

1. 부등식 $\sqrt{3} < x < \sqrt{23}$ 을 만족하는 자연수 x 의 합은?

① 5

② 7

③ 9

④ 10

⑤ 15

해설

$$\sqrt{3} < x < \sqrt{23}, 3 < x^2 < 23$$

$$x = 2, 3, 4$$

$$\therefore 2 + 3 + 4 = 9$$

2. 다음을 만족하는 유리수 a, b 에 대해 $a + b$ 를 구하여라.

$$4\sqrt{6} \times \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{a}, \sqrt{\frac{9}{15}} \times \frac{5}{\sqrt{3}} = \sqrt{b}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 197$

해설

$$4\sqrt{6} \times \frac{2}{\sqrt{2}} = 8\sqrt{3} = \sqrt{192} = \sqrt{a}$$

$$\sqrt{\frac{9}{15}} \times \frac{5}{\sqrt{3}} = \sqrt{5} = \sqrt{b} \text{ 이므로 } a = 192, b = 5$$

$$\therefore a + b = 197$$

3. $\sqrt{12} \times \sqrt{15} \times \sqrt{35} = a\sqrt{7}$ 일 때, a 의 값은?

① 15

② 20

③ 25

④ 30

⑤ 35

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{12} \times \sqrt{15} \times \sqrt{35} \\ &= \sqrt{2^2 \times 3} \times \sqrt{3 \times 5} \times \sqrt{5 \times 7} \\ &= 30\sqrt{7} \end{aligned}$$

4. $\sqrt{60} \div \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{a}$ 일 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 5$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{60} \div \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{3}} &= \sqrt{60} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}} \\ &= \sqrt{15} \times \frac{\sqrt{3}}{1} \\ &= \sqrt{45} \\ &= 3\sqrt{5}\end{aligned}$$

$$\therefore a = 5$$

5. $-\frac{3}{2\sqrt{3}} = A\sqrt{3}$ 일 때, A 의 값으로 옳은 것은?

- ㉠ $-\frac{1}{2}$ ㉡ 2 ㉢ 3 ㉣ $-\frac{1}{3}$ ㉤ $\frac{3}{2}$

해설

$$-\frac{3}{2\sqrt{3}} = -\frac{3 \times \sqrt{3}}{2\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$$

$$-\frac{1}{2}\sqrt{3} = A\sqrt{3} \text{ 이므로}$$

$$\therefore A = -\frac{1}{2}$$

6. $6\sqrt{6} \div 3\sqrt{2} \times 5\sqrt{6} = a\sqrt{2}$ 을 만족하는 유리수 a 의 값은?

① 10

② 15

③ 20

④ 25

⑤ 30

해설

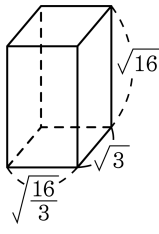
$$\begin{aligned} 6\sqrt{6} \div 3\sqrt{2} \times 5\sqrt{6} &= \frac{6\sqrt{6}}{3\sqrt{2}} \times 5\sqrt{6} \\ &= 2\sqrt{3} \times 5\sqrt{6} = 10\sqrt{3^2 \times 2} \\ &= 30\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$30\sqrt{2} = a\sqrt{2}$$

$$\therefore a = 30$$

7. 다음 그림과 같은 직육면체의 부피는?

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20



해설

$$\sqrt{\frac{16}{3}} \times \sqrt{3} \times \sqrt{16} = \sqrt{\frac{16 \times 3 \times 16}{3}} = 16$$

8. 다음 그림에서 사다리꼴의 넓이는?

