

1. 곱셈 공식을 이용하여 $\frac{1003 \times 1005 + 1}{1004}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1004

해설

$$\frac{(1004 - 1)(1004 + 1) + 1}{1004} = \frac{1004^2 - 1 + 1}{1004} = 1004$$

2. 다음 식을 곱셈 공식을 이용하여 계산할 때, 이용되는 곱셈 공식과 계산 결과를 구하여라.

$$\frac{456^2 - 321^2}{777}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $(x - y)(x + y) = x^2 - y^2$

▷ 정답 : 135

해설

$$(x - y)(x + y) = x^2 - y^2$$
$$\frac{(456 + 321)(456 - 321)}{777} = \frac{777 \times 135}{777} = 135$$

3. 곱셈 공식을 이용하여 다음을 계산하면?

311×311−310×312−2

- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} a &= 311 \text{ 이라 하면,} \\ 311 \times 311 - 310 \times 312 - 2 \\ &= a \times a - (a - 1) \times (a + 1) - 2 \\ &= a^2 - (a^2 - 1) - 2 \\ &= a^2 - a^2 + 1 - 2 = -1 \end{aligned}$$

4. 다음 중 옳은 것은?

① $a \div (b \times c) = \frac{ab}{c}$
③ $(a \div b) \div c = \frac{ac}{b}$
⑤ $a \div (b \div c) = \frac{ab}{c}$

② $a \times (b \div c) = \frac{ab}{c}$
④ $(a \div b) \times c = \frac{bc}{a}$

해설

① $a \div (b \times c) = \frac{a}{bc}$
③ $(a \div b) \div c = \frac{a}{bc}$
④ $(a \div b) \times c = \frac{ac}{b}$
⑤ $a \div (b \div c) = \frac{ac}{b}$

5. $(9x^2y - 6xy^3) \div \square = 3xy$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 식을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3x - 2y^2$

해설

$$\begin{aligned} 3xy \times \square &= 9x^2y - 6xy^3 \\ \square &= (9x^2y - 6xy^3) \div 3xy \\ &= 3x - 2y^2 \end{aligned}$$

6. $(a^2b - a^2) \div a - 2(ab^2 + 6b^2) \div b$ 를 간단히 했을 때, ab 의 계수를 x , a 의 계수를 y 라 할 때, $3x - y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= ab - a - 2ab - 12b \\ &= -a - ab - 12b\end{aligned}$$

$$\therefore 3x - y = 3 \times (-1) - (-1) = -2$$

7. $x^7 \div \square \div x = x^2$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 식은?

① x^3

② x^4

③ x^5

④ x^6

⑤ x^7

해설

$\square$ 를 x^a 라고 하면 $7 - a - 1 = 2$, $a = 4$ 이다.

8. $(a^5 \div a^2) \div a^{\square} = 1$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$a^{5-2-\square} = a^0$$

$$3 - \square = 0$$

$$\therefore \square = 3$$

9. 다음 중 $a^5 \div a^2 \div a$ 과 계산 결과가 같은 것은?

- ① $a^5 \div (a^2 \div a)$ ② $a^5 \div (a^2 \times a)$ ③ $a^5 \times (a^2 \div a)$
④ $a^5 \div a^2 \times a$ ⑤ $a^5 \times a^2 \div a$

해설

$a^5 \div a^2 \div a = a^{5-2-1} = a^2$ 이므로 $a^5 \div (a^2 \times a)$ 이다.

10. 다음 안에 알맞은 수를 써넣어라.
 $(x^2)^{\square} \div x^3 = x^7$

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$x^{2 \times \square - 3} = x^7$$

$$2 \times \square - 3 = 7$$

따라서 $\square = 5$ 이다.

11. $(x^5)^4 \div (x^3)^4 \div (x^2)^2$ 을 간단히 하면?

① x^3

② x^4

③ x^5

④ x^6

⑤ x^7

해설

$$x^{20} \div x^{12} \div x^4 = x^{20-12-4} = x^4$$

12. $81^2 \div 9^5$ 을 간단히 하면?

① 3

② 3^2

③ $\frac{1}{3}$

④ $\frac{1}{3^2}$

⑤ $\frac{1}{3^3}$

해설

$$(3^4)^2 \div (3^2)^5 = 3^{8-10} = \frac{1}{3^2}$$

13. $2^{13} \times 5^{15}$ 이 n 자리의 자연수일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\begin{aligned} 2^{13} \times 5^{15} &= 2^{13} \times 5^{13} \times 5^2 \\ &= (2 \times 5)^{13} \times 5^2 \\ &= 25 \times 10^{13} \end{aligned}$$

따라서 15 자리의 수이므로 $n = 15$ 이다.

