

1. 다항식 $5xy - yx^2 + 2x^3 + 2yz^2$ 에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① x 의 계수는 $5y$ 이다.
- ② x^2 의 계수는 $-y$ 이다.
- ③ x 에 대한 3차식이다.
- ④ x 에 대한 상수항은 $2yz^2$ 이다.
- ⑤ y, z 에 대한 2차식이다.

해설

y, z 에 대한 3차식이다.

2. $\{x - (y - z)\} - \{(x - y) - z\}$ 를 간단히 하면?

① $2y$

② $2z$

③ $-2y$

④ $-2z$

⑤ 0

해설

$$\begin{aligned} & \{x - (y - z)\} - \{(x - y) - z\} \\ &= (x - y + z) - (x - y - z) \\ &= x - y + z - x + y + z \\ &= 2z \end{aligned}$$

해설

3. 다항식 $(x^2 + 1)^4(x^3 + 1)^3$ 의 차수는?

① 5차

② 7차

③ 12차

④ 17차

⑤ 72차

해설

$(x^2 + 1)^4$ 는 8차식, $(x^3 + 1)^3$ 은 9차식

따라서 $(x^2 + 1)^4 (x^3 + 1)^3$ 은
 $8 + 9 = 17$ 차 다항식이다.

4. 다항식 $x^3 - 2$ 를 $x^2 - 2$ 로 나눈 나머지는?

① 2

② -2

③ $-2x - 2$

④ $2x + 2$

⑤ $2x - 2$

해설

$$\frac{x^3 - 2}{x^2 - 2} = \frac{x^3 - 2x + 2x - 2}{x^2 - 2} = x + \frac{2x - 2}{x^2 - 2}$$

∴ 몫은 x , 나머지는 $2x - 2$

5. x 에 대한 다항식 $A = 2x^3 + 5x^2 + 4$ 를 다항식 B 로 나눌 때, 몫이 $2x + 1$ 이고, 나머지가 $-6x + 2$ 이다. 이 때, 다항식 B 를 구하면?

① $x^2 + 2x + 2$

② $x^2 + x + 2$

③ $x^2 - x + 2$

④ $x^2 - 2x + 2$

⑤ $x^2 - 3x + 2$

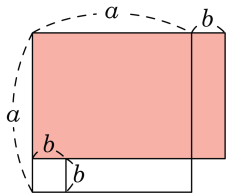
해설

$$A = B(2x + 1) - 6x + 2 \text{ 에서}$$

$$B(2x + 1) = 2x^3 + 5x^2 + 6x + 2$$

$$\begin{aligned}\therefore B &= (2x^3 + 5x^2 + 6x + 2) \div (2x + 1) \\ &= x^2 + 2x + 2\end{aligned}$$

6. 다음 그림에서 색칠한 부분이 나타내고 있는 곱셈공식은 무엇인가?



① $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

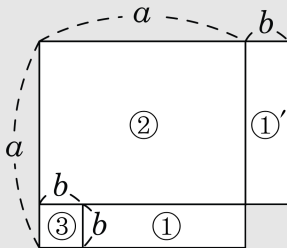
② $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

③ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

④ $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$

⑤ $(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$

해설



$$(a + b)(a - b) = \textcircled{1}' + \textcircled{2}$$

①' = ① 이므로

$$(a + b)(a - b) = \textcircled{1} + \textcircled{2} = a^2 - b^2$$

$$\therefore (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

7. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A + B = -x^3 - 2x^2 + 4x + 5$, $2A - B = 4x^3 - x^2 - x + 1$ 일 때, 두 다항식 A, B 를 구하면?

① $A = x^3 + x^2 + x + 2$, $B = -2x^3 - 3x^2 + 3x + 3$

② $A = x^3 - x^2 + x + 2$, $B = -2x^3 - x^2 + 3x + 3$

③ $A = x^3 - x^2 + x - 2$, $B = -2x^3 - x^2 + 3x + 7$

④ $A = x^3 - x^2 - x + 2$, $B = -2x^3 - x^2 + 5x + 3$

⑤ $A = 3x^3 - 3x^2 + 3x + 6$, $B = -4x^3 + x^2 + x - 1$

해설

$$A + B = -x^3 - 2x^2 + 4x + 5 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$2A - B = 4x^3 - x^2 - x + 1 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$(\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡}) \div 3 : A = x^3 - x^2 + x + 2$$

$$(2\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡}) \div 3 : B = -2x^3 - x^2 + 3x + 3$$

8. 두 다항식 A, B 에 대하여 연산 Δ, ∇ 를 $A\Delta B = 2A + B$, $A\nabla B = A - 3B$ 로 정의한다.