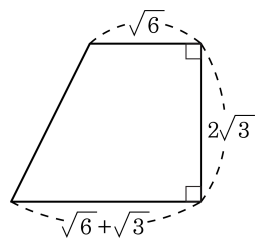
① $2\sqrt{6} + 3$

② $3\sqrt{6} + 3$

③ $4\sqrt{2} + 3$

④ $5\sqrt{2} + 3$

⑤ $6\sqrt{2} + 3$



해설

$$(\text{사다리꼴의 넓이}) = (\text{윗변} + \text{아랫변}) \times (\text{높이}) \times \frac{1}{2}$$

$$(\sqrt{6} + \sqrt{6} + \sqrt{3}) \times 2\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = (2\sqrt{6} + \sqrt{3})\sqrt{3} = 6\sqrt{2} + 3$$

9. $\sqrt{2.13}$ 의 값을 A 라 하고, $\sqrt{B} = 1.552$ 일 때, A, B 의 값을 바르게 구한 것은?

수	0	1	2	3	...
2.0	1.414	1.418	1.421	1.425	...
2.1	1.449	1.453	1.456	1.459	...
2.2	1.483	1.487	1.490	1.493	...
2.3	1.517	1.520	1.523	1.526	...
2.4	1.549	1.552	1.556	1.559	...

- ① $A: 1.517, B: 2.32$
- ② $A: 1.517, B: 2.41$
- ③ $A: 1.459, B: 2.41$
- ④ $A: 1.459, B: 2.33$
- ⑤ $A: 1.414, B: 2.03$

해설

표에서 2.13을 찾으면 1.459이므로 $\sqrt{2.13} = 1.459$ 이고, 제곱근의 값이 1.552인 것을 찾으면 2.41이므로 $\sqrt{2.41} = 1.552$ 이다.

10. 다음 중 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에 있는 수가 아닌 것을 모두 고르면? (단, 제곱근표에서 $\sqrt{2} = 1.414$, $\sqrt{3} = 1.732$ 이다.)

㉠ $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2}$	㉡ $\sqrt{2}+0.01$	㉢ $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$
㉤ $\sqrt{3}-0.03$	㉥ $\sqrt{3}+0.01$	㉦ $\sqrt{3}-0.4$

- ① ㉠, ㉢
- ② ㉠, ㉥
- ③ ㉤, ㉦
- ④ ㉠, ㉤, ㉦
- ⑤ ㉤, ㉥, ㉦

해설

- ㉠ $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2} < 0$
- ㉤ $\sqrt{3}+0.01 = 1.742 > \sqrt{3} = 1.732$
- ㉦ $\sqrt{3}-0.4 = 1.732-0.4 = 1.332 < \sqrt{2} = 1.414$

11. 다음과 같이 옳은 것은 ○ 표, 옳지 않은 것은 × 표를 하였다. 바르게 표시되지 않은 것끼리 짝지어진 것은?

- (ㄱ) 0의 제곱근은 없다. ... (×)
- (ㄴ) -4의 제곱근은 -2이다. ... (○)
- (ㄷ) 양수의 제곱근은 2개이다. ... (○)
- (ㄹ) 음수의 제곱근은 1개이다. ... (×)
- (ㅁ) 모든 유리수는 제곱근이 2개이다. ... (×)
- (ㅂ) 양수의 두 제곱근의 합은 0이다. ... (×)

- ① ㄱ, ㄹ
- ② ㄴ, ㄷ
- ③ ㄴ, ㅂ
- ④ ㄷ, ㄹ
- ⑤ ㄷ, ㅁ

해설

- (ㄱ) 0의 제곱근은 0이다.
- (ㄴ) (ㄹ) 음수의 제곱근은 존재하지 않는다.
- (ㄷ) 양수 a 의 제곱근은 $\sqrt{a}$ 와 $-\sqrt{a}$
- (ㅁ) 음의 유리수는 제곱근이 존재하지 않고 0의 제곱근은 0이다.
- (ㅂ) 양수의 두 제곱근의 합은 0이다.

