

1. 다항식  $5xy - yx^2 + 2x^3 + 2yz^2$ 에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ①  $x$ 의 계수는  $5y$ 이다.
- ②  $x^2$ 의 계수는  $-y$ 이다.
- ③  $x$ 에 대한 3차식이다.
- ④  $x$ 에 대한 상수항은  $2yz^2$ 이다.
- ⑤  $y, z$ 에 대한 2차식이다.

해설

$y, z$ 에 대한 3차식이다.

2.  $\{x - (y - z)\} - \{(x - y) - z\}$ 를 간단히 하면?

- ①  $2y$     ②  $2z$     ③  $-2y$     ④  $-2z$     ⑤  $0$

해설

$$\begin{aligned} & \{x - (y - z)\} - \{(x - y) - z\} \\ &= (x - y + z) - (x - y - z) \\ &= x - y + z - x + y + z \\ &= 2z \end{aligned}$$

해설

3. 다항식  $(x^2 + 1)^4(x^3 + 1)^3$ 의 차수는?

- ① 5차    ② 7차    ③ 12차    ④ 17차    ⑤ 72차

해설

$(x^2 + 1)^4$ 는 8차식,  $(x^3 + 1)^3$ 은 9차식  
따라서  $(x^2 + 1)^4(x^3 + 1)^3$ 은  
 $8 + 9 = 17$ 차 다항식이다.

4. 다항식  $x^3 - 2$ 를  $x^2 - 2$ 로 나눈 나머지는?

① 2

② -2

③  $-2x - 2$

④  $2x + 2$

⑤  $2x - 2$

해설

$$\frac{x^3 - 2}{x^2 - 2} = \frac{x^3 - 2x + 2x - 2}{x^2 - 2} = x + \frac{2x - 2}{x^2 - 2}$$

∴ 몫은  $x$ , 나머지는  $2x - 2$

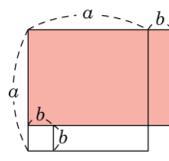
5.  $x$  에 대한 다항식  $A = 2x^3 + 5x^2 + 4$  를 다항식  $B$  로 나눌 때, 몫이  $2x+1$  이고, 나머지가  $-6x+2$  이다. 이 때, 다항식  $B$  를 구하면?

- ①  $x^2 + 2x + 2$       ②  $x^2 + x + 2$       ③  $x^2 - x + 2$   
④  $x^2 - 2x + 2$       ⑤  $x^2 - 3x + 2$

해설

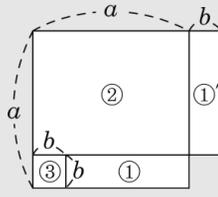
$$\begin{aligned} A &= B(2x+1) - 6x+2 \text{ 에서} \\ B(2x+1) &= 2x^3 + 5x^2 + 6x + 2 \\ \therefore B &= (2x^3 + 5x^2 + 6x + 2) \div (2x+1) \\ &= x^2 + 2x + 2 \end{aligned}$$

6. 다음 그림에서 색칠한 부분이 나타내고 있는 곱셈공식은 무엇인가?



- ①  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$   
 ②  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$   
 ③  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$   
 ④  $(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$   
 ⑤  $(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$

해설



$$(a+b)(a-b) = ①' + ②$$

$$①' = ③ \text{ 이므로}$$

$$(a+b)(a-b) = ① + ② = a^2 - b^2$$

$$\therefore (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

7. 두 다항식  $A, B$  에 대하여  $A + B = -x^3 - 2x^2 + 4x + 5$ ,  $2A - B = 4x^3 - x^2 - x + 1$  일 때, 두 다항식  $A, B$  를 구하면?

①  $A = x^3 + x^2 + x + 2$ ,  $B = -2x^3 - 3x^2 + 3x + 3$

②  $A = x^3 - x^2 + x + 2$ ,  $B = -2x^3 - x^2 + 3x + 3$

③  $A = x^3 - x^2 + x - 2$ ,  $B = -2x^3 - x^2 + 3x + 7$

④  $A = x^3 - x^2 - x + 2$ ,  $B = -2x^3 - x^2 + 5x + 3$

⑤  $A = 3x^3 - 3x^2 + 3x + 6$ ,  $B = -4x^3 + x^2 + x - 1$

해설

$$A + B = -x^3 - 2x^2 + 4x + 5 \cdots \text{㉠}$$

$$2A - B = 4x^3 - x^2 - x + 1 \cdots \text{㉡}$$

$$(\text{㉠} + \text{㉡}) \div 3 : A = x^3 - x^2 + x + 2$$

$$(2\text{㉠} - \text{㉡}) \div 3 : B = -2x^3 - x^2 + 3x + 3$$

8. 두 다항식  $A, B$ 에 대하여 연산  $\Delta, \nabla$ 를  $A\Delta B = 2A + B, A\nabla B = A - 3B$ 로 정의한다.