$A = 2 + 3x^2 - x^3$, $B = x^2 + 3x + 1$ 일 때 $A\nabla(B\Delta A)$ 를 구하면?

① $2x^3 - 18x - 10$

② $2x^3 - 12x^2 - 18x - 10$

③ $2x^3 + 12x^2 + 18x + 10$

④ $2x^3 + 12x^2 + 18x - 10$

⑤ $2x^3 - 12x^2 + 18x + 10$

해설

$$\begin{aligned} A\nabla(B\Delta A) &= A\nabla(2B + A) \\ &= A - 3(2B + A) = -2A - 6B \end{aligned}$$

위와 같이 식을 간단히 정리한 후 A, B 에 대입하여 정리한다.

9. 두 다항식 $A = a + 2b$, $B = 2a + 3b$ 일 때, $2A + B$ 를 구하는 과정에서 사용된 연산법칙 중 옳지 않은 것을 골라라.

$$\begin{aligned} 2A + B &= 2(a + 2b) + (2a + 3b) \\ &= (2a + 4b) + (2a + 3b) \quad \text{㉠ 분배법칙} \\ &= 2a + (4b + 2a) + 3b \quad \text{㉡ 결합법칙} \\ &= 2a + (2a + 4b) + 3b \quad \text{㉢ 교환법칙} \\ &= (2a + 2a) + (4b + 3b) \quad \text{㉣ 교환법칙} \\ &= (2 + 2)a + (4 + 3)b \quad \text{㉤ 분배법칙} \\ &= 4a + 7b \end{aligned}$$

▶ 답:

▷ 정답: ㉡

해설

$$\text{㉡ } 2a + (2a + 4b) + 3b = (2a + 2a) + (4b + 3b): \text{결합법칙}$$

10. 다항식 $f(x)$ 를 다항식 $g(x)$ 로 나눈 나머지를 $r(x)$ 라 할 때, $f(x) - g(x) - 2r(x)$ 를 $g(x)$ 로 나눈 나머지는?

① $-2r(x)$

② $-r(x)$

③ 0

④ $r(x)$

⑤ $2r(x)$

해설

$f(x)$ 를 $g(x)$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$ 라 하면

$$f(x) = g(x)Q(x) + r(x)$$

$$\therefore f(x) - g(x) - 2r(x)$$

$$= g(x)Q(x) + r(x) - g(x) - 2r(x)$$

$$= g(x) \{Q(x) - 1\} - r(x)$$

여기서 $g(x)$ 의 차수는 $-r(x)$ 의 차수보다 높으므로 구하는 나머지는 $-r(x)$ 이다.

11. $2x^4 - x^3 + 2x^2 + a$ 를 $x^2 + x + 1$ 로 나누어 떨어지도록 하는 상수 a 의 값을 구하면?

① -3

② 3

③ -6

④ 6

⑤ 12

해설

직접 나누어 본다.

$$\therefore a - 3 = 0, a = 3$$

해설

$x^2 + x + 1 = 0$ 이 되는 x 값을 대입한다.

$$x^2 + x + 1 = 0 \text{에서 } (x-1)(x^2 + x + 1) = 0, x^3 - 1 = 0$$

$$\therefore x^3 = 1$$

준 식의 좌변에 $x^3 = 1, x^2 = -x - 1$ 을 대입하면

$$2x - 1 + 2(-x - 1) + a = 0, a - 3 = 0$$

$$\therefore a = 3$$

12. $x + y + z = 1$, $xy + yz + zx = 2$, $xyz = 3$ 일 때, $(x + y)(y + z)(z + x)$ 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$x + y + z = 1 \text{ 에서}$$

$$x + y = 1 - z$$

$$y + z = 1 - x$$

$$z + x = 1 - y$$

$$(x + y)(y + z)(z + x) = (1 - z)(1 - x)(1 - y)$$

$$= 1 - (x + y + z) + (xy + yz + zx) - xyz$$

$$= 1 - 1 + 2 - 3 = -1$$

13. $x + y + z = 1$, $xy + yz + zx = 2$, $xyz = 3$ 일 때, $(x + 1)(y + 1)(z + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{aligned}(x + 1)(y + 1)(z + 1) \\&= xyz + xy + yz + zx + x + y + z + 1 \\&= 7\end{aligned}$$

14. 직육면체 모양의 상자가 있다. 이 상자의 겉넓이는 52이고, 모서리의 길이의 합은 36이다. 이 상자의 대각선의 길이는?