12. 다음 중 옳은 것은? (정답 2 개)

① $\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = \pm\frac{1}{2}$

② $(\sqrt{0.4})^2 = 0.2$

③ $\left(-\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2 = \frac{2}{3}$

④ $\sqrt{(-1.5)^2} = -1.5$

⑤ $(\sqrt{0.7})^2 = 0.7$

해설

① $\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}$

② $\sqrt{0.4^2} = 0.4$

④ $\sqrt{(-1.5)^2} = 1.5$

13. $4\sqrt{9} + 2\sqrt{16} - 4\sqrt{\frac{1}{4}} - \sqrt{(-7)^2}$ 를 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 4 \times 3 + 2 \times 4 - 4 \times \frac{1}{2} - 7 \\ &= 12 + 8 - 2 - 7 = 11\end{aligned}$$

14. $-1 < a < 2$ 일 때, $\sqrt{(a+1)^2} + \sqrt{(a-2)^2} + a - 3$ 을 간단히 하면?

① a

② $3a - 4$

③ 0

④ $a - 6$

⑤ $3a + 1$

해설

$-1 < a < 2$ 에서 $a + 1 > 0$, $a - 2 < 0$ 이므로
(준식) $= a + 1 - (a - 2) + a - 3 = a$

15. $\sqrt{384-24x}$ 가 자연수일 때, 자연수 x 의 값의 합을 구하면?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

$\sqrt{384-24x}$ 에서

$384-24x=24(16-x)$ 이므로

$\sqrt{24(16-x)}=2\sqrt{6}\times\sqrt{16-x}$ 이다.

$\Rightarrow 2\sqrt{2\times 3}\times\sqrt{16-x}$

$16-x=6\times 1^2=6$

$x=10$ 이다.

$16-x=6\times 2^2=24$ 는 $x<0$ 이므로 x 가 자연수가 될 수 없다.

따라서 $x=10$ 의 값 한 개뿐이다.

16. 다음 중 3에 가장 가까운 수는?

- ① $2\sqrt{2}$ ② 2 ③ $2\sqrt{3}$ ④ $3\sqrt{2}$ ⑤ 3.5

해설

① $2\sqrt{2} = \sqrt{8}$

② 2

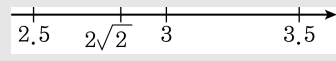
③ $2\sqrt{3} = \sqrt{12}$

④ $3\sqrt{2} = \sqrt{18}$

⑤ $3.5 = \frac{7}{2} = \sqrt{\frac{49}{4}}$

이고 $3 = \sqrt{9}$ 이고 $2\sqrt{2} = \sqrt{8}$, $3.5 = \frac{7}{2} = \sqrt{\frac{49}{4}}$ 이다.

여기서 세 수를 수직선 상에 나타내면 다음과 같다.



따라서 3과 가장 가까운 수는 $2\sqrt{2}$ 이다.

17. 다음 중에서 순환하지 않는 무한소수로만으로 이루어진 것은?

① $\sqrt{21}$, $-\sqrt{7}$, $0.\dot{5}$

② $\sqrt{121}$, $\sqrt{5}-1$, $\sqrt{21}$

③ $-\sqrt{6}$, $\sqrt{3+2}$, $-\sqrt{1}$

④ $-\sqrt{\frac{1}{3}}$, $\sqrt{0.36}$, $\frac{\sqrt{4}}{2}$

⑤ $\frac{\sqrt{2}}{3}$, $\sqrt{8.1}$, $\sqrt{4+3\sqrt{2}}$

해설

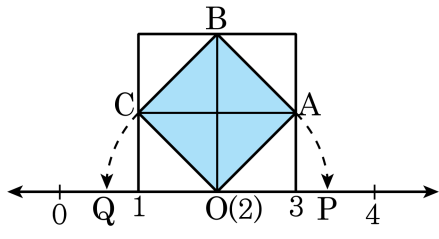
① $0.\dot{5} = \frac{5}{9}$ 는 유리수이다.

② $\sqrt{121} = 11$ 은 유리수이다.

③ $-\sqrt{1} = -1$ 은 유리수이다.