$A = 2 + 3x^2 - x^3, B = x^2 + 3x + 1$ 일 때  $A\nabla(B\Delta A)$ 를 구하면?

- ①  $2x^3 - 18x - 10$                       ②  $2x^3 - 12x^2 - 18x - 10$   
③  $2x^3 + 12x^2 + 18x + 10$             ④  $2x^3 + 12x^2 + 18x - 10$   
⑤  $2x^3 - 12x^2 + 18x + 10$

해설

$$\begin{aligned} A\nabla(B\Delta A) &= A\nabla(2B + A) \\ &= A - 3(2B + A) = -2A - 6B \end{aligned}$$

위와 같이 식을 간단히 정리한 후  $A, B$ 에 대입하여 정리한다.

9. 두 다항식  $A = a + 2b$ ,  $B = 2a + 3b$ 일 때,  $2A + B$ 를 구하는 과정에서 사용된 연산법칙 중 옳지 않은 것을 골라라.

$$\begin{aligned} 2A + B &= 2(a + 2b) + (2a + 3b) \\ &= (2a + 4b) + (2a + 3b) \quad \text{㉠ 분배법칙} \\ &= 2a + (4b + 2a) + 3b \quad \text{㉡ 결합법칙} \\ &= 2a + (2a + 4b) + 3b \quad \text{㉢ 교환법칙} \\ &= (2a + 2a) + (4b + 3b) \quad \text{㉣ 교환법칙} \\ &= (2 + 2)a + (4 + 3)b \quad \text{㉤ 분배법칙} \\ &= 4a + 7b \end{aligned}$$

▶ 답:

▶ 정답: ㉤

해설

$$\text{㉤ } 2a + (2a + 4b) + 3b = (2a + 2a) + (4b + 3b): \text{ 결합법칙}$$

10. 다항식  $f(x)$ 를 다항식  $g(x)$ 로 나눈 나머지를  $r(x)$ 라 할 때,  $f(x) - g(x) - 2r(x)$ 를  $g(x)$ 로 나눈 나머지는?

- ①  $-2r(x)$       ②  $-r(x)$       ③  $0$   
④  $r(x)$       ⑤  $2r(x)$

**해설**

$f(x)$ 를  $g(x)$ 로 나눈 몫을  $Q(x)$ 라 하면  
 $f(x) = g(x)Q(x) + r(x)$   
 $\therefore f(x) - g(x) - 2r(x)$   
 $= g(x)Q(x) + r(x) - g(x) - 2r(x)$   
 $= g(x)\{Q(x) - 1\} - r(x)$   
여기서  $g(x)$ 의 차수는  $-r(x)$ 의 차수보다 높으므로 구하는 나머지는  $-r(x)$ 이다.

11.  $2x^4 - x^3 + 2x^2 + a$ 를  $x^2 + x + 1$ 로 나누어 떨어지도록 하는 상수  $a$ 의 값을 구하면?

- ① -3    ② 3    ③ -6    ④ 6    ⑤ 12

해설

직접 나누어 본다.  
 $\therefore a - 3 = 0, a = 3$

해설

$x^2 + x + 1 = 0$ 이 되는  $x$ 값을 대입한다.  
 $x^2 + x + 1 = 0$ 에서  $(x - 1)(x^2 + x + 1) = 0, x^3 - 1 = 0$   
 $\therefore x^3 = 1$   
준 식의 좌변에  $x^3 = 1, x^2 = -x - 1$ 을 대입하면  
 $2x - 1 + 2(-x - 1) + a = 0, a - 3 = 0$   
 $\therefore a = 3$

12.  $x+y+z=1$ ,  $xy+yz+zx=2$ ,  $xyz=3$  일 때,  $(x+y)(y+z)(z+x)$ 의 값을 구하면?

- ① -2    ② -1    ③ 0    ④ 1    ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned}x+y+z &= 1 \text{ 에서} \\x+y &= 1-z \\y+z &= 1-x \\z+x &= 1-y \\(x+y)(y+z)(z+x) &= (1-z)(1-x)(1-y) \\&= 1 - (x+y+z) + (xy+yz+zx) - xyz \\&= 1 - 1 + 2 - 3 = -1\end{aligned}$$

13.  $x + y + z = 1$ ,  $xy + yz + zx = 2$ ,  $xyz = 3$  일 때,  $(x + 1)(y + 1)(z + 1)$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{aligned} & (x + 1)(y + 1)(z + 1) \\ &= xyz + xy + yz + zx + x + y + z + 1 \\ &= 7 \end{aligned}$$

14. 직육면체 모양의 상자가 있다. 이 상자의 겹넓이는 52이고, 모서리의 길이의 합은 36이다. 이 상자의 대각선의 길이는?