① 5

② $\sqrt{29}$

③ $\sqrt{33}$

④ 6

⑤ $\sqrt{42}$

해설

세 모서리의 길이를 a, b, c 라 하면

$$2(ab + bc + ca) = 52$$

$$4(a + b + c) = 36 \rightarrow a + b + c = 9$$

(직육면체 대각선의 길이)

$$= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$= \sqrt{(a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)}$$

$$= \sqrt{81 - 52} = \sqrt{29}$$

15. $x^2 + x - 1 = 0$ 일 때, $x^5 - 5x$ 의 값을 구하면?

① 2

② 1

③ 0

④ -1

⑤ -3

해설

$x^5 - 5x$ 를 $x^2 + x - 1$ 로 나누면

즉, $x^5 - 5x = (x^2 + x - 1) \times \text{몫} - 3$

$$x^2 + x - 1 = 0$$

$$\therefore x^5 - 5x = -3$$

해설

다음과 같이 식의 차수를 낮춰 나갈 수 있다.

$$x^2 = -x + 1$$

$$x^5 - 5x = (x^2)^2 \times x - 5x$$

$$= x(-x + 1)^2 - 5x$$

$$= x^3 - 2x^2 - 4x$$

$$= x(-x + 1) - 2(-x + 1) - 4x$$

$$= -x^2 - x - 2$$

$$= -(x^2 + x) - 2$$

$$= -1 - 2 = -3$$

16. 세 실수 a, b, c 가 다음 세 조건을 만족한다.

$$a + b + c = 1, ab + bc + ca = 1, abc = 1$$

이 때, $(a + b)(b + c)(c + a)$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$a + b + c = 1$ 에서

$$a + b = 1 - c, b + c = 1 - a, c + a = 1 - b$$

$$(a + b)(b + c)(c + a)$$

$$= (1 - c)(1 - a)(1 - b)$$

$$= 1 - (a + b + c) + (ab + bc + ca) - abc$$

$$= 1 - 1 + 1 - 1 = 0$$

17. $(4 + 3)(4^2 + 3^2)(4^4 + 3^4)(4^8 + 3^8)$ 을 간단히 하면?

① $4^8 + 3^8$

② $4^{15} - 3^{15}$

③ $4^{15} + 3^{15}$

④ $4^{16} - 3^{16}$

⑤ $4^{16} + 3^{16}$

해설

$$\begin{aligned} & (4 + 3)(4^2 + 3^2)(4^4 + 3^4)(4^8 + 3^8) \\ &= (4 - 3)(4 + 3)(4^2 + 3^2)(4^4 + 3^4)(4^8 + 3^8) \\ &= (4^2 - 3^2)(4^2 + 3^2)(4^4 + 3^4)(4^8 + 3^8) \\ &= (4^4 - 3^4)(4^4 + 3^4)(4^8 + 3^8) \\ &= (4^8 - 3^8)(4^8 + 3^8) \\ &= 4^{16} - 3^{16} \end{aligned}$$

18. 다음 식의 분모를 0으로 만들지 않는 모든 실수 x 에 대하여 다음 식이 성립할 때, $a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}$ 의 값은?

$$\frac{1}{(x-1)(x-2)\cdots(x-10)} \\ = \frac{a_1}{x-1} + \frac{a_2}{x-2} + \cdots + \frac{a_{10}}{x-10}$$

① 0

② -1

③ 1

④ -10

⑤ 10

해설

우변을 통분하여 x 에 대한 내림차순으로 정리하면,

$$(\text{우변}) = \frac{(a_1 + a_2 + \cdots + a_{10})x^9 + \cdots}{(x-1)(x-2)\cdots(x-10)}$$

양변의 계수를 비교하면

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_{10} = 0$$

19. 다음 다항식의 일차항의 계수는?

$$(1+x+x^2)^2(1+x) + (1+x+x^2+x^3)^3$$

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

i) $(1+x+x^2)^2(x+1)$ 의 일차항의 계수

: $(1+x+x^2)^2$ 의 일차항에 1을 곱할 때,

계수 = 2

: $(1+x+x^2)^2$ 의 상수항에 x 를 곱할 때,

계수 = 1

ii) $(1+x+x^2+x^3)^3$ 의 일차항의 계수

$x+x^2+x^3=Y$ 라 하면,

$$(Y+1)^3 = Y^3 + 3Y^2 + 3Y + 1$$

$$3Y = 3x + 3x^2 + 3x^3$$

일차항의 계수 = 3, 다른 항에는 일차항이 없다.

i), ii)에서 $2+1+3=6$

20. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c 에 대하여 $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$ 이 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

① 직각삼각형

② 이등변삼각형

③ 정삼각형

④ 직각이등변삼각형

⑤ 둔각삼각형

해설

$$a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca \text{ 에서 } a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$$

$$\frac{1}{2}(2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca) = 0$$

$$\frac{1}{2}(a^2 - 2ab + b^2 + b^2 - 2bc + c^2 + c^2 - 2ca + a^2) = 0$$

$$\frac{1}{2}\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\} = 0 \text{ 이고,}$$

a, b, c 는 실수이므로, $a - b = 0, b - c = 0, c - a = 0$

$$\therefore a = b = c$$

따라서, 주어진 삼각형은 정삼각형이다.