④ $\sqrt{0.36} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$, $\frac{\sqrt{4}}{2} = \frac{2}{2} = 1$ 은 유리수이다.

18. 다음 그림은 한 변의 길이가 2 인 정사각형의 각 변의 중점을 연결하여 $\square OABC$ 를 그린 것이다. $\overline{OA} = \overline{OP}$, $\overline{OC} = \overline{OQ}$ 일 때, 점 P, Q 의 좌표를 각각 a, b 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 4$

해설

$$(\square OABC \text{ 넓이}) = 2 \times 2 - 4 \times \left(\frac{1}{2} \times 1 \times 1 \right) = 2$$

$$\therefore \overline{OC} = \overline{OA} = \sqrt{2}$$

$$\therefore P(2 + \sqrt{2}) , Q(2 - \sqrt{2}) \text{ 이므로 } a + b = 4 \text{ 이다.}$$

19. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① -2 와 2 사이에는 정수가 3 개 있다.
- ② 두 자연수 1 과 2 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재한다.
- ③ $\frac{1}{7}$ 은 순환하는 무한소수이다.
- ④ $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{8}$ 사이에는 무리수가 4 개 있다.
- ⑤ $\sqrt{7}$ 과 5 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

해설

④ 무수히 많은 무리수가 있다.

20. 다음 두 수의 대소를 비교한 것 중 옳은 것은?

① $4 > \sqrt{3} + 2$

② $\sqrt{11} - 3 > \sqrt{11} - \sqrt{8}$

③ $3 > \sqrt{13}$

④ $\sqrt{\frac{1}{2}} < \frac{1}{3}$

⑤ $2 + \sqrt{2} > 2 + \sqrt{3}$

해설

① $4 - \sqrt{3} - 2 = 2 - \sqrt{3} > 0$

$\therefore 4 > \sqrt{3} + 2$

② $\sqrt{11} - 3 - (\sqrt{11} - \sqrt{8}) = -3 + \sqrt{8}$
 $= -\sqrt{9} + \sqrt{8} < 0$

$\therefore \sqrt{11} - 3 < \sqrt{11} - \sqrt{8}$

③ 양변을 제곱하면

(좌변) $= 3^2 = 9$, (우변) $= (\sqrt{13})^2 = 13$

$\therefore 3 < \sqrt{13}$

④ 양변을 제곱하면

(좌변) $= \left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2 = \frac{1}{2}$, (우변) $= \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$

$\therefore \sqrt{\frac{1}{2}} > \frac{1}{3}$

⑤ $2 + \sqrt{2} - (2 + \sqrt{3}) = \sqrt{2} - \sqrt{3} < 0$

$\therefore 2 + \sqrt{2} < 2 + \sqrt{3}$

21. $A = 3\sqrt{2} - 1$, $B = 2\sqrt{3} - 1$, $C = 3$ 일 때, A , B , C 의 대소 관계를 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $B < C < A$

해설

$$A = 3\sqrt{2} - 1 = \sqrt{18} - 1, B = 2\sqrt{3} - 1 = \sqrt{12} - 1, C = 3 = \sqrt{9}$$

$$A - C = \sqrt{18} - 1 - 3 = \sqrt{18} - 4 = \sqrt{18} - \sqrt{16} > 0$$

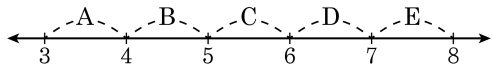
$$\therefore A > C$$

$$C - B = 3 - (2\sqrt{3} - 1) = 4 - \sqrt{12} > 0$$

$$\therefore C > B$$

$$\therefore A > C > B$$

22. 다음 수직선에서 $2\sqrt{5}$ 와 $3\sqrt{5}$ 가 위치하는 구간을 바르게 짝지은 것은?



