

1. 다음은 식 $A = ab(a + b) - ab$ 와 식 $B = a^2b - 2ab$ 에 대한 설명이다.
옳지 않은 것을 모두 골라라.

- ㉠ A 에서 ab 는 각 항의 공통인 인수이다.
㉡ B 의 인수는 ab 와 -2 이다.
㉢ A 와 B 의 공통인 인수는 ab 이다.
㉣ B 에서 a^2b 는 각 항의 공통인 인수이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

$A = ab(a + b) - ab = ab(a + b - 1)$ 이고,

$B = a^2b - 2ab = ab(a - 2)$ 이다.

㉡ B 의 인수는 ab 와 $a - 2$ 이다.

㉣ B 에서 ab 는 각 항의 공통인 인수이다.

2. 두 이차식 $x^2 + 2x - 3$, $2x^2 + 5x - 3$ 의 공통인 인수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x + 3$

해설

$$x^2 + 2x - 3 = (x - 1)(x + 3)$$

$$2x^2 + 5x - 3 = (2x - 1)(x + 3)$$

3. 이차방정식 $x^2 - 10x + a - 5 = 0$ 이 중근을 갖도록 a 의 값을 정하면?

① 25

② 30

③ 35

④ 40

⑤ 45

해설

$$\frac{D}{4} = (-5)^2 - (a - 5) = -a + 30 = 0, \quad a = 30$$

4. y 가 x 의 제곱에 비례하고, $x = -2$ 일 때 $y = -12$ 이다. y 를 x 에 관한 식으로 바르게 나타낸 것은?

① $y = 6x^2$

② $y = 3x^2$

③ $y = 2x^2$

④ $y = -3x^2$

⑤ $y = -6x^2$

해설

$y = ax^2 (a \neq 0)$ 에 $(-2, -12)$ 를 대입하면, $-12 = a \times (-2)^2$, $a = -3$

$\therefore y = -3x^2$

5. 높이가 $4\sqrt{6}\text{ cm}$, 부피가 $32\sqrt{6}\pi\text{ cm}^3$ 인 원기둥이 있다. 원기둥의 밑면의 반지름을 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : $2\sqrt{2}\text{ cm}$

해설

부피가 $32\sqrt{6}\pi\text{ cm}^3$ 이므로 밑넓이는 $\frac{32\sqrt{6}\pi}{4\sqrt{6}} = 8\pi\text{ cm}^2$ 이다.

따라서 밑면의 반지름의 길이를 r 이라고 하면 $r^2\pi = 8\pi$ 이므로 $r = 2\sqrt{2}(\text{cm})$ 이다.

6. $\frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2}$ 의 분모를 유리화하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $9 - 4\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2} &= \frac{(\sqrt{5}-2)^2}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)} \\ &= \frac{5-4\sqrt{5}+4}{5-4} \\ &= 9-4\sqrt{5}\end{aligned}$$

7. 다음 중 두 실수의 대소 관계가 틀린 것은?

① $\sqrt{6} + 2 < \sqrt{6} + 3$

② $4 - \sqrt{7} < 2\sqrt{7} - 2$

③ $2\sqrt{3} + 3 < 6\sqrt{3} - 5$

④ $2\sqrt{5} - \sqrt{8} < \sqrt{20} + 3\sqrt{2}$

⑤ $3 + \sqrt{3} < 10 - \sqrt{12}$

해설

③ $2\sqrt{3} + 3 < 6\sqrt{3} - 5$

$$2\sqrt{3} + 3 - 6\sqrt{3} + 5 = -4\sqrt{3} + 8 = -\sqrt{48} + \sqrt{64} > 0$$

$$\therefore 2\sqrt{3} + 3 > 6\sqrt{3} - 5$$

8. 이차방정식 $ax^2 + (5 - 4b)x - 6 = 0$ 의 한 해가 $x = 1$ 일 때, 상수 $a - 4b$ 의 값은?

① 15

② -8

③ 1

④ 8

⑤ 15

해설

이차방정식 $ax^2 + (5 - 4b)x - 6 = 0$ 에 $x = 1$ 을 대입하면,

$$a + 5 - 4b - 6 = 0$$

$$\therefore a - 4b = 1$$

9. 이차방정식 $x^2 + 3x + 6 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

① $(\alpha + \beta)^2 = 9$

② $\alpha + \beta + \alpha\beta = 9$

③ $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{1}{2}$

④ $\alpha^2 + \beta^2 = 21$

⑤ $\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} = -\frac{1}{12}$

해설

$$\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = 6$$

① $(\alpha + \beta)^2 = (-3)^2 = 9$

② $\alpha + \beta + \alpha\beta = (-3) + 6 = 3$

③ $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta}$
 $= \frac{(-3)}{6} = -\frac{1}{2}$

