배수 1개를 제외하면 32개이다.

15. x 가 1이상 50이하인 자연수일 때, $\frac{x}{105}$ 가 유한소수로 나타내어진다고 한다. 이때, x 의 값이 될 수 있는 수는 모두 몇 개인가?

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$105 = 3 \times 5 \times 7$ 이므로 x 는 21의 배수이다.
따라서 21의 배수는 21, 42의 2개다.

16. $x = \frac{2}{3}$ 일 때, $x + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}$ 의 값을 순환소수로 나타내면?

- ① $1.\dot{6}$ ② $1.0\dot{6}$ ③ $1.\dot{0}\dot{6}$ ④ $1.\dot{6}\dot{6}$ ⑤ $1.\dot{6}0\dot{6}$

해설

$$\begin{aligned}x + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} &= x + \frac{1}{\frac{x+1}{x}} \\&= x + \frac{x}{x+1}\end{aligned}$$

$$x \text{의 값을 대입하면 } \frac{2}{3} + \frac{\frac{2}{3}}{\frac{2}{3} + 1} = \frac{16}{15}$$

따라서 $x = \frac{16}{15} = 1.06666\cdots$ 이므로 순환소수로 나타내면 $1.0\dot{6}$ 이다.

17. 분수 $\frac{53}{11}$ 을 소수로 나타내었을 때, 소수점 아래 27 번째 자리의 숫자는?

- ① 2 ② 4 ③ 5 ④ 7 ⑤ 8

해설

$$\frac{53}{11} = 4.818181....$$

$27 \div 2 = 13 \cdots 1$ 이므로 소수점 아래 27 번째 자리의 수는 8 이다

18. $(2^a \times 3^b \times 5^c)^m = 2^8 \times 3^{12} \times 5^{20}$ 일 때, m 의 최댓값을 구하여라. (단, a, b, c, m 은 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$(2^a \times 3^b \times 5^c)^m = 2^8 \times 3^{12} \times 5^{20}$$

$$2^{am} \times 3^{bm} \times 5^{cm} = 2^8 \times 3^{12} \times 5^{20}$$

$$am = 8, \quad bm = 12, \quad cm = 20$$

모두 자연수의 곱이므로 8, 12, 20의 공약수가 곱해질 수 있다.

m 의 최댓값은 4이다.

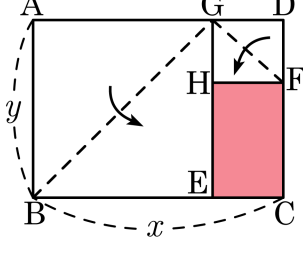
19. 두 순서쌍 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 에 대하여 $(x_1, y_1) \times (x_2, y_2) = x_1y_1 + x_1y_2 + y_1x_2 + x_2y_2$ 로 정의한다. 이때, $(x, -2y) \times (2x, 5y)$ 를 간단히 하면?

- ① xy ② $3xy$ ③ $5xy$ ④ $7xy$ ⑤ $9xy$

해설

$$\begin{aligned} & x \times (-2y) + x \times 5y + 2x \times (-2y) + 2x \times 5y \\ &= -2xy + 5xy - 4xy + 10xy \\ &= 9xy \end{aligned}$$

20. 가로 길이가 $x\text{cm}$, 세로 길이가 $y\text{cm}$ ($x > y$)인 직사각형 ABCD를 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 $\overline{EB}$ 에, $\overline{GD}$ 를 $\overline{GH}$ 에 겹치도록 접었을 때 생기는 사각형 HECF의 넓이를 나타내는 식을 구하면?