- ① A, B ② A, D ③ B, D ④ D, A ⑤ D, B

해설

$2\sqrt{5} = \sqrt{20}$, $4 < \sqrt{20} < 5$ 이므로 B 구간
 $3\sqrt{5} = \sqrt{45}$, $6 < \sqrt{45} < 7$ 이므로 D 구간

23. $a = \sqrt{3}, b = \sqrt{5}$ 라 할 때, $\sqrt{675}$ 를 a, b 를 써서 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : a^3b^2

해설

$$\sqrt{675} = \sqrt{27 \times 25} = \sqrt{3^3} \sqrt{5^2} = a^3b^2$$

24. 반지름의 길이의 비가 1 : 3 인 두 원이 있다. 이 두 원의 넓이의 합이 $40\pi\text{cm}^2$ 일 때, 작은 원의 반지름의 길이는 몇 cm 인가?

① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

작은 원의 반지름을 r 라고 하면, 큰 원의 반지름은 $3r$ 이다.

(두 원의 넓이의 합) $= \pi r^2 + \pi(3r)^2 = 10\pi r^2 = 40\pi\text{cm}^2$

$r^2 = 4$

$\therefore r = 2\text{cm} (\because r > 0)$

25. $2x - y = 3$ 일 때, $\sqrt{2x + y}$ 가 자연수가 되게 만드는 가장 작은 두 자리 자연수 x 는?

① 10

② 13

③ 16

④ 19

⑤ 22

해설

$$2x - y = 3 \Rightarrow y = 2x - 3$$

$$\sqrt{2x + y} = \sqrt{2x + 2x - 3} = \sqrt{4x - 3}$$

x 는 최소한 가장 작은 두자리 수인 10 이상이어야 하므로,
근호 안의 제곱수는 7^2 이상이 되어야 한다. ($\sqrt{4 \times 10 - 3} = \sqrt{37} > 7^2$)

$\therefore \sqrt{4x - 3} = 7$ 일 때, $x = 13$ 이므로 성립한다.

$$\therefore x = 13$$

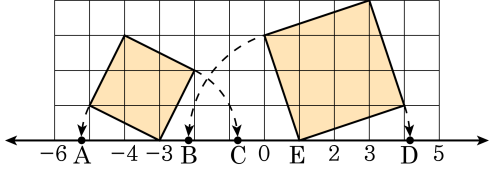
26. 다음 중 옳은 것은?

- ㉠ (무리수) + (유리수) = (무리수)
- ㉡ (무리수) × (무리수) = (무리수)
- ㉢ (유리수) ÷ (무리수) = (무리수)
- ㉣ (무리수) + (무리수) = (무리수)
- ㉤ (유리수) × (무리수) = (무리수)

해설

- ㉡ $\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$: 유리수
- ㉢ $\frac{0}{\sqrt{3}} = 0$: 유리수
- ㉣ $\sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = 0$: 유리수
- ㉤ $0 \times \sqrt{3} = 0$: 유리수

27. 다음 그림의 수직선 위의 점 A, B, C, D 에 대응하는 수를 각각 a, b, c, d 라고 할 때, $(b+d)-(a+c)$ 값을 구하여라. (단, 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

(1) 작은 정사각형 한 변의 길이 : $\sqrt{5}$
 $\therefore a = -3 - \sqrt{5}, c = -3 + \sqrt{5}$
 (2) 큰 정사각형 한 변의 길이 : $\sqrt{10}$
 $\therefore b = 1 - \sqrt{10}, d = 1 + \sqrt{10}$
 $\therefore b + d = 1 - \sqrt{10} + 1 + \sqrt{10} = 2$
 $\therefore a + c = -3 - \sqrt{5} + (-3 + \sqrt{5}) = -6$
 따라서 $(b + d) - (a + c) = 2 - (-6) = 8$ 이다.