④ $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$
 $= (-3)^2 - 2 \times 6 = -3$

⑤ $\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha^2\beta^2}$
 $= \frac{-3}{36} = -\frac{1}{12}$

10. 이차방정식 $x^2 + 2kx + 4k + 4 = 0$ 의 두 근의 비가 $2 : 3$ 일 때, 정수 k 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

두 근을 2α , 3α 라 하면,

$$2\alpha + 3\alpha = 5\alpha = -2k \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$2\alpha \times 3\alpha = 6\alpha^2 = 4k + 4 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} \text{을 정리하면 } \alpha = -\frac{2}{5}k$$

$$\text{이것을 } \textcircled{㉡} \text{에 대입하면 } 6 \times \left(-\frac{2}{5}k\right)^2 = 4k + 4$$

$$\frac{24}{25}k^2 - 4k - 4 = 0$$

$$6k^2 - 25k - 25 = 0$$

$$(6k + 5)(k - 5) = 0$$

$$\therefore k = 5 \quad (\because k \text{ 는 정수})$$

11. 이차함수 $y = \frac{4}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시켰더니 점 $(a, 10)$ 을 지났다. a 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$y = \frac{4}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨

함수의 식은 $y = \frac{4}{3}x^2 - 2$ 이고, 점 $(a, 10)$ 을 지나므로

$$10 = \frac{4}{3}a^2 - 2, \quad a = \pm 3$$

$a > 0$ 이므로 $a = 3$ 이다.

12. $\frac{\sqrt{4^2}}{2} = a$, $-\sqrt{(-6)^2} = b$, $\sqrt{(-2)^2} = c$ 라 할 때, $2a^2 \times b^2 - b \div c$ 의 값은?

① 282

② 285

③ 288

④ 291

⑤ 294

해설

$$a = \frac{\sqrt{4^2}}{2} = \frac{4}{2} = 2, b = -\sqrt{(-6)^2} = -6, c = \sqrt{(-2)^2} = 2$$

$$\therefore 2a^2 \times b^2 - b \div c = 2 \times 4 \times 36 - (-6) \times \frac{1}{2}$$

$$= 288 + 3 = 291$$

13. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{3}{2}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁고,
 $y = 2x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다고 할 때, 음수 a 의 값의 범위는?

- ① $-\frac{3}{2} < a < 2$ ② $-\frac{3}{2} < a < -2$ ③ $\frac{3}{2} < a < 2$
④ $-2 < a < -\frac{3}{2}$ ⑤ $-2 < a < \frac{3}{2}$

해설

$$\frac{3}{2} < |a| < 2$$

$\frac{3}{2} < a < 2$ 또는 $-2 < a < -\frac{3}{2}$ 이고, a 가 음수이므로 $-2 < a < -\frac{3}{2}$ 이다.

14. 이차함수 $y = -\frac{3}{4}x^2 + 3$ 의 그래프가 $y = a(x+p)^2$ 의 꼭짓점을 지나고 $y = a(x-p)^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{3}{4}x^2 + 3$ 의 꼭짓점을 지날 때, ap 의 값을 구하여라. (단, $p < 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{3}{2}$

해설

$y = a(x+p)^2$ 의 꼭짓점 $(-p, 0)$

$y = -\frac{3}{4}x^2 + 3$ 에 $(-p, 0)$ 을 대입하면

$$-\frac{3}{4}p^2 + 3 = 0, \quad \frac{3}{4}p^2 = 3, \quad p^2 = 4$$

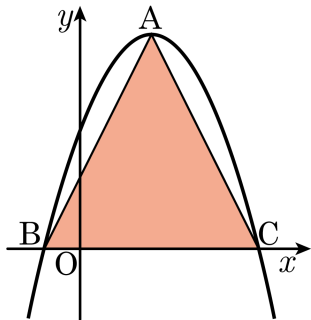
$p = -2$ ($p < 0$ 이므로)

$y = a(x+2)^2$ 에 점 $(0, 3)$ 을 대입하면

$$3 = 4a, \quad a = \frac{3}{4}$$

$$\therefore ap = \frac{3}{4} \times (-2) = -\frac{3}{2}$$

15. 다음은 $y = a(x-2)^2 + 6$ 의 그래프이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 18 일 때, a 의 값을 구하면?



- ① -2 ② $-\frac{5}{3}$ ③ $-\frac{4}{3}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{2}{3}$

해설

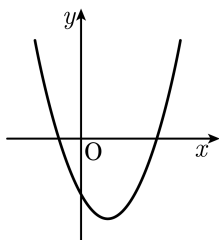
$$18 = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times 6, 18 = 3 \overline{BC}, \overline{BC} = 6$$

따라서 점 B 의 좌표는 $(-1, 0)$ 이고, C 의 좌표는 $(5, 0)$ 이다.