- ① $(-x^2 + 2y^2)\text{cm}^2$ ② $(-x^2 - 2y^2)\text{cm}^2$
 ③ $(-x^2 + 3xy - 2y^2)\text{cm}^2$ ④ $(-x^2 + 6xy - 2y^2)\text{cm}^2$
 ⑤ $(-x^2 + 9xy - 2y^2)\text{cm}^2$

해설

$\overline{AB}$ 를 $\overline{EB}$ 에, $\overline{GD}$ 를 $\overline{GH}$ 에 겹치도록 접었다는 것은 $\square ABEG$ 와 $\square GHFD$ 가 정사각형이라는 뜻이다.
 $\overline{GD}$ 의 길이는 $x - y$ 이고, $\square GHFD$ 이 정사각형이므로 $\overline{GH}$ 길이도 $x - y$ 이다.
 따라서 $\overline{HE}$ 의 길이는 $y - (x - y) = -x + 2y$ 이다.
 사각형 HECF의 넓이는 $(x - y)(-x + 2y) = -x^2 + 3xy - 2y^2$ 이 된다.

21. x, y 에 관한 두 일차방정식 $y = ax + 5$ 와 $bx + y = -c$ 의 해가 $(-1, 2)$ 일 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a^2 - b + c$ 의 값은?

① 4

② 7

③ 9

④ 12

⑤ 13

해설

$(-1, 2)$ 를 $y = ax + 5$ 에 대입하면 $2 = -a + 5$, 따라서 $a = 3$ 이고,

$(-1, 2)$ 를 $bx + y = -c$ 에 대입하면 $-b + 2 = -c$, 따라서 $b - c = 2$ 가 된다.

$$\therefore a^2 - b + c = a^2 - (b - c) = 9 - 2 = 7$$

22. 다음 연립방정식을 만족하는 x, y 의 값이 서로 같을 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 3(2x - 3y) = 5 + 3x - y \\ 2(x + 1) = ky \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{cases} 3(2x - 3y) = 5 + 3x - y \\ y = x \end{cases} \quad \text{을 정리하면}$$

$$\text{즉 } \begin{cases} 3x - 8y = 5 & \cdots \textcircled{A} \\ y = x & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

$\textcircled{B}$ 을 $\textcircled{A}$ 에 대입하면 $3x - 8x = 5$

$\therefore x = -1$

$x = -1$ 을 $\textcircled{B}$ 에 대입하면 $y = -1$

$x = -1, y = -1$ 을 $2(x + 1) = ky$ 에 대입하면

$$2(-1 + 1) = -k$$

$\therefore k = 0$

23. 분수 $\frac{a}{440}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 되고, 기약분수로 고치면 $\frac{1}{b}$ 이 된다. 이때, a 의 값은 모두 몇 개인가? (단, $b > 1$)

- ① 4
- ② 5
- ③ 6
- ④ 7
- ⑤ 8

해설

$\frac{a}{2^3 \times 5 \times 11}$ 가 유한소수가 되려면 a 의 값은 11 의 배수가 되어야 한다. 또한 기약분수로 고쳤을 때 분자의 값이 1 이 되어야 하므로 a 의 값은 분모의 인수 11 의 값을 반드시 포함하되 2와 5 를 적절히 조합하여야 한다. 따라서 가능한 a 의 값은 11, 2×11 , $2^2 \times 11$, $2^3 \times 11$, 5×11 , $2 \times 5 \times 11$, $2^2 \times 5 \times 11$ 의 총 7 개다. ($b > 1$ 이므로 $2^3 \times 5 \times 11$ 은 해당되지 않는다.)

24. 서로 다른 한 자리 자연수 a, b, c, d 에 대하여 기약분수 $\frac{a}{b} = 0.cd\dot{}$ 일

때, a, b, c, d 의 값을 각각 구하여라.(단, $\frac{a}{b}$ 는 유한소수가 아니다.)

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 5$

▷ 정답 : $b = 6$

▷ 정답 : $c = 8$

▷ 정답 : $d = 3$

해설

$0.cd\dot{}$ 를 분수로 고치면 분모가 90 이므로 b 는 90 의 약수 중 한 자리인 2, 3, 5, 6, 9 이다.