28. $x = \sqrt{3 + 3\sqrt{5}}, y = \sqrt{2 - 2\sqrt{5}}$ 일 때, $x^4 - y^4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $30 + 26\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - y^4 &= (x^2 + y^2)(x^2 - y^2) \text{ 이고} \\x^2 &= 3 + 3\sqrt{5}, y^2 = 2 - 2\sqrt{5} \text{ 이므로} \\\therefore x^4 - y^4 &= (3 + 3\sqrt{5} + 2 - 2\sqrt{5})(3 + 3\sqrt{5} - 2 + 2\sqrt{5}) \\&= (5 + \sqrt{5})(1 + 5\sqrt{5}) \\&= 30 + 26\sqrt{5}\end{aligned}$$

29. $\frac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}(1-\sqrt{2})$ 가 유리수가 되도록 하는 유리수 k 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & \frac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}(1-\sqrt{2}) \\ &= \frac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})\sqrt{3}}{3} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{6} \\ &= \frac{2k\sqrt{6}}{3} - k - 2\sqrt{6} \\ &= \left(\frac{2}{3}k - 2\right)\sqrt{6} - k \end{aligned}$$

값이 유리수가 되어야 하므로

$$\frac{2}{3}k - 2 = 0$$

$$\therefore k = 3$$

30. 부등식 $3 \leq (\sqrt{2} + 1)x \leq 7$ 을 만족하는 자연수 x 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$3 \leq (\sqrt{2} + 1)x \leq 7$ 에서 $\sqrt{2} + 1 > 0$ 이므로

$$\frac{3}{\sqrt{2} + 1} \leq x \leq \frac{7}{\sqrt{2} + 1} \quad \therefore 3\sqrt{2} - 3 \leq x \leq 7\sqrt{2} - 7$$

$$4 < 3\sqrt{2} = \sqrt{18} < 5 \quad \text{에서} \quad 1 < 3\sqrt{2} - 3 < 2$$

$$9 < 7\sqrt{2} = \sqrt{98} < 10 \quad \text{에서} \quad 2 < 7\sqrt{2} - 7 < 3$$

1. $\times \times \times \leq x \leq 2. \times \times \times$ 이므로

따라서 자연수 $x = 2$ 이다.

32. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 이고, $S(x) = f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(x)$ 이라고 한다. 100 이하의 자연수 n 에 대하여 $S(n)$ 의 값이 자연수가 되는 n 을 모두 고르면?

① 8 ② 15 ③ 35 ④ 50 ⑤ 99

해설

$$S(n) = (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{4} - \sqrt{3}) + \dots + (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = \sqrt{n+1} - 1$$

$$\textcircled{1} \ n = 8 \text{ 일 때, } S(n) = 3 - 1 = 2$$

$$\textcircled{2} \ n = 15 \text{ 일 때, } S(n) = 4 - 1 = 3$$

$$\textcircled{3} \ n = 35 \text{ 일 때, } S(n) = 6 - 1 = 5$$

$$\textcircled{4} \ n = 50 \text{ 일 때, } S(n) = \sqrt{51} - 1$$

$$\textcircled{5} \ n = 99 \text{ 일 때, } S(n) = 10 - 1 = 9$$

따라서 ①, ②, ③, ⑤가 답이다.

33. 아래의 표에 주어진 값들을 이용하여 $\sqrt{5.5}$ 의 소수 둘째자리 숫자를 구하여라.

$2.30^2 = 5.2900$	$2.35^2 = 5.5225$
$2.31^2 = 5.3361$	$2.36^2 = 5.5696$
$2.32^2 = 5.3824$	$2.37^2 = 5.6169$
$2.33^2 = 5.4289$	$2.38^2 = 5.6644$
$2.34^2 = 5.4756$	$2.39^2 = 5.7121$

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$5.4756 < 5.5000 < 5.5225$ 이므로 표에 나타난 거듭제곱으로 나타내면
 $2.34^2 < 5.5000 < 2.35^2$
즉, $2.34 < \sqrt{5.5} < 2.35$
따라서 $\sqrt{5.5}$ 의 소수 둘째자리의 수는 4 이다.