1. 등식 $2x+(y+1)i=6-i$를 만족하는 실수 x, y의 값은?

① $x=3,\ y=-2$ ② $x=3,\ y=0$ ③ $x=4,\ y=-2$
④ $x=4,\ y=0$ ⑤ $x=-1,\ y=4$

해설

$(2x-6)+(y+2)i=0$
x, y는 실수이므로, $2x-6=0,\ \ y+2=0$
$\Rightarrow x=3,\ \ y=-2$

2. $\frac{3+4i}{1+3i}$ 를 $a+bi$ 의 꼴로 나타 낼 때, $a-b$ 의 값은? (단, a , b 는 실수, $i=\sqrt{-1}$)

① 2 ② -2 ③ 1 ④ -1 ⑤ 0

해설

분모의 실수화를 해준다.

$$\frac{3+4i}{1+3i}=\frac{(3+4i)(1-3i)}{(1+3i)(1-3i)}=\frac{3}{2}-\frac{1}{2}i$$

$\therefore a-b=2$

3. $\sqrt{-3}\cdot\sqrt{-5}$를 계산하면?

① $\sqrt{15}$ ② $-\sqrt{15}$ ③ $\sqrt{15}i$

④ $-\sqrt{15}i$ ⑤ -15

해설

$\sqrt{-3}\cdot\sqrt{-5}=\sqrt{3}i\cdot\sqrt{5}i=-\sqrt{15}$

4. 다항식 $2x^3 + x^2 + 3x$를 $x^2 + 1$로 나눈 나머지는?

① $x - 1$　② x　③ 1

④ $x + 3$　⑤ $3x - 1$

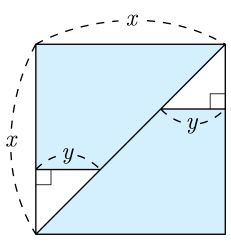
해설

직접 나누어보면

$(2x + 1) + \dfrac{x - 1}{x^2 + 1}$

몫 : $2x + 1$, 나머지 : $x - 1$

5. 다음 그림은 한변의 길이가 x인 정사각형을 대각선을 따라 자른 후 직각이등변삼각형 2개를 떼어낸 도형이다. 이때, 색칠한 부분의 넓이를 x, y에 관한 식으로 나타내어라.



① $xy - y^2$ ② $x^2 - y^2$ ③ $x^2 - y$

④ $\frac{xy - y^2}{2}$ ⑤ $\frac{x - y}{2}$

해설

$x^2 - 2 \times \frac{1}{2} \times y \times y = x^2 - y^2$

6. 등식 $3x^2+2x+1=a(x-1)^2+b(x-1)+c$ 이 x 에 관한 항등식일 때, 상수 b 의 값은?

① 3 ② -4 ③ 2 ④ 8 ⑤ 6

해설

$3x^2+2x+1=a(x-1)^2+b(x-1)+c$

$=(x-1)\{a(x-1)+b\}+c$

1	3	2		1	
		3		5	
1	3	5		6	← c
		3			
	3	8	← c		
	↑				
	a				

해설

$x=1$ 을 대입하면 $c=6$

$3x^2+2x+1=a(x-1)^2+b(x-1)+6$

$\rightarrow 3x^2+2x-5=a(x-1)^2+b(x-1)$

$\rightarrow (x-1)(3x+5)=a(x-1)^2+b(x-1)$

→ 양변을 $x-1$ 로 나누면

$3x+5=a(x-1)+b=ax-a+b$

$\therefore\ a=3,\ b=8$

※ 준식의 우변을 모두 전개해서 계수비교하여 구할 수도 있다.

7. $(a-b+c)(a+b-c)$를 전개한 식은?

① $a^2+b^2+c^2-2bc$ ② $a^2-b^2+c^2-2bc$

③ $a^2-b^2-c^2+2bc$ ④ $a^2+b^2-c^2-2bc$

⑤ $a^2+b^2+c^2+2bc$

해설

$$\begin{aligned}&(a-b+c)(a+b-c)\\&=\{a-(b-c)\}\{a+(b-c)\}\\&=a^2-(b-c)^2\\&=a^2-b^2-c^2+2bc\end{aligned}$$

8. 다음 중 다항식 $x^4 - 8x^2 - 9$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x - 3$ ② $x + 3$

③ $x^2 + 1$ ④ $x^2 + 9$

⑤ $x^3 + 3x^2 + x + 3$

해설

준 식을 인수분해 하면

$x^4 - 8x^2 - 9 = (x^2 + 1)(x^2 - 9)$

$= (x^2 + 1)(x + 3)(x - 3)$

⑤ $x^2(x + 3) + x + 3 = (x^2 + 1)(x + 3)$

9. x에 대한 다항식 x^3+ax^2-x+b를 $x-3$로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. $a+b+c+d+k$의 값을 구하면?