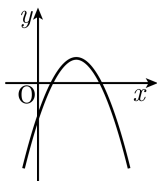
$y = a(x-2)^2 + 6$ 에 $(5, 0)$ 을 대입하면 $9a + 6 = 0$ 이다.

$$\therefore a = -\frac{2}{3}$$

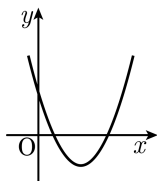
16. 이차함수 $y = ax^2 + bx - c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프는?



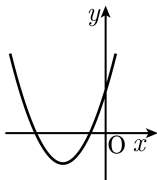
①



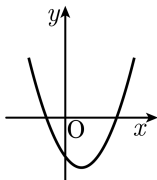
②



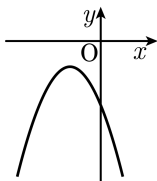
③



④



⑤



해설

$y = ax^2 + bx - c$ 의 그래프가 아래로 볼록하므로 $a > 0$ 이다.

축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 반대이다.

따라서, $b < 0$ 이다.

y 절편이 음수이므로 $-c < 0$, $c > 0$ 이다.

$y = cx^2 + bx + a$ 에서

$c > 0$ 이므로 아래로 볼록한 그래프이다.

$b < 0$ 이므로 축은 y 축의 오른쪽에 있다.

$a > 0$ 이므로 y 절편은 양수이다.

따라서 구하는 그래프는 ②이다.

17. 함수 $f(x)$ 는 각 항의 계수가 유리수인 이차함수이다. 이러한 함수 $f(x)$ 에 대하여 다음의 식이 성립할 때, 함수 $f(x)$ 의 상수항을 구하여라.

$$\begin{cases} f(\sqrt{2}) = 7 + \sqrt{2} \\ f(\sqrt{3}) = 2 + \sqrt{3} \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$f(x)$ 는 이차함수이므로 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 로 놓으면

$$f(\sqrt{2}) = 2a + b\sqrt{2} + c = 7 + \sqrt{2} \cdots ①$$

$$f(\sqrt{3}) = 3a + b\sqrt{3} + c = 2 + \sqrt{3} \cdots ②$$

①에 의하여 $2a + c = 7$

②에 의하여 $3a + c = 2$

연립방정식을 풀면 $\therefore a = -5, c = 17$

18. x 에 관한 이차식 $12x^2 + 20xy + ky^2$ 이 $(6x + ay)(2x + by)$ 로 인수분해될 때, k 의 최댓값을 구하여라. (단, a, b 는 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$12x^2 + (2a + 6b)xy + aby^2$$

$a + 3b = 10$ 이 되는 경우는

$(1, 3), (4, 2), (7, 1)$ 이므로

k 의 최댓값은 $a = 4, b = 2$ 일 때이다.

$$\therefore (k \text{의 최댓값}) = 8$$

19. 이차방정식 $3x^2 - 23x - ax + 7a + 19 = 0$ 이 정수의 근을 가질 때, 정수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 3$

▷ 정답 : $a = 11$

▷ 정답 : $a = 27$

▷ 정답 : $a = 35$

해설

a 에 관하여 정리하면

$$3x^2 - 23x + 19 = a(x - 7)$$

$$a = \frac{3x^2 - 23x + 19}{x - 7} = \frac{(x - 7)(3x - 2) + 5}{x - 7}$$

$$a = 3x - 2 + \frac{5}{x - 7}$$

a 는 정수이므로 $x - 7 = \pm 1, \pm 5$

$\therefore x = 8$ 일 때, $a = 27$, $x = 6$ 일 때, $a = 11$

$\therefore x = 12$ 일 때, $a = 35$, $x = 2$ 일 때, $a = 3$

20. 밑면의 반지름의 길이가 7cm 이고 높이가 h cm 인 원기둥이 있다. 이 원기둥의 반지름의 길이를 조금 줄였더니 원기둥의 부피가 처음보다 64% 감소했을 때, 줄인 반지름의 길이는?

① 2.5cm

② 2.6cm

③ 2.7cm

④ 2.8cm

⑤ 2.9cm

해설

반지름의 줄인 길이를 x cm 라 하면

원래 원기둥의 부피는 $7^2\pi h$ cm

나중 원기둥의 부피는 $(7-x)^2\pi h$ cm

부피가 64% 감소했으므로

$$(7-x)^2\pi h = 0.36 \times 7^2\pi h$$

$$(7-x)^2 = (0.6 \times 7)^2$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } 7-x = 4.2$$

$$\therefore x = 2.8(\text{cm})$$