① 5      ②  $\sqrt{29}$       ③  $\sqrt{33}$       ④ 6      ⑤  $\sqrt{42}$

해설

$$\begin{aligned} & \text{세 모서리의 길이를 } a, b, c \text{ 라 하면} \\ & 2(ab + bc + ca) = 52 \\ & 4(a + b + c) = 36 \rightarrow a + b + c = 9 \\ & (\text{직육면체 대각선의 길이}) \\ & = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \\ & = \sqrt{(a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)} \\ & = \sqrt{81 - 52} = \sqrt{29} \end{aligned}$$

15.  $x^2 + x - 1 = 0$  일 때,  $x^5 - 5x$  의 값을 구하면?

- ① 2      ② 1      ③ 0      ④ -1      ⑤ -3

해설

$x^5 - 5x$  를  $x^2 + x - 1$  로 나누면  
즉,  $x^5 - 5x = (x^2 + x - 1) \times \text{몫} - 3$   
 $x^2 + x - 1 = 0$   
 $\therefore x^5 - 5x = -3$

해설

다음과 같이 식의 차수를 낮춰 나갈 수 있다.

$$\begin{aligned}x^2 &= -x + 1 \\x^5 - 5x &= (x^2)^2 \times x - 5x \\&= x(-x + 1)^2 - 5x \\&= x^3 - 2x^2 - 4x \\&= x(-x + 1) - 2(-x + 1) - 4x \\&= -x^2 - x - 2 \\&= -(x^2 + x) - 2 \\&= -1 - 2 = -3\end{aligned}$$

16. 세 실수  $a, b, c$ 가 다음 세 조건을 만족한다.

$$a + b + c = 1, ab + bc + ca = 1, abc = 1$$

이 때,  $(a + b)(b + c)(c + a)$ 의 값은?

- ① 0      ② 1      ③ 2      ④ 3      ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} a + b + c &= 1 \text{에서} \\ a + b &= 1 - c, b + c = 1 - a, c + a = 1 - b \\ (a + b)(b + c)(c + a) & \\ &= (1 - c)(1 - a)(1 - b) \\ &= 1 - (a + b + c) + (ab + bc + ca) - abc \\ &= 1 - 1 + 1 - 1 = 0 \end{aligned}$$

17.  $(4+3)(4^2+3^2)(4^4+3^4)(4^8+3^8)$ 을 간단히 하면?

①  $4^8 + 3^8$

②  $4^{15} - 3^{15}$

③  $4^{15} + 3^{15}$

④  $4^{16} - 3^{16}$

⑤  $4^{16} + 3^{16}$

해설

$$\begin{aligned} & (4+3)(4^2+3^2)(4^4+3^4)(4^8+3^8) \\ &= (4-3)(4+3)(4^2+3^2)(4^4+3^4)(4^8+3^8) \\ &= (4^2-3^2)(4^2+3^2)(4^4+3^4)(4^8+3^8) \\ &= (4^4-3^4)(4^4+3^4)(4^8+3^8) \\ &= (4^8-3^8)(4^8+3^8) \\ &= 4^{16}-3^{16} \end{aligned}$$

18. 다음 식의 분모를 0으로 만들지 않는 모든 실수  $x$ 에 대하여 다음 식이 성립할 때,  $a_1 + a_2 + \dots + a_{10}$ 의 값은?

$$\frac{1}{(x-1)(x-2)\cdots(x-10)} = \frac{a_1}{x-1} + \frac{a_2}{x-2} + \dots + \frac{a_{10}}{x-10}$$

- ① 0      ② -1      ③ 1      ④ -10      ⑤ 10

**해설**

우변을 통분하여  $x$ 에 대한 내림차순으로 정리하면,

$$(\text{우변}) = \frac{(a_1 + a_2 + \dots + a_{10})x^9 + \dots}{(x-1)(x-2)\cdots(x-10)}$$

양변의 계수를 비교하면

$$a_1 + a_2 + \dots + a_{10} = 0$$

19. 다음 다항식의 일차항의 계수는?

$$(1+x+x^2)^2(1+x) + (1+x+x^2+x^3)^3$$

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

해설

- i)  $(1+x+x^2)^2(x+1)$ 의 일차항의 계수  
:  $(1+x+x^2)^2$ 의 일차항에 1을 곱할 때,  
계수= 2  
:  $(1+x+x^2)^2$ 의 상수항에  $x$ 를 곱할 때,  
계수= 1
- ii)  $(1+x+x^2+x^3)^3$ 의 일차항의 계수  
 $x+x^2+x^3=Y$ 라 하면,  
 $(Y+1)^3=Y^3+3Y^2+3Y+1$   
 $3Y=3x+3x^2+3x^3$   
일차항의 계수= 3, 다른 항에는 일차항이 없다.
- i), ii)에서  $2+1+3=6$



21. 실수  $a, b, c$ 에 대하여  $a + b + c = 6$ ,  $a^2 + b^2 + c^2 = 12$ 를 만족할 때,  $a^3 + b^3 + c^3$ 의 값을 구하면?