14. $2^8 \times 3^2 \times 5^{11}$ 이 n 자리의 자연수일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\begin{aligned} 2^8 \times 3^2 \times 5^{11} &= 3^2 \times 5^3 \times (2 \times 5)^8 \\ &= 1125 \times 10^8 \end{aligned}$$

따라서 12 자리의 자연수이다.

15. $a = 4^5$, $b = 5^{10} + 5$ 일 때, $a \times b$ 는 n 자리의 자연수이다. 이 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$4^5(5^{10} + 5) = 2^{10} \times 5^{10} + 2^{10} \times 5 = (2 \times 5)^{10} + (2 \times 5) \times 2^9$
따라서 n 은 11 자리의 자연수이다.

16. 자연수 x, y 에 대하여 $f(xy) = f(x) + f(y)$ 를 만족하는 함수 f 가 있다. $f(2) = a, f(3) = b, f(5) = c$ 이고, $f(k) = 3a + 2b + c$ 일 때, 자연수 k 의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 24 개

해설

$f(k) = 3a + 2b + c$ 에서

$$f(k) = 3f(2) + 2f(3) + f(5) = f(2) + f(2) + f(2) + f(3) + f(3) + f(5)$$

$$\frac{f(3) + f(3)}{f(3) + f(3)}$$

$$f(xy) = f(x) + f(y) \quad \circ | \text{므로}$$

$$f(k) \equiv f(2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5) \equiv f(2^3 \times 3^2 \times 5)$$

$$f(k) = f(2 \times 2 \times 2 \times \dots)$$

$\therefore k = 2^3 \times 3^2 \times 5$
따라서 k 의 약수의 개수는 $4 \times 3 \times 2 = 24$ (개)이다.

17. 등식 $x^{3x} = x^{2x+4}$ 가 성립하는 자연수 x 의 값을 구하여 모두 합하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x^{3x} = x^{2x+4}$ 에서

(1) 밑이 같으면 지수가 같아야 등호가 성립하므로 $3x = 2x + 4$, $\therefore x = 4$

(2) 1 의 거듭제곱은 지수와 관계없이 항상 1 이므로 등호가 성립한다.

즉, $x = 1$ 일 때, $1^3 = 1^6$ 이므로 항상 성립한다. $\therefore x = 1$

따라서 주어진 식을 만족하는 x 의 값을 모두 더하면 $4 + 1 = 5$ 이다.

18. $N = 3^n$ 일 때, $M(N) = n$ 이라 정의한다. a 는 자연수일 때, $M(3^{2a+1} \div 3^{2a}) = M(3^a)$ 를 만족하는 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$N = 3^n$ 이므로 $M(3^n) = n$ 이다.

$$M(3^{2a+1} \div 3^{2a}) = M(3^a)$$

$$M(3^{2a+1-2a}) = M(3^a)$$

$$M(3) = M(3^a)$$

$$\therefore a = 1$$

19. 단항식 $x \times (x^3)^4 \times x^3$ 을 계산하면?

① x^{14}

② x^{15}

③ x^{16}

④ x^{17}

⑤ x^{18}

해설

$$x \times (x^3)^4 \times x^3 = x^{1+12+3} = x^{16}$$

20. $(x^2y)^3 \times 2xy^4 \times (-2xy^2)^2$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $8x^9y^{11}$

해설

$$x^6y^3 \times 2xy^4 \times 4x^2y^4 = 8x^9y^{11}$$

21. $a^3x^2y^3 \times (-xy)^b = -8x^cy^6$ 일 때, 자연수 a, b, c 에 대하여 $ab - 2c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned} a^3x^2y^3 \times (-xy)^b &= a^3 \times (-1)^b \times x^{2+b} \times y^{3+b} \\ &= -8x^cy^6 \end{aligned}$$

$$a^3 \times (-1)^b = -8, 2 + b = c, 3 + b = 6 \text{ 이므로}$$

$$\therefore a = 2, b = 3, c = 5$$

$$\therefore ab - 2c = 2 \times 3 - 2 \times 5 = -4$$

22. 다음 중 계산 결과가 옳은 것을 모두 고르면?