그런데 $\frac{a}{b}$ 는 유한소수가 아니므로 2, 5 는 만족하지 않는다.

또한 분모가 3, 9 이면 $0.\dot{x}$ 의 꼴이어야 하므로 만족하지 않는다.

$\therefore b = 6$

$\frac{a}{b} = 0.cd\dot{} < 1$ 이므로 $a < b$

$b = 6$ 일 때, $a = 1, 2, 3, 4, 5$ 이고, a 와 b 는 서로소이어야 하므로 $a = 1, 5$ 이다.

$a = 1$ 일 때, $\frac{a}{b} = \frac{1}{6} = 0.1\dot{6} = 0.cd\dot{}$ 에서 $a = c, b = d$ 이므로 성립하지 않는다.

$a = 5$ 일 때, $\frac{a}{b} = \frac{5}{6} = 0.8\dot{3} = 0.cd\dot{}$ 에서 a, b, c, d 는 모두 다른 수이므로 성립한다.

따라서 $a = 5, b = 6, c = 8, d = 3$ 이다.

25. $20^a = 4$, $20^b = 3$ 일 때, $5^{\frac{a+b}{1-a}}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$5 = \frac{20}{4} = \frac{20}{20^a} = 20^{1-a}$$

$$5^{\frac{a+b}{1-a}} = (20^{1-a})^{\frac{a+b}{1-a}} = 20^{a+b} = 20^a \times 20^b = 4 \times 3 = 12$$

26. 음이 아닌 수 a, b 에 대하여 $2^a + 2^b \leq 1 + 2^{a+b}$ (단, 등호는 $a = 0$ 또는 $b = 0$ 일 때 성립)이 성립한다. $a + b + c = 4$ 일 때, $2^a + 2^b + 2^c$ 의 최댓값을 구하여라. (단, $c \geq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$2^a + 2^b + 2^c \leq 1 + 2^{a+b} + 2^c$ (단, 등호는 $a = 0$ 또는 $b = 0$ 일 때 성립)

$2^a + 2^b + 2^c \leq 1 + (1 + 2^{a+b+c})$ (단, 등호는 $a + b = 0$ 또는 $c = 0$ 일 때 성립)

$2^a + 2^b + 2^c \leq 1 + (1 + 2^4)$

$2^a + 2^b + 2^c \leq 18$

따라서 최댓값은 18 ($a = 0, b = 0$ 또는 $b = 0, c = 0$ 또는 $c = 0, a = 0$ 일 때)

27. 10^9 이 n 자리 자연수일 때, $\frac{3^n \times (2^n + 2^{n+1} + 2^{n+2}) \times 25^n}{(3^{n+2} - 6 \cdot 3^{n-1}) \times 5^n}$ 은 몇 자리 자연수인지 구하여라.

▶ 답 : 자리

▷ 정답 : 11 자리

해설

$$\frac{3^n \times (2^n + 2^{n+1} + 2^{n+2}) \times 25^n}{(3^{n+2} - 6 \cdot 3^{n-1}) \times 5^n} = \frac{3^n \times 2^n (1 + 2 + 2^2) \times (5^n)^2}{3^n (3^2 - 6 \cdot 3^{-1}) \times 5^n}$$

$$\frac{3^n \times 2^n \times 7 \times (5^n)^2}{3^n \times 7 \times 5^n} = 2^n 5^n = 10^n$$

10^9 은 10 자리의 자연수이므로 $\therefore n = 10$

따라서 $10^n = 10^{10}$ 은 11 자리의 자연수이다.

28. 밑면의 반지름의 길이가 r 이고, 높이가 h 인 원뿔이 있다. 이 원뿔의 밑면의 반지름은 10% 늘리고, 높이는 10% 줄이면 부피는 원래 부피보다 몇 % 변화하는지 구하여라.