21. 실수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c = 6$, $a^2 + b^2 + c^2 = 12$ 를 만족할 때, $a^3 + b^3 + c^3$ 의 값을 구하면?

① 8

② 16

③ 24

④ 36

⑤ 42

해설

공식 $a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)$ 에 주어진 수를 대입하여

$(ab + bc + ca)$ 의 값을 구하면 $(ab + bc + ca) = 12$

$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$ 에서

$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$ 이므로

$$\frac{1}{2} \{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\} = 0$$

$\therefore a = b = c = 2$ 이므로 $a^3 + b^3 + c^3 = 24$

22. A 를 B 로 나눈 몫을 Q , 나머지를 R 라 하고, Q 를 B' 으로 나눈 몫은 Q' , 나머지는 R' 이라 한다. A 를 BB' 으로 나눈 나머지는? (단, 모든 문자는 자연수이다.)

① $R + R'B$

② $R' + RB$

③ RR'

④ R

⑤ R'

해설

주어진 조건을 식으로 나타내면

$$A = BQ + R \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$Q = B'Q' + R' \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡을 ㉠에 대입하면

$$\begin{aligned} A &= B(B'Q' + R') + R \\ &= (BB')Q' + (R + R'B) \end{aligned}$$

$R + R'B$ 가 A 를 BB' 로 나눈 나머지가 되기 위해서는 $R + R'B < BB'$ 이어야 한다.

그런데 $R \leq B - 1$, $R' \leq B' - 1$ 이므로

$$\begin{aligned} R + R'B &\leq (B - 1) + (B' - 1)B \\ &= BB' - 1 < BB' \end{aligned}$$

따라서 A 를 BB' 으로 나눈 나머지는 $R + R'B$ 이다.

23. $x^2 - x - 1 = 0$ 일 때, $x^3 - \frac{1}{x^3}$ 의 값과 $y + \frac{1}{y} = 1$ 일 때, $\frac{y^{10} + 1}{y^2}$ 의 값은?

- ① 4, -1 ② 4, 18 ③ 8, -1 ④ 9, -1 ⑤ 4, 27

해설

(1) $x^2 - x - 1 = 0$ 의 양변을 x 로 나누면

$$x - 1 - \frac{1}{x} = 0$$

$$\therefore x - \frac{1}{x} = 1$$

$$\begin{aligned} \therefore x^3 - \frac{1}{x^3} &= \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3x \cdot \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x}\right) \\ &= 1^3 + 3 \cdot 1 \cdot 1 = 4 \end{aligned}$$

(2) $y + \frac{1}{y} = 1$ 일 때

$$y + \frac{1}{y} = 1 \text{ 에서 } \frac{y^2 + 1}{y} = 1$$

$$\therefore y^2 - y + 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{\Gamma}$$

$$\text{양변에 } (y + 1) \text{ 을 곱하면 } (y + 1)(y^2 - y + 1) = 0$$

$$y^3 + 1 = 0 \therefore y^3 = -1 \cdots \cdots \textcircled{\Delta}$$

$\textcircled{\Gamma}$, $\textcircled{\Delta}$ 에서

$$\begin{aligned} \frac{y^{10} + 1}{y^2} &= \frac{(y^3)^3 \cdot y + 1}{y^2} = \frac{-y + 1}{y^2} \\ &= \frac{-y^2}{y^2} = -1 \end{aligned}$$

24. $a + b = 1$ 이고 $a^2 + b^2 = -1$ 일 때, $a^{2005} + b^{2005}$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$b = 1 - a$ 를 $a^2 + b^2$ 에 대입하여 정리하면

$$a^2 - a + 1 = 0 \quad (a + 1)(a^2 - a + 1) = 0$$

$$a^3 + 1 = 0 \quad \therefore a^3 = -1$$

마찬가지 방법으로 $b^3 = -1$

$$a^{2005} + b^{2005} = (a^3)^{668} \cdot a + (b^3)^{668} \cdot b = a + b = 1$$

해설

a^3, b^3 의 값을 다음과 같이 구해도 된다.

$$a^2 - a + 1 = 0 \quad \text{에서} \quad a^2 = a - 1$$

$$a^3 = a^2 \cdot a = (a - 1) \cdot a = a^2 - a = -1$$

마찬가지 방법으로 $b^3 = -1$