① $6a^3 \div 2ab = \frac{3a^3}{b}$

③ $(x^2)^3 \div (-2x^2)^3 = -\frac{1}{6}$

⑤ $(-x^2y)^3 \div (2xy^3) = -\frac{x^5}{3}$

② $\frac{1}{3}x^3y \div \frac{1}{9}x^2y^2 = \frac{3x}{y}$

④ $(-x^2y)^2 \div \left(\frac{1}{3}xy\right) = 3x^3y$

해설

① $6a^3 \div 2ab = \frac{3a^2}{b}$

③ $(x^2)^3 \div (-2x^2)^3 = -\frac{1}{8}$

⑤ $(-x^2y)^3 \div (2xy^3) = -\frac{x^5}{2}$

23. $a^{13}b^9 \div (a^xb^3)^2 = a^3b^y$ 일 때, $x \times y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\begin{aligned} a^{13}b^9 \div a^{2x}b^6 &= a^3b^y \\ 13 - 2x &= 3 \quad \therefore x = 5 \\ 9 - 6 &= y \quad \therefore y = 3 \\ \therefore x \times y &= 15 \end{aligned}$$

24. $(a^2b^x)^3 \div a^yb^3 = a^5b^9$ 일 때, $x+y$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$(a^2b^x)^3 \div a^yb^3 = a^5b^9$$

$$a^{6-y}b^{3x-3} = a^5b^9$$

$$6-y=5 \quad \therefore y=1$$

$$3x-3=9 \quad \therefore x=4$$

$$\therefore x+y=5$$

25. $(-3x+4)(5x-6) = ax^2+bx+c$ 일 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a+b-c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 47

해설

$$\begin{aligned} & (-3x+4)(5x-6) \\ &= \{(-3) \times 5\} x^2 + \{(-3 \times -6) + (4 \times 5)\} x + 4 \times (-6) \\ &= -15x^2 + 38x - 24 \\ &= ax^2 + bx + c \end{aligned}$$

따라서 $a = -15, b = 38, c = -24$ 이므로 $a + b - c = 47$ 이다.

26. $(ax+5)(2x+b)=8x^2+cx-15$ 일 때, 상수 a, b, c 의 합 $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$2ax^2 + (ab + 10)x + 5b$$

$$2a = 8 \Rightarrow a = 4$$

$$5b = -15 \Rightarrow b = -3$$

$$ab + 10 = c \Rightarrow c = -2$$

$$\therefore a + b + c = -1$$

27. $\left(3x - \frac{1}{4}\right)\left(-5x + \frac{1}{2}\right)$ 을 전개하였을 때, x 의 계수와 상수항의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{21}{8}$

해설

$$\begin{aligned} & \left(3x - \frac{1}{4}\right)\left(-5x + \frac{1}{2}\right) && \text{따라서 } x \text{ 의 계} \\ &= 3 \times (-5)x^2 \\ &+ \left\{\left(3 \times \frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{1}{4}\right) \times (-5)\right\}x + \left(-\frac{1}{4}\right) \times \frac{1}{2} \\ &= -15x^2 + \frac{11}{4}x - \frac{1}{8} \end{aligned}$$

수는 $\frac{11}{4}$, 상수항은 $-\frac{1}{8}$ 이고, 둘의 합은 $\frac{21}{8}$ 이다.

28. $(x-4)(x-3)(x+2)(x+3)$ 의 전개식에서 x^2 의 계수와 상수항의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 55

해설

$(x-4)(x-3)(x+2)(x+3)$
 $= \{(x-4)(x+3)\}\{(x-3)(x+2)\}$
 $= (x^2-x-12)(x^2-x-6)$
 x^2 이 나오는 항은 $-6x^2+x^2-12x^2=-17x^2$ 이다.
따라서 x^2 의 계수는 -17 이고 상수항은 72 이므로 x^2 의 계수와 상수항의 합은 $-17+72=55$ 이다.