▶ 답 : %

▷ 정답 : 8.9 %

해설

(처음 원뿔의 부피) $= \frac{1}{3} \times \pi r^2 \times h = \frac{1}{3} \pi r^2 h$
(변화된 원뿔의 부피)
 $= \frac{1}{3} \times \pi \left(\frac{110}{100} \times r \right)^2 \times \left(\frac{90}{100} \times h \right)$
 $= \frac{1}{3} \times \frac{11^2}{10^2} \times \frac{9}{10} \times \pi r^2 h$
 $= \frac{1089}{1000} \times \left(\frac{1}{3} \pi r^2 h \right)$
변화된 원뿔의 부피는 처음 원뿔의 부피의 $\frac{1089}{1000}$ 배이므로 변화된 부피는
 $\left(\frac{1089}{1000} - 1 \right) \times 100 = 8.9(\%)$ 이다.

29. 네 개의 수 a, b, c, d 에 대하여 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = ad - bc$ 로 정의한다.

$A = x + 1, B = -2x + 3$ 이고, $\begin{pmatrix} A & B \\ B & A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B & pA \\ A & -qB \end{pmatrix}$ 일 때, 상수 p, q 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $p = -1$

▷ 정답 : $q = 1$

해설

$$\begin{pmatrix} A & B \\ B & A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B & pA \\ A & -qB \end{pmatrix}$$
$$A^2 - B^2 = -qB^2 - pA^2$$
$$(1 + p)A^2 = (1 - q)B^2$$
$$A = x + 1, B = -2x + 3 \text{ 이므로}$$
$$(1 + p)(x + 1)^2 = (1 - q)(-2x + 3)^2 \text{ 이다.}$$
$$(1 + p)x^2 + (2 + 2p)x + (p + 1)$$
$$= (4 - 4q)x^2 + (-12 + 12q)x + (9 - 9q)$$
$$1 + p = 4 - 4q \Rightarrow p = 3 - 4q \cdots \textcircled{\tiny 1}$$
$$2 + 2p = -12 + 12q \Rightarrow 2p - 12q = -14$$
$$\Rightarrow p - 6q = -7 \cdots \textcircled{\tiny 2}$$
$$p + 1 = 9 - 9q \Rightarrow p + 9q = 8 \cdots \textcircled{\tiny 3}$$
$$\textcircled{\tiny 1}, \textcircled{\tiny 2}, \textcircled{\tiny 3} \text{ 어떤 식에 대입해도 상관없으므로 } \textcircled{\tiny 1} \text{식을 } \textcircled{\tiny 2} \text{식에 대입하면}$$
$$3 - 4q - 6q = -7, q = 1 \cdots \textcircled{\tiny 4}$$
$$\textcircled{\tiny 4} \text{를 } \textcircled{\tiny 1} \text{식에 대입하면}$$
$$p = 3 - 4 \times 1 = -1 \text{ 따라서 } p = -1, q = 1$$

30. 연립방정식 $\begin{cases} 2x + 3y = 2 \\ ax - by = 4 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때, 일차방정식

$y = ax + b$ 는 점 $(0, p)$, $(q, 0)$ 을 지난다고 한다. $p + q$ 의 값은?

- ① $-\frac{3}{2}$ ② $-\frac{5}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $-\frac{9}{2}$

해설

$$\begin{cases} 2x + 3y = 2 \\ ax - by = 4 \end{cases} \quad \text{에서} \quad \frac{2}{a} = \frac{3}{-b} = \frac{2}{4}$$

$$\frac{2}{a} = \frac{2}{4}$$

$$\therefore a = 4$$

$$\frac{3}{-b} = \frac{2}{4}, \quad 12 = -2b$$

$$\therefore b = -6$$

$$\therefore y = 4x - 6$$

$$x = 0 \text{ 일 때, } y = -6 \text{ 이므로 } p = -6$$

$$y = 0 \text{ 일 때, } x = \frac{3}{2} \text{ 이므로 } q = \frac{3}{2}$$

$$\therefore p + q = -\frac{9}{2}$$