k	1	a	-1	b
		c	d	33
	1	4	11	37

① 19 ② 20 ③ 21 ④ 22 ⑤ 23

해설

다항식 x^3+ax^2-x+b를 $x-3$로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

3	1	a	-1	b
		3	$3a+9$	$9a+24$
	1	$a+3$	$3a+8$	$9a+b+24$

이때 $k=3$, $c=3$, $a+3=4$, $3a+9=d$, $9a+b+24=37$ 이므로

$k=3$, $c=3$, $a=1$, $d=12$, $b=4$

따라서 $a+b+c+d+k=1+4+3+12+3=23$

10. x에 대한 두 다항식 $A = x^2 + 3x + k$, $B = x^2 + x - k$의 최대공약수가 일차식일 때, 상수 k의 값은? (단, $k \neq 0$)

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$A - B = 2x + 2k = 2(x + k)$
A, B의 최대공약수는 $A - B$의 인수이므로
A, B의 최대공약수를 G라 하면
G는 일차식이므로 $G = x + k$
$x + k$는 A의 인수이어야 하므로
$(-k)^2 + 3(-k) + k = 0$
$\therefore\ k = 0$ 또는 $k = 2$
그런데 주어진 조건에서 $k \neq 2$이므로 $k = 2$

11. 두 다항식 A, B의 최대공약수 G를 $A * B$, 최소공배수 L을 $A \bigstar B$로 나타내기로 할 때, $(A^2 * B^2) \bigstar (A^2 * AB)$와 같은 것은?

① AG ② A ③ AL ④ AB ⑤ I

해설

$A = Ga,\ B = Gb(a, b$는 서로소$)$로 놓으면

$(A^2 * B^2) \bigstar (A^2 * AB)$

$= (G^2a^2 * G^2b^2) \bigstar (G^2a^2 * G^2ab)$

$= G^2 \bigstar G^2a$

$= G^2a$

$= AG$

12. $\omega = \dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $\dfrac{1}{3\omega^2+4\omega+2} = a+b\omega$ 를 만족하는 실수 a, b의 값에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하면?

① 1 ② -1 ③ 2 ④ -2 ⑤ $-\dfrac{4}{3}$

해설

$\omega = \dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ 에서

$2\omega+1 = \sqrt{3}i$

양변을 제곱하면,

$4\omega^2+4\omega+4=0$

$\therefore\ \omega^2+\omega+1=0$

$3\omega^2+4\omega+2 = 3(\omega^2+\omega+1)+\omega-1$

$= \omega-1$

$\dfrac{1}{\omega-1} = a+b\omega$ 에서

$(a+b\omega)(\omega-1)=1$

$(a-2b)\omega-(a+b)=1 \leftarrow \omega^2=-\omega-1$

$\therefore\ a-2b=0,\ a+b=-1$ 에서

$a=-\dfrac{2}{3},\ b=-\dfrac{1}{3}$

$\therefore\ a+b=-1$

13. $P=(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)$의 값을 구하면?

① $2^{32}-1$ ② $2^{32}+1$ ③ $2^{31}-1$

④ $2^{31}+1$ ⑤ $2^{17}-1$

해설

주어진 식에 $(2-1)=1$을 곱해도 값은 변하지 않으므로

$$\begin{aligned}P&=(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)\\&=(2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)\\&=(2^4-1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)\\&=\quad\vdots\\&=(2^{16}-1)(2^{16}+1)\\&=2^{32}-1\end{aligned}$$

14. $x+y+2z=1$, $2x-y+z=5$를 만족하는 모든 실수 x, y, z에 대하여 $ax^2+by^2+cz^2=6$이 성립할 때, $3a+2b+c$의 값은 얼마인가?

① 12 ② 8 ③ 4 ④ 0 ⑤ −2

해설

$x+y+2z=1 \cdots ①$

$2x-y+z=5 \cdots ②$

① + ②: $x+z=2 \Rightarrow z=2-x$

② ×2−① : $x-y=3 \Rightarrow y=x-3$

$\therefore ax^2+by^2+cz^2=6$

$\Rightarrow ax^2+b(x-3)^2+c(2-x)^2$

$=(a+b+c)x^2-(4c+6b)x+9b+4c=6$

모든 실수 x, y, z에 대해 성립하려면

$a+b+c=0,\ 4c+6b=0,\ 9b+4c=6$

위의 식을 연립하여 풀면, $a=1,\ b=2,\ c=-3$

$\therefore\ 3a+2b+c=4$

15. 다항식 $f(x)$를 $x-2$로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$라 하면 나머지는 5이고, 몫 $Q(x)$를 다시 $x+3$으로 나누면 나머지가 3이다. 이때, $f(x)$를 $x+3$으로 나눈 나머지는?

① 10 ② -10 ③ 9 ④ -9 ⑤ 8

해설

나머지정리에 의해 $f(x)$를 $x+3$으로 나눈 나머지는 $f(-3)$이다.
$f(x)=(x-2)Q(x)+5$에서
$x=-3$을 대입하면 $f(-3)=(-3-2)Q(-3)+5$
$Q(x)$를 $x+3$으로 나누었을 때의 나머지가 3이므로 $Q(-3)=3$
$\therefore\ f(-3)=-10$