29. $x(x+1)(x-2)(x-3)$ 의 전개식에서 x^2 의 계수와 상수항의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned} & x(x+1)(x-2)(x-3) \\ &= \{x(x-2)\}\{(x+1)(x-3)\} \\ &= (x^2-2x)(x^2-2x-3) \\ &= -3x^2+4x^2=x^2 \text{ 이므로 } x^2 \text{의 계수는 1이고 상수항은 0이다.} \\ &\therefore 1+0=1 \end{aligned}$$

30. $(x-1)(x-2)(x+2)(x+3) = Ax^4 + Bx^3 + Cx^2 + Dx + E$ 일 때,
 $A+B+C+D+E$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned} & (x-1)(x-2)(x+2)(x+3) \\ &= \{(x-1)(x+2)\}\{(x-2)(x+3)\} \\ &= (x^2+x-2)(x^2+x-6) \\ &= (x^2+x)^2 - 8(x^2+x) + 12 \\ &= x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12 \\ &\therefore A+B+C+D+E = 1+2-7-8+12 = 0 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

31. $(x - 2y) : (3x - y) = 2 : 3$ 일 때, $\frac{3x + 2y}{3x - 2y}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{3}$

해설

$(x - 2y) : (3x - y) = 2 : 3$ 을 간단히 정리하면

$$6x - 2y = 3x - 6y, 3x + 4y = 0$$

$$\therefore x = -\frac{4}{3}y$$

$$\text{주어진 식 } \frac{3x + 2y}{3x - 2y} \text{ 에 대입하면 } \frac{3(-\frac{4}{3}y) + 2y}{3(-\frac{4}{3}y) - 2y} = \frac{-4y + 2y}{-4y - 2y} =$$

$$\frac{-2y}{-6y} = \frac{1}{3} \text{ 이다.}$$

32. 비례식 $(3x - y) : (2x - 4y) = 2 : 3$ 을 y 에 관하여 풀어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = -x$

해설

$$2(2x - 4y) = 3(3x - y)$$

$$4x - 8y = 9x - 3y$$

$$5y = -5x$$

$$\therefore y = -x$$

33. $a+b+c=1$, $a^2+b^2+c^2=\frac{3}{2}$, $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1$ 일 때, abc 의 값은?

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{1}{3}$ ④ $-\frac{1}{4}$ ⑤ $-\frac{1}{5}$

해설

$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1$ 의 양변에 abc 를 곱하면

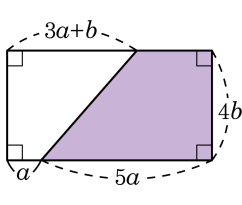
$$ab+bc+ca=abc$$

$$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca) \text{ 이므로}$$

$$1=\frac{3}{2}+2(ab+bc+ca)$$

$$\therefore ab+bc+ca=abc=-\frac{1}{4}$$

34. 다음 그림의 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이 S 를 a, b 에 관한 식으로 나타낸 것은?



- ① $S = 16ab - b^2$
 ② $S = 16ab - 2b^2$
- ③ $S = 16ab - 3b^2$
 ④ $S = 16ab - 4b^2$
- ⑤ $S = 16ab - 5b^2$

해설

색칠한 사다리꼴의 윗변의 길이는
 $a + 5a - (3a + b) = 3a - b$
 $\therefore S = \frac{1}{2} \{ (3a - b) + 5a \} \times 4b$
 $= \frac{1}{2} (8a - b) \times 4b$
 $= (8a - b) \times 2b$
 $= 16ab - 2b^2$

35. 윗 변의 길이가 a , 아랫변의 길이가 b , 높이가 h 인 사다리꼴의 넓이를 S 라 할 때, $S = \frac{(a+b)h}{2}$ 일 때, 이 등식을 b 에 관하여 풀어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $b = \frac{2S}{h} - a$

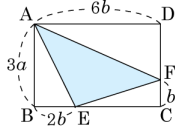
해설

$$2S = ah + bh$$

$$bh = 2S - ah$$

$$\therefore b = \frac{2S}{h} - a$$

36. 다음 그림에서 색칠한 부분의 삼각형의 넓이를 S 라고 할 때, a 를 S, b 의 식으로 나타내어라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $a = \frac{S - b^2}{6b}$

해설

$$\begin{aligned} S &= (3a \times 6b) - \frac{1}{2} \times 6b \times (3a - b) \\ &\quad - \frac{1}{2} \times 3a \times 2b - \frac{1}{2} \times 4b \times b \\ &= 18ab - 9ab + 3b^2 - 3ab - 2b^2 \\ &= b^2 + 6ab \end{aligned}$$

$$S = b^2 + 6ab$$

$$6ab = S - b^2$$

$$\therefore a = \frac{S - b^2}{6b}$$