① 8      ② 16      ③ 24      ④ 36      ⑤ 42

해설

공식  $a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)$ 에 주어진 수를 대입하여

$(ab + bc + ca)$ 의 값을 구하면  $(ab + bc + ca) = 12$

$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$ 에서

$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$ 이므로

$\frac{1}{2} \{(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2\} = 0$

$\therefore a = b = c = 2$ 이므로  $a^3 + b^3 + c^3 = 24$

22.  $A$ 를  $B$ 로 나눈 몫을  $Q$ , 나머지를  $R$ 라 하고,  $Q$ 를  $B'$ 으로 나눈 몫은  $Q'$ , 나머지는  $R'$ 이라 한다.  $A$ 를  $BB'$ 으로 나눈 나머지는? (단, 모든 문자는 자연수이다.)

- ①  $R + R'B$                       ②  $R' + RB$                       ③  $RR'$   
 ④  $R$                                       ⑤  $R'$

**해설**

주어진 조건을 식으로 나타내면  
 $A = BQ + R \dots\dots ㉠$   
 $Q = B'Q' + R' \dots\dots ㉡$   
 ㉡을 ㉠에 대입하면  
 $A = B(B'Q' + R') + R$   
 $= (BB')Q' + (R + R'B)$   
 $R + R'B$ 가  $A$ 를  $BB'$ 로 나눈 나머지가 되기 위해서는  $R + R'B < BB'$ 이어야 한다.  
 그런데  $R \leq B - 1, R' \leq B' - 1$ 이므로  
 $R + R'B \leq (B - 1) + (B' - 1)B$   
 $= BB' - 1 < BB'$   
 따라서  $A$ 를  $BB'$ 으로 나눈 나머지는  $R + R'B$ 이다.

23.  $x^2 - x - 1 = 0$  일 때,  $x^3 - \frac{1}{x^3}$  의 값과  $y + \frac{1}{y} = 1$  일 때,  $\frac{y^{10} + 1}{y^2}$  의 값은?

- ① 4, -1    ② 4, 18    ③ 8, -1    ④ 9, -1    ⑤ 4, 27

**해설**

(1)  $x^2 - x - 1 = 0$  의 양변을  $x$  로 나누면

$$x - 1 - \frac{1}{x} = 0$$

$$\therefore x - \frac{1}{x} = 1$$

$$\therefore x^3 - \frac{1}{x^3} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3x \cdot \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x}\right)$$

$$= 1^3 + 3 \cdot 1 \cdot 1 = 4$$

(2)  $y + \frac{1}{y} = 1$  일 때

$$y + \frac{1}{y} = 1 \text{ 에서 } \frac{y^2 + 1}{y} = 1$$

$$\therefore y^2 - y + 1 = 0 \dots\dots \textcircled{A}$$

$$\text{양변에 } (y+1) \text{ 을 곱하면 } (y+1)(y^2 - y + 1) = 0$$

$$y^3 + 1 = 0 \therefore y^3 = -1 \dots\dots \textcircled{B}$$

$\textcircled{A}, \textcircled{B}$  에서

$$\frac{y^{10} + 1}{y^2} = \frac{(y^3)^3 \cdot y + 1}{y^2} = \frac{-y + 1}{y^2}$$

$$= \frac{-y^2}{y^2} = -1$$

24.  $a + b = 1$  이고  $a^2 + b^2 = -1$  일 때,  $a^{2005} + b^{2005}$  의 값은?

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

$b = 1 - a$  를  $a^2 + b^2$  에 대입하여 정리하면  
 $a^2 - a + 1 = 0 \quad (a+1)(a^2 - a + 1) = 0$   
 $a^3 + 1 = 0 \quad \therefore a^3 = -1$   
마찬가지 방법으로  $b^3 = -1$   
 $a^{2005} + b^{2005} = (a^3)^{668} \cdot a + (b^3)^{668} \cdot b = a + b = 1$

해설

$a^3, b^3$  의 값을 다음과 같이 구해도 된다.  
 $a^2 - a + 1 = 0$  에서  $a^2 = a - 1$   
 $a^3 = a^2 \cdot a = (a - 1) \cdot a = a^2 - a = -1$   
마찬가지 방법으로  $b^3